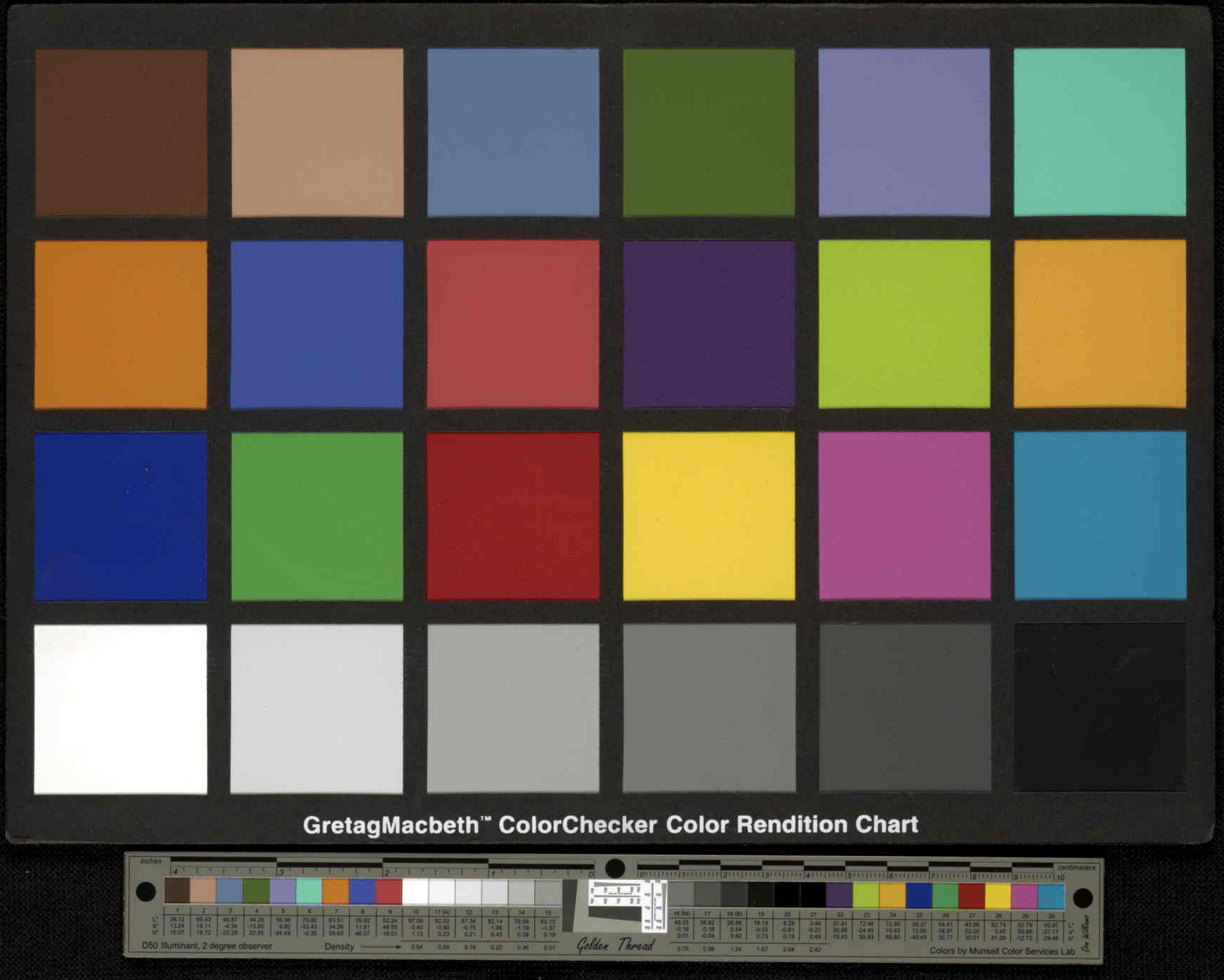

GretagMacbeth™ ColorChecker Color Rendition Chart
inches
centimeters
D50 Illuminant, 2 degree observer
Density
Golden Thread
Colors by Munsell Color Services Lab

Repl

Harmonices

1750-71-[FTH]

LIBRARY OF CONGRESS 1800

Class QB41
Book .T38
Office

2/ Apologiā pro libro istoc vid. in Epiton. Astro. lib. IVti praefat. p. n. 419 seqq. Ubi et p. 429 fatetur se totam Astronomiam sua dū Copernicū sequitur Observationibus Tychonis et Guilielmi Gilberti Angli Magneticae Philosophiae in aedificasse.

3/ Praesens libellus scripsit. 8t ann. 1618 conf. lib IV fol. 171 et 173.

Johann. Kepler

Ioannis Keppleri

HARMONICES MVNDI

LIBRI V. QVORVM

Primus GEOMETRICVS, De Figurarum Regularium, quæ Proportiones Harmonicas constituunt, ortu & demonstrationibus.

Secundus ARCHITECTONICVS, seu ex GEOMETRIA FIGVRATA, De Figurarum Regularium Congruentia in plano vel solido:

Tertius propriè HARMONICVS, De Proportionum Harmonicarum ortu ex Figuris; deque Naturâ & Differentiis rerum ad cantum pertinentium, contra Veteres:

Quartus METAPHYSICVS, PSYCHOLOGICVS & ASTROLOGICVS, De Harmoniarum mentali Essentiâ earumque generibus in Mundo; præsertim de Harmonia radiorum, ex corporibus cœlestibus in Terram descendentibus, eiusque effectu in Natura seu Anima sublunari & Humana:

Quintus ASTRONOMICVS & METAPHYSICVS, De Harmoniis absolutissimis motuum cœlestium, ortuque Eccentricitatum ex proportionibus Harmonicis.

Appendix habet comparationem huius Operis cum Harmonices Cl. Ptolemæi libro III. cumque Roberti de Fluctibus, dicti Flud. Medici Oxonienſis ſpeculationibus Harmonicis, operi de Macrocoſmo & Microcoſmo inſertis.

ACCESSIT NVNC PROPTER COGNATIONEM MATERIÆ eiusdem Authoris liber ante 23. annos editus Tubingæ, cui titulus Prodromus, *seu Mysterium Cosmographicum, de causis Cœlorum Numeri, Proportionis motuumque Periodicorum, ex quinque Corporibus Regularibus.*

Jo. Georg. Liebknecht P.P

Cum S. C. M^tis. Priuilegio ad annos XV.

Lincii Austriæ,

Sumptibus GODOFREDI TAMPACHII Bibl. Francof.

Excudebat IOANNES PLANCVS.

ANNO M. DC. XIX.

QB41
.K38
Office

112788
08

AD

Sereniſsimum & Potentiſsimum

Principem & Dominum

D. IACOBVM,

Magnę Britanniæ, Franciæ, Hiberniæ Regem, Fidei Defenſorem, &c.

Dominum meum Clementiſsimum.

CVR hos ego libros Harmonices inter homines vulgandos, ex Imperatoris Auguſtiſſimi, Domini mei aulâ, ex eius Regnis & Prouinciis hæreditariis Auſtriacis, ex ipſâ denique Germaniâ, trans mare ablegarem, tuoq; , Rex Inclyte, conſpectui ſereniſſimo ſiſterem: cauſas habui partim præſentes, partim antiquas.

Primùm enim hoc non alienum à meo munere putaui; vt quia Cæſaris in re Mathematicâ ſtipendia mereo, demonſtrarem igitur etiam exteris, quantam gereret prouidentiam, Princeps Reip. Chriſtianæ, diuiniſſimorum ſtudiorum: vt intelligeretur ex curſu non interturbato Pacis ornamentorum per has prouincias, famam inteſtini belli ſiniſtram, cum ipſa re proculdubio breui extinctum iri: Diſſonantiamque hanc paulò duriorem, vt in Pathetica Melodiâ, iam iamque in ſua-

uem Clausulam desituram. Quem verò Bonitatis Imperatorię digniorem æstimatorem, Rege magno? quem operis de Cælorum Harmoniâ, Pythagoram redolentis & Platonem, conuenientiorem Patronum, Rege illo legissem, qui Platonicæ sapientiæ studium domesticis monumentis, quę subditorum veneratione etiam publica habemus, est testatus? qui Astronomiam Tychonis Brahei, cui opus hoc innititur, puer adhuc, ornamentis ingenii sui dignam censuit? qui denique vir factus, & regni gubernacula tractans, Astrologicam vanitatem publicâ censurâ notauit? quæ sane, libro huius operis IV. detectis veris fundamentis effectuum sideralium, clarissime patescit: Vt nulli dubium esse possit, quin totius huius Operis, omniumque eius partium sis futurus intelligentissimus.

Maior verò mihi causa dedicationis ex antiquo est ista. Cum primum ante annos paulò minus viginti materiam operis animo concepissem, titulumq; nuncupassem, nondum cognitis Planetarum motibus propriis, in quibus tamen inesse Harmonias instinctus Naturæ dictabat: Iam tunc ego patrocinium operis, si quando id succederet, absolutumque esset, Maiestati tuę destinaui; hocq; veluti votum meum Legatis tuis ad aulam Imperatoriam semel atque iterum testatum feci. Causas de hoc Harmonicorum meorum patrocinio cogitandi, suppeditabat mihi Dissonantia illa multiplex in rebus humanis, manifesta quidem, vt non possit non offendere; ex concinnis tamen & articulatis interuallis conflata, quorum hæc est natura, vt auditum in mediâ discordantiâ, promissione successuræ suauis concordiæ demulceat, eiusdemq; expectatione sustentet. Enimuerò digna erat homine Christiano persuasio, Deum esse, qui omnem Melodiam vitæ humanæ moderantur, digna magnitudine Dei patientia, non offendi prolixitate dissonantiarum, nec spes abiicere; reputantem, non Dei

prou-

prouidentiam lentè agere, sed nostrum singulorum æui spacium velociter auolare. Docebar equidem sacris oraculis, omnia à Deo certis & salutaribus vsibus esse destinata: etiam dissona ista, ad elucidandam & commendandam Consonantiæ suauitatem. Cur autem à tuâ potissimum Harpe Dauidicâ, Rex Inclyte, principium aliquod expectare consonantiæ restaurandæ, desideria mea me iuberent: etsi non est huius loci fusius explicare, ne prudentum monita contemnere videar: hanc tamen, toto dudum ab orbe confessam partem gloriæ, rerum abs Te gestarum, attingere nemo prohibeat: quod Angliæ regnum, hereditate & consensu populi adeptus, breui illi commune cum Regno Scotiæ, Magnæ Britanniæ nomen dedisti; ex vtraq; prouinciâ Regnum & Harmoniam vnam (nam quid aliud est regnum, quam Harmonia) contemperasti, discordiam hereditariam Nationum infensissimarum fœliciss imè sustulisti; memoriam crebrarum & cruentissimarum cladium, quibus ceu notis quibusdam, series seculorum erat interstincta, penitus extinxisti. Hoc domesticum tuum opus, omen (inter cetera ponderosiora) non infidum mihi continere videbatur, fore vt etiam foris, Rex inter Reges, Fidei Defensor inter Christi fideles, maius aliquod & prestantius, etiamque durabilius opus perficeres: quod quidem & votis meis tacitis, & ominatione publicâ, libro de stellâ nouâ, quæ veluti Carbunculus arderet (notus Scotię versiculus) sum prosecutus. Itaque velut iam confecto quod optabam & augurabar, Harmostę tam laudabili, meas aliquando Mundanas Harmonias accinere tanto firmius mihi proponebam.

Vellem hic, Dissonantiam publicam, Vocum trifariam obstrepentium, paulò mihi mitiorem esse, vt audiri publicè ex animi mei sententiâ possem: qua in re visus fuerit adspirare votis euentus? quę vulnera capitis, quibus

bus Harmoniis tentata, à quo Medico? & vt etiam hunc ego in libro de stella noua, longe antea viuis coloribus depinxerim? At quodnam erit operæ precium, si Harmoniam affectans priuato strepitu, nec vincam fremitus publicos, imbecillitate laterum, & molestias absurdi concentus in meis auribus insuper augeam? Fatendum equidem est, proh dolor, tumere adhuc vulnus decussatum, an malumus sacratiori fœlicioriq; vocabulo, cruciforme, tumere inquam, multiplici labro; & nullo illorum conniuente, medicinam hactenus irritam, omnibusque partibus irrisam; propterea quod Medicus, vt ægro deliro pharmacum fallens ingerat, multa simul & multa adiicit, quæ à sana ratione plurimum abire videntur. Recreor tamen hac ipsa cogitatione, quòd supremus vulnerum nostrorum Curator artis suæ certus sit, nec quicquam frustra applicet. Ergo qui curam iam est aggressus, qui iam expediuit, iam mundo monstrauit, consolidantia ista; interim verò per calamitates publicas erodentibus vtitur, quoad consumptâ carne putridâ & ferâ, charitatis scilicet extinctæ, sensus aliquis doloris ad viuę carnis profunditatem descenderit: idem procul dubio lenientibus etiam vtetur prope diem ad deprimendos tumores; vt consolidantibus illis denique locus esse possit: tandemque Dissonantia hæc diuturna (vt ad propositum exemplum reuertar) in meram & durabilem Harmoniam terminetur. Qua in spe etiam contrà spem confirmor non tantum successu mearum speculationum Harmonicarum, vt cuius fœlicitas audaciam in quærendo longissime superat: sed etiam hoc ipso, quod inter cætera, quæ, ad Operis perfectionem necessaria, per tot iam annos fuerunt loco pristino, Maiestatem etiã Tuam Regiam, cui patrocinium operis, antequam inciperetur, destinaueram, huc vsque incolumem & florentem vidi: nec desinam à Deo Pacis & Concordiæ authore contendere deuotis precibus, vti

tibi

tibi & vitam & Maiestatem Regiam, vsque ad optatum illum euentum incolumem tueatur.

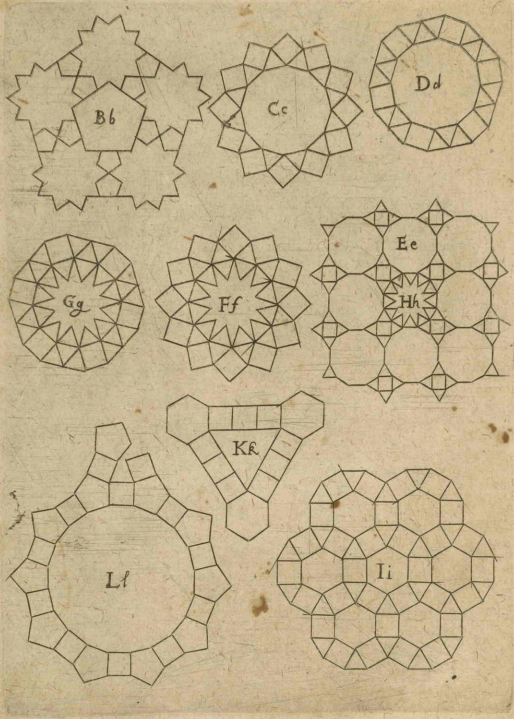
Interim Maiest. Tuam Reuerend.^m supplex rogo, vt & hoc opus Harmonices, Nomini suo dedicatum sereno vultu aspiciat, & hanc mei deuotissimi affectus in Se, significationem æqui bonique consulat: contemplatione verò Operum Dei Regium oblectet animum, quantum per necessarias Regni occupationes licebit: & exemplis Concordiæ resplendescentis ex operibus Dei visibilibus, studium in se Concordiæ & Pacis Ecclesiasticæ & Politicæ confirmet excitetq;: denique me meaque studia Regio suo patrocinio clementissimo dignetur. Dabam Lentiis Noricis ad Ripam Danubii, Idibus Februariis, Anno ærę Occidentis M. DC. XIX.

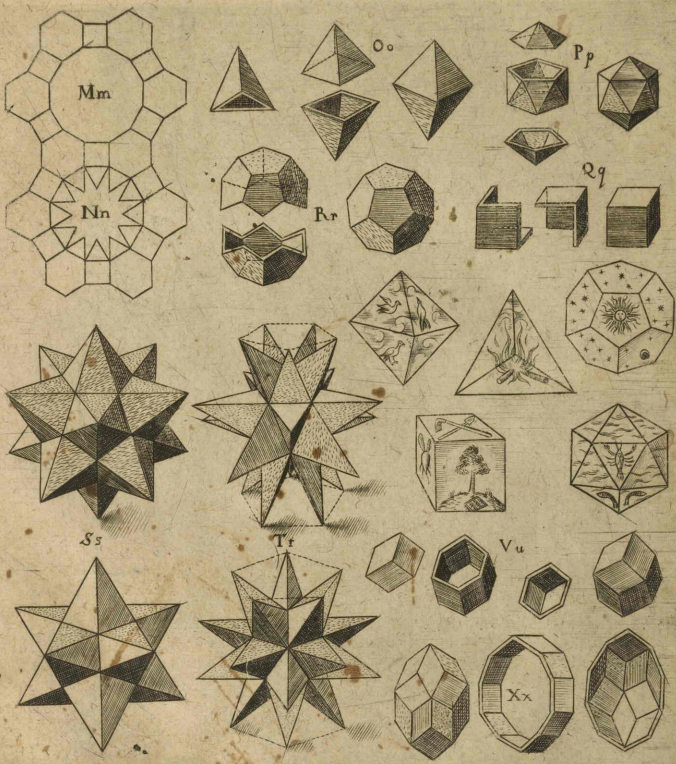
Sereniss. Maiest. Tuam Regiam

Omni cum submissione venerans

Imp. Cæs. Matthiæ, eiusque fideli. Ordinum Archiducatus Austriæ Supr. Anisanæ Mathematicus

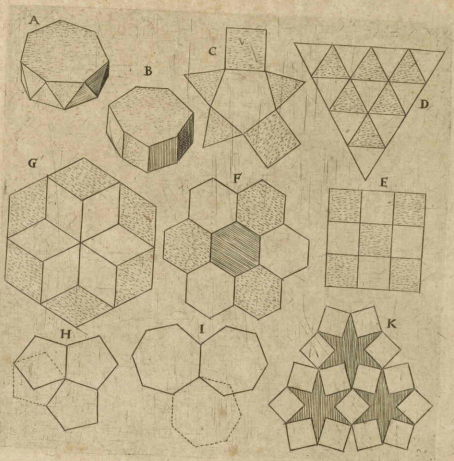
IOHANNES KEPPLERVS.


Bb
Cc
Dd
Ee
Gg
Ff
Hh
Kk
Ll
Ii


Mm
Nn
Oo
Pp
Qq
Rr
Ss
Tt
Vu
Xx

IO. KEPLERI

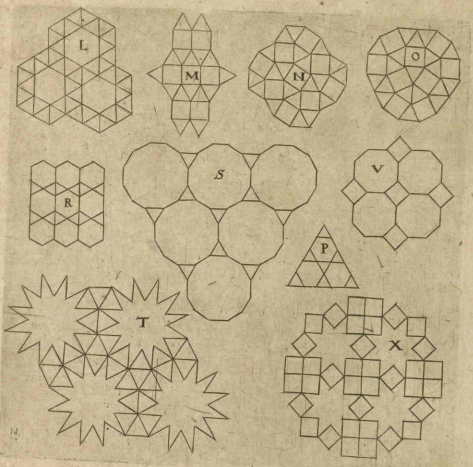
Referantur istæ figuræ ad p. 49 seqq



Excudebat Johannes Plancus,

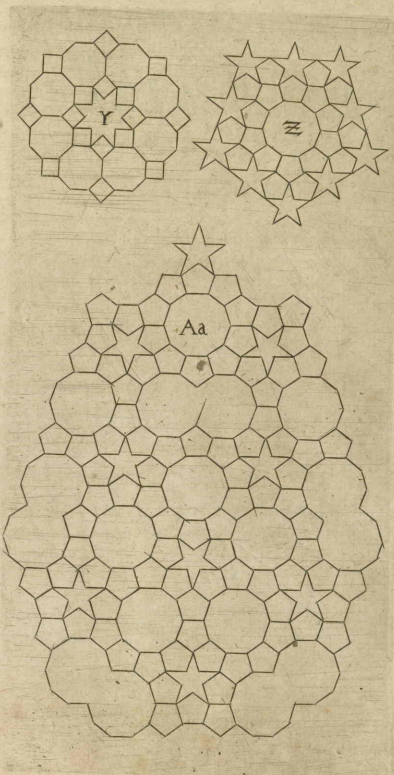
ANNO M. DC. XIX.

IO. KEPLERI



Excudebat Johannes Plancus,
ANNO M. DC. XIX.

IO. KEPLERI



Excudebat Johannes Plancus,

ANNO M. DC. XIX.

IO. KEPLERI
HARMONICES MUNDI
LIBER I.

DE FIGVRARVM REGVLARIUM, QUÆ PROPORTIONES HARmonicas pariunt, ortu, claſsibus, ordine & differentijs, causâ ſcientiæ & Demonſtrationis.

PROCLUS DIADOCHUS
Libro I. Comment. in I. Euclidis.

Πρὸς δὲ τὴν φυσικὴν θεωρίαν (ἡ μαθηματική) τὰ μέγιστα συμβάλλεται, τήν τε τῶν λόγων ἐυταξίαν ἀναφαίνουσα, καθ' ἣν δεδημιούργηται τὸ ΠΑ͂Ν, &c: καὶ τὰ ἁπλὰ καὶ πρωτουργὰ στοιχεῖα, καὶ πάντῃ τῇ συμμετρίᾳ καὶ τῇ ἰσότητι συνεχόμενα δείξασα, δι' ὧν καὶ ὁ πᾶς οὐρανὸς ἐτελειώθη, σχήματα τὰ προσήκοντα, κατὰ τὰς ἑαυτοῦ μερίδας ὑποδεξάμενος.

Cum S. C. Mtis. Privilegio ad annos XV.

LINCII AUSTRIÆ
Excudebat Johannes Plancus,
ANNO M. DC. XIX.

Procœmium.

CVm a divisionibus circuli in partes aliquotas æquales, quæ fiunt Geometricè & scientificè, hoc est, à figuris planis Regularibus demonstrabilibus, sint nobis petendæ causæ Proportionum Harmonicarum; illud initio significandum duxi, differentias rerum Geometricarum mentales, hodie, quantum apparet ex libris editis, in solidum ignorari. Adeòq; ne ex veteribus quidem, qui has specificas rerum Geometricarum differentias se exactè cognovisse significaverit, præter Euclidem, ejusq; comentatorem Proclum, quis q̃ occurrit. Pappi quidem Alexandrini, veterumq;, quos ille sequitur, distributio Problematum, in Plana, Solida & Linearia, satis est appositа ad habitus mentis circa unam q̃q; subjecti Geometrici patrem orientes, explicandos: illa tamè & brevis est verbis, & ad praxin applicata; de theoria nulla fit mentio: & verò nisi totâ mente in theoriâ hujus rei occupemur, nunq̃ assequi poterimus rationes harmonicas, Proclus Diadochus, libris quatuor in primum Euclidis editis, Philosophum Theoreticum in mathematico subjecto ex professo egit: q̃ si comentaria sua in decimum etiam librum Euclidis nobis reliquisset: & nostros Geometras insicitia liberasset non neglectus; & me labore hoc explicandi rerum Geometricarum differentias in solidum sublevasset. Satis enim illi cognita fuisse discrimina ista Entium Mentalium, ex ipso exordio facilè apparet, cùm principia totius essentiæ Mathematicæ statuit eadem, quæ etiam p̃ omnia Entia vadunt, omniaq; à se gignunt, Finem sc. & Infinitum: seu Terminum & Interminatum: terminum vel circumscriptionem pro Forma, interminatum pro Materia agnoscens rerum Geometricarum.

Proclus de intellectuali essentia rerum Geometricarũ.

Quantitatum n. propria sunt, Figuratio & proportio: figuratio singularum, proportio junctarum. Figuratio p̃ficitur terminis, linea n. recta punctis, superficies plana lineis, corpus superficiebus terminatur, circumscribitur & figuratur. Quæ igr finita circumscripta & figurata sunt, illa etiam comprehẽdi mente possunt: infinita & indeterminata quaten⁹ talia nullis scientiæ, que definitionibus, comparatur, nullis demonstrationum repagulis coartari possunt. Prius autem figuræ sunt in Archetypo, quàm in Opere, prius in mente divinâ, quàm in creaturis; diverso q̃dem subjecti modo, sed eâdem tamen essentiæ suæ formâ. Igr quantitatibus figuratio, Mentalis q̃dam esẽcia fit, seu intellectio, earum essentialis differentia. Id multò magis clarum est ex proportionibus. Cum n. figuratio pluribus terminis p̃ficiatur, fit ut p̃p hanc pluralitatem figuratio proportionib⁹ utatur, Proportio verò quid sit sine mentis actione, id verò intelligi nullatenus potest, Eóque etiam hoc nomine, q̃ quantitatib⁹ terminos dat pro principio essentiali, is figuratas quãtitates intellectuæ lem essentiam habere ponit. Sed non est opus argumẽratione, legatur totus liber Proclus; satis apparebit, ipsi differentias intellectuales rerum Geometricarum probè fuisse cognitas; etsi affirmatum hoc ille non ita seorsim solitariũ in aperto & conspicuo ponit, ut etiam oscitantem ej⁹ admoneat: fluit n. ejus oratio pleno velut alveo, copiosissimis undiqua strata sententijs abstrusioris philosophiæ Platonicæ, quas inter & hoc est, libri hujus argumentum singulare.

Archetypa rũ

Verum

Verùm huic nostro sæculo non vacavit hactenus, ad tam recondita penetrare: lect⁹ est liber Proeli Petro Ramo, sed quòd ad nucleum atti-net philosophiæ, pariter cum decimo Euclidis cõtempt⁹ & abject⁹: qui-q; cõmẽtarium in Euclidem scripserat, veluti si apologiam pro eo scri-psisset, repudiatus & obmutescere jussus; irritata verò insensi Censoris ira in Euclidem ut reum vertit; damnatus est atroci sententia Euclidis decimus, ut ne legeretur, qui lectus intellectusq;, philosophiæ mysteria pandere poterat. Legite quæso verba Rami, quibus ille nihil unq̃ indig-nius Ramo protulit: Scholarum Math. lib. 21. *Materies inquit, decimo libro proposita, eo modo est tradita: ut in humanis literis atq; artib⁹ similem obscuritat ẽ nusquam deprehenderim: obscuritatem dico non ad intelligendum, quid præcipiat Euclides (id n. vel indoctis & illiteratis, id solum quod adest, quodq; præsens est, intuentibus, possit esse perspicuum) sed ad perspiciendum penitus & explorandum, quis finis sit & usus operi propositus, quæ genera, species, differentiæ sint rerum subjectarum: nihil n. unquam tam confusum vel involutum legi vel audivi. Quin superstitio Pythagorica in hunc quasi specum inducta videatur &c.* At hercle, Rame, nisi nimiùm facilem ad intelligendum hunc librum credidisses: nunquàm tantam obscuritatem fuisses calumniatus. Labore majore opus est, quiete opus est, sollicitudine opus est, & attentione scipuâ mentis, donec comprehendas intentum scriptoris: ubi eo fuerit enisa mens generosa, tum demum sese in lumine veri versari cernens, incredibili voluptate perfunditur exultans, & ab illâ veluti specula totum Mundũ omnesque ejus partium differentias exactissimè perspicit. At tibi, qui hoc loco patronum agis ignorantiæ, vulgique hominum, lucra captantium ex omni re, divinâ, humanâ, vobis inquam sint ista *prodigiosa sophismata*, vobis *ocio fuerit Euclides intemperanter abusus*, vobis *acumina ista locum in Geometria nullum habeant*; v estrum esto, carpere quæ non intelligitis: mihi qui rerum causas indago, præter quàm in decimo Euclidis, semitæ ad illas nullæ patuerunt.

Petri Rami iniqua in Euclidem & imperita censura.

Ramus probably ignorant.

Ramum secutus Lazarus Schonerus, in Geometria sua, fallus est se quinque corporum Regularium usum planè nullum in Mũndo videre potuisse, donec libellum meum, quem Mysterium Cosmographicum inscripsi, perlegerit: in quo Planetarum numerum & intervalla, probo ex corporibus quinque Regularibus esse desumpta. Ecce quid nocuerit Ramus magister Schonero discipulo. Primùm Ramus Aristotele perlecto, qui refutaverat Pythagoricam philosophiam circa Elementorum proprietates ex quinque corporibus deductas, statim animo concepit contemptum totius Philosophiæ Pythagoricæ; deinde cùm sciret Proclum fuisse Pythagoricæ sectæ, non credidit ei affirmanti, quod erat verissimum, sc. Euclidei operis ultimum finem, ad quem referrentur omnes omninò propositiones omnium librorum (exceptis quæ ad Numerum perfectum ducunt) esse quinque corpora regularia. Hinc orta est apud Ramum confidentissima persuasio, Quinque corpora esse removenda à fine librorum Elementariorum Euclidis.

Lazarus Schonerus.

Adempto fine operis, veluti formâ ædificij sublatâ, relinquebatur informis strues propositionum in Euclide, in quam velut in larvam aliquam Ramus totis octo & viginti libris Scholarum invehitur, magna

Lazari Schoneri sententia de quinq; figuris solidis

dicendi acerbitate, magna temeritate, tanto viro indignissimâ. Hanc Rami persuasionem secutus Schönerus credidit ecce & ipse, corpora regularia nulli esse usui: nec hoc tantum; sed & Proclum neglexit, aut contempsit, judicium Rami secutus; à quo Proclo discere poterat usum corporum quinque & in Elementis Euclidis & in Mundi fabrica. Et quidem fœlicior erat discipulus Magistro, quia usum corporum à me patefactum in Fabrica Mundi gratulabundus recepit, quem Ramus à Proclo inculcatum repudiaverat. Quid tum enim si Pythagorei figuras has elementis, non verò ut ego, Sphæris Mundi attribuerint? Annisus esset Ramus, ut errorem hunc ipsorum circa genuinum figurarum subjectum tolleret, ut ego feci; non totam hanc Philosophiam uno verbo tyrannico sustulisset. Quid si Pythagorici hoc idem docuerunt, quod ego, sententiam involucris verborum texerunt? Nonne Copernicana Mundi forma extat in ipso Aristotele, perperam ab ipso refutata sub nominibus alijs: dum illi Solem Ignem, Lunam Antichthona appellarunt? Si namq; dispositio orbium eadem fuit apud Pythagoreos, quæ apud Copernicum, si nota Corpora quinque, eorumque numeri quinarij necessitas; si constanter omnes docuerunt, corpora quinque esse Mundi partium Archetypos; quantulum superest, ut credamus illorum sententiam sub ænigmate ab Aristotele lectam, quia si sub vero vocabulorum sensu fuisse refutatam: dum Aristoteles legit Terram, cui Cubum dabant; cùm ipsi fortè Saturnum intellexerint, cujus Orbis interpositus Cubi summotus est à Jove. Et terræ quidem quietem vulgus ascribit, Saturnus verò motum tardissimũ, quieti proximum est sortitus, unde etiam ap. Hebræos à Quiete nomen obtinuit. Sic Aëri datum Octaëdron legit Aristoteles, cùm illi fortè Mercurium intellexerint, cujus orbis Octaëdro inclusus est; nec minus velox est Mercurius (quippe omnium velocissimus) quàm mobilis Aër habetur. Ignis vocabulo fortasse Mars fuit insinuatus, cui alias etiam ab igne nomen est Pyrois, atque illi Tetraëdron datum, forte quia includitur ejus orbis hac figura: Et Aquæ sub involucro, cui Icosaëdron attributum, Veneris stella (ut cujus curriculum Icosaëdro continetur) latere potuit, quia Veneri humores subjecti, ipsaque dicitur orta Maris spumâ, unde vox Ἀφροδίτη. Denique Mundi vox potuit significare Terram, & Mundo Dodecaëdron adscribi, quia Terræ curriculum hac figura continetur, duodecim longitudinis partibus distinctum: uti illa figura duodecim toto ambitu planis continetur. Quòd igitur in Mysterijs Pythagoreorum hoc pacto quinq; figuræ distributæ fuerint non inter Elementa, ut Aristoteles credidit, sed inter ipsos Planetas; illud vel maximè confirmat, quòd Proclus finem Geometriæ inter cæteros hunc tradit, quòd doceat, quo modo figuras convenientes cœlum certis sui partibus acceperit.

Pythagoreorum de quinq; figuris Mystica interpretatio.

Nec dum finis est damni, quod Ramus nobis dedit, ecce sollertissimum Geometrarum hodiernorum Snellium, planè suffragantem Ramo, præfatione in Ludolphi à Cõllen Problemata: primum ait, *ad usum inutilem esse divisionem illam ineffabiliam in tredecim species.* Concedo, si nullum ille usum agnoscat, nisi in vita communi, & si nullus contem-

Willebrordi Snellij de Binominalibus sententia:

templationum physicarum sit usus ad vitam. At cur non Proclum sequitur, quem allegat, qui agnoscit aliquod majus Geometriæ bonum, quàm sunt artes ad vitam necessariæ? tunc equidem & decimi libri usus apparuisset in æstimandis figurarum speciebus. Allegat Snellius authores Geometras, qui non utantur libro decimo Euclidis. Sanè omnes illi aut linearia tractant problemata, aut solida, & de figuris vel quantitatibus talibus, quæ non habent finem suum intra sese, sed manifestè tendunt ad usus alios, nec sine ijs exquirerentur. At Figuræ regulares propter seipsas exquiruntur ut Archetypi, suam in seipsis habent perfectionem, suntque inter subjecta planorum Problematum, non obstante quod planis hedris solidum etiam clauditur: similiter & decimi libri materia potissimùm ad plana pertinet. Cur igitur allegarentur heterogenea? aut cur vilis æstimatur merx, quam non emit Codrus, ut eâ ventrem pascat, emit verò Cleopatra, ut aures ornet? *Crux tantùm defixa est ingenijs?* Equidem ijs, qui numeris, hoc est effando vexant Ineffabilia. At ego has species tracto non numeris, non per Algebram, sed ratiocinatione Mentis, sanè quia ijs mihi non est opus ad subducendas Rationes mercatuum, sed ad explicandas rerum causas. Segreganda censet subtilia ista à στοιχειώσει, inque Bibliothecas abstrudenda. Omninò fidum Rami discipulum agit, nec ineptam locat operam: Ramus Ædificio Euclideo formam ademit, culmen proruit, quinque corpora; quibus ablatis, compages omnis dissoluta fuit, stant muri fissi, fornices in ruinam minaces: Snellius igitur etiam Cæmentum aufert, ut cujus nisi ad soliditatem domus sub quinque figuris coagmentatæ nullus est usus. O fœlicem captum discipuli, quàm ille dextrè Euclidem intelligere didicit à Ramo: sc. ideò putant Στοιχεῖα dicta, quòd inveniatur in Euclide propositionum & problematum & Theorematum omnivaria copia, ad omne genus Quantitatum artiumque circa illas occupatarum: cùm liber Στοιχειώσις sit dictus à formâ, quòd semper sequens propositio innitatur præcedenti, usque ad ultimam libri ultimi (partim & libri noni) quæ nullâ priorum carere potest. Ex Architecto saltuarium faciunt aut materiarium, existimantes Euclidem ideò librum suum scripsisse, ut omnibus alijs commodaret, solus ipse propriam domum nullam haberet. Sed plus satis hoc loco de hisce: revertendum est ad caput orationis.

Cùm enim cernerem, veras & genuinas rerum geometricarum differentias, à quibus arcessendæ mihi sunt causæ Harmonicarum Proportionum, vulgò ignorari penitus: Euclidem, qui studio illas tradiderat, Rami cavillis oppressum explodi; strepituque lascivientium obturbante, à nemine exaudiri, aut surdis etiam narrare Philosophiæ mysteria; Proclum, qui mentem Euclidis aperire, abstrusa eruere, difficiliora captu, facilia reddere potuisset, & deridiculo esse, nec Commentaria sua usque ad librum decimum continuasse: vidi hoc omnino mihi faciendum esse; ut initio, ex libro decimo Euclidis exscriberem ea, quæ ad præsens institutum meum præcipuè facerent; seriem etiam rerum illius libri, certis quibusdam interjectis divisionibus, in lucem proferrem

Occasio hujus Libri I.

ferrem, causas indicarem, cur quædam divisionum membra ab Euclide fuerint omissa: tunc demum de figuris ipsis agendum fuit. Ubi quæ fuerunt ab Euclide demonstrata clarissimè; in ijs simplici propositionum allegatione contentus fui; multa quæ sunt ab Euclide demonstrata viâ aliâ, propter finem mihi propositum, scilicet propter comparationem figurarum scibilium & inscibilium, hîc fuerunt repetenda, vel disuncta conjungenda, vel ordo mutandus. Definitionum, Propositionum, Theorematum seriem continuo Numero sum complexus, ut in Dioptricis feci, propter allegationum commoditatem: in ipsis etiam lemmatibus non accuratus fui, nec nimium de vocabulis sollicitus, magis in res ipsas intentus: quippe qui non jam in Philosophia Geometram, sed in hac Geometriæ parte Philosophum agam. Atque utinam de rebus Geometricis adhuc popularius, dummodo & clarius & palpabilius disserere potuissem. Sed spero, lectores æquos in utrâque re, & quòd Geometrica populariter trado, & quòd materiæ obscuritatem industriâ vincere non potui, meam operam boni consulturos. Quibus etiam hoc ad extremum do consilij; ut si Mathematicarum rerum penitus imperiti fuerint; transmissis enarrationibus meis, solas legant propositiones, à XXX usque ad finem; & fide propositionibus ipsis adhibitâ sine demonstratione, pergant ad libros cæteros, præsertim ad ultimum; ne difficultate Geometricarum argumentationum absterriti, fructu sese privent Harmonicæ contemplationis jucundissimo. Nunc ad rem accedamus cum Deo.

De Figurarum Regularium demonstrationibus.

I. Definitio.

PLana Figura regularis illa dicitur, quæ omnia latera & omnes angulos, extrorsum versos, æquales habet.

Ut hic QPRO, latera QP, PR, RO. OQ, sunt æqualia, & anguli QPR, PRO, ROQ, OQP, æquales.

II. Definitio.

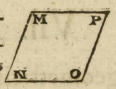
EArum quædam sunt primæ & radicales, quæ suos ipsæ terminos non excedunt, quibus propriè convenit posita definitio: quædam sunt auctæ, quæ sua veluti latera excedunt, continuatis alicujus radicalis lateribus non contiguis, ad concursum: dicuntur Stellæ. *Ut hic*

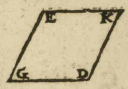
Ut hic ABCDE est perfectum quinquangulum, estque figura prima, non desiderans aliam perfectam, ex qua, continuatione laterum, producatur.

At FGHIK est stella quinquangula, & figura aucta, continuatis lateribus binis, non contiguis, verbi causa AB, & DC, ad concursum L.

III. Definitio.

SEmiregulares sunt, quæ angulos variantes, latera quatuor habent æqualia, ut Rhombi *NMPO*, *GEKD*.





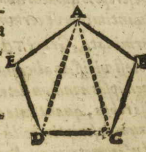
IV. Propositio.

OMnes figuræ Regulares angulis suis omnibus simul eidem circulo possunt insistere.

Nam per 21. Tertij Euclidis, Omnes anguli æquales, eidem, & sic etiam ejusdem circuli æqualibus segmentis inscribi possunt, sunt autem omnes anguli Regularis figuræ æquales, omnes igitur unius figuræ anguli æqualibus unius circuli segmentis possunt inscribi. Sed & actu omnes inscribi necesse est, uno inscripto. Nam latera omnia sunt æqualia; quare etiam sunt æqualia segmenta circuli, quæ à binis unius anguli lateribus abscecantur, per 24. Tertij Euclidis. Ergò tam angulus, quàm laterum fines, simul in eundem circulum competunt. Fines verò laterum sunt & ipsi anguli. Secus esset si, quamvis æqualibus angulis, latera non essent æqualia: tunc enim dissolveretur necessitas inscriptionis omnium.

V. Definitio.

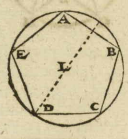
DEscribere Figuram, est proportionem linearum angulis subtensarum, ad anguli crura geometrico actu determinare; ex determinatis, triangula figuræ Elementaria construere, ex triangulis coassatis, figuram ipsam perficere.



Data enim proportione DA ad AE, ED, fiunt triangula DAE, DAC, CAB: ex quibus constat figura.

VI. Definitio.

INscribere Figuram circulo, est proportionem lateris figuræ ad diametrum circuli, cui est inscribenda, Geometrico actu determinare, quâ constitutâ proportione; facilè in circulo figura proposita delineatur.



Ut si detur L D semidiameter, vel ejus dupla diameter, si sciamus, quid faciendo cum eâ, justam longitudinem lateri D E indulgeamus; facilè posteà repetitione ipsius D E, per circumferentiam, consummamus figuram.

VII. Definitio.

SCire in geometricis, est mensurare per notam mensuram; quæ mensura nota in hoc negocio inscriptionis Figurarum in circulum, est diameter circuli.

VIII. Definitio.

SCibile dicitur, quod vel ipsum per se immediate est mensurabile per diametrum, si linea; vel per ejus quadratum, si superficies: vel quod formatur ad minimum ex talibus quantitatibus, certâ & geometricâ ratione, quæ quantumcunque longâ serie, tandem tamen à Diametro, ejusve quadrato dependeant. Græcè dicitur γνώριμον.

IX. Definitio.

DEmonstratio est quantitatis vel describendæ uel sciendæ, ex Diametro deductio, per intermedia possibilia, Græcè Πόρισμα.

Ita demonstratio communiter vel descriptionem parit vel scientiam. Et Descriptio quidem quantitatem nudam, scientia verò insuper & qualitatem, quantitatem vè certam profitetur. Potest autem aliqua linea esse geometricè determinata, Græcè τακτὴ, quæ tamen actu mentis, qualis sit, nondum sciatur. Potest vicissim alicujus vel aliquarum linearum qualitas aliqua sciri, quæ tamen ipsas nondum determinet, vel necessitet: si nimirum qualitas illa multis aliis rebus, quantitate differentibus sit communis. Est etiam quarundam linearum descriptio facilis, scientia difficillima. Denique multa describi possunt actu Geometrico qualicunq; ; sciri tamen non possunt naturâ suâ: ut quidem scibile suprà descripsimus.

X. De-

X. Definitio.

PRopria demonstratio est, cum numerus angulorum Figuræ vel ipsius, vel ei cognatæ numero laterum duplo aut dimidio, fit medius terminus ad determinandam proportionem lateris, quam id habet ad Diametrum.

Omnis enim figura regularis, est aut ipsa triangulum, aut resolvitur in triangula, ductis diagonalibus. Cùm autem omne tale triangulum habeat tres duobus rectis æquales: in Trigonico igitur angulo est pars tertia, in Tetragonici elementaris angulo minimo, pars quarta, in Pentagonici pars quinta, in Heptagonici, pars septima &c: duorum rectorum. Et ab hac quantitate anguli, incipit demonstratio cujusq.

XI. Definitio.

IMpropria demonstratio est, cum proportio lateris ad diametrum ex ipso angulorum numero immediatè adhibito nequit determinari Geometricè, nisi adhibeatur latus figuræ alterius, non duplo aut dimidio numero laterum.

XII. Definitio.

GRadus scientiæ diversi sunt, alij remoti, alij propinqui. Primus & proximus gradus, cùm lineam aliquam scio & demonstrare possum, esse diametro æqualem, aut planum, licet aliter formatum, quadrato diametri æquale.

Hic mensura nota, perfectè, scilicet seipsâ & uno actu, mensurat. noscibile.

XIII. Definitio.

SEcundus gradus, cum diametro in aliquot partes æquales certo numero divisâ, vel ejus quadrato similiter, linea vel planum propositum æquatur tali parti vel partibus. Talis linea dicitur Græcè ῥητὴ μήκει Effabilis longitudine. Planum verò tale simpliciter dicitur ῥητὸν, Effabile. Numerus enim est Geometrarum sermo.

Ad hunc scientiæ gradum, vel per descriptionem, inscriptionem que pervenimus; vel aliter etiam, per cognationem cum alia aliqua quantitate, ad quam per illa media perveniebatur. Eoque non determinat. hæc qualitas unam aliquam quantitatem; neque enim sufficit ad determinationem, ut sciam, aliquid causa commensurationis sic vel sic esse comparatum, oportet etiam hoc scire, quomodo, id est, quo numero sit Effabile.

XIV. Definitio.

TErtius Gradus est hic, cum linea longitudine est Ineffabilis, at ejus quadratum Effabile, & pertinens ad secundum gradum. Dicitur ῥητὴ δυνάμει, Effabilis potentiâ.

XV. Definitio.

Irrationale quid latinis Geometris.

QVi sequuntur gradus, omnes appellantur Ἄλογοι, Ineffabiles. Interpretes Latini verterunt, Irrationales, magno ambiguitatis & absurditatis periculo. Nos sepeliamus hunc vocis usum, quia multæ sunt lineæ, quæ quamvis Ineffabiles, optimis tamen continentur rationibus. Arithmetici consimili translatione appellant Numeros surdos, id est, qui non plus loquuntur quam surdus audit: sed sub hoc nomine tam Effabiles solâ potentiâ, quam ineffabiles quantitates intelligunt. Est igitur quartus in ordine gradus, primus verò ineffabilium, quando nec linea, nec ejus quadratum sunt Effabilia; sed tamen Quadratum in tale Rectangulum transformari potest, cujus latera sint Effabilia saltem potentiâ. Hæc linea dicitur MESE, quia est media proportionalis inter duas Effabiles sola potentiâ commensurabiles: ut si una quidem sit Effabilis longitudine, altera solâ potentiâ; aut si utraque sola potentiâ Effabilis, potentiæ tamen inter se non sint ut quadratus numerus ad quadratum.

Surdi Numeri.

Talis linea non scitur vel mensuratur longitudine certarum partium æqualium diametri, nec ejus quadratum, quadrato diametri; sed nec lineæ mensurantur à Diametro ambæ simul, inter quas MESE est media proportionalis; sed illarum linearum quadrata, hæc demum à quadrato diametri mensurantur.

Quadratum MESES & ipsum MESON dicitur, sive sit formæ quadratæ, seu in Rectangulum transmutetur: estque hoc alterum Plani genus, post Effabile planum: Et hisce duobus planis, Effabili & Meso sequentes species inter se distinguuntur.

XVI. Definitio.

AD lineas alias singulares transitus est nobis, per copulationem linearum binarum, quæ ipsæ quoque novos gradus scientiæ interponût. Secetur n. vel diameter, vel aliqua diametro commensurabilis saltem potentiâ & sic Effabilis, aut etiam aliqua Mese; secetur inquam in partes duas inæquales, aut conferantur ex duarum talium sectionibus, duæ quæcunq; partes, vel compositæ ex partibus, vel compositas potentias, diminutasve, ex talibus habentes, duæ inquam in genere inæquales: illæ aut erunt longitudine commensurabiles inter se; aut incommensurabiles qdem longitudine, commensurabiles verò potentiâ. Hic quamvis à commensuratione planè recesserunt singulæ, at junctæ tamen nonnullæ adhuc vel quadratis in unam summam collatis, vel Rectangulo communiter formato, constituunt plana hacte-

nus ex-

nus explicata, non minus quam idem faciunt & illæ, quæ sunt inter se commensurabiles. Cæterum cum multiplex sit talium duarum planè incommensurabilium copulatio, alia aliâ ignobilior: non poterimus omnes bigas in unum gradum referre.

XVII. Definitio.

Sit ergo quintus scientiæ gradus, Cum duæ nec Effabiles ambæ, nec MESÆ, ampliùsque inter se planè incommensurabiles, utrumq; faciunt Effabile, & summam quadratorum, & commune Rectangulum: non minùs quàm utrumq; horum faciunt duæ longitudine Effabiles, per 20. decimi Euclidis, vel etiam duæ solâ potentiâ effabiles, sed inter se tamen longitudine commensurabiles, per eandem. Ut latus de quadrato 2. & latus de quadro 8. sunt inter se in proportione dupla, quia quadra sunt inter se in proportione quadrupla. Sunt ergò longitudine quidem Ineffabiles, at inter se commensurabiles. Earum quadrata 2. & 8. juncta faciunt 10. Effabile planum, Et ipsæ in se multiplicatæ (quod est Rectangulum formare) faciunt rectangulum 4. etiam effabile. Hoc idem inquam, faciunt etiam duæ nec Effabiles nec Mesæ, ampliusq; inter se planè incommensurabiles: eòque non, ut priores illæ, in secundum vel tertium gradum scientiæ sunt referendæ, sed in Quintum.

Nota igitur quòd in hoc gradu mensuremus non lineas ipsas, nec singularum quadrata, sed mensuramus & commune ipsarum Rectangulum, & juncta utriusque quadrata in unam summam; ut quod uni quadrato deest, quo minus sit effabile, id ab altero quadrato sociato exactè compensetur.

XVIII. Definitio.

Sextus & ignobilior scientiæ gradus est, cum binæ junctæ, quæ nec effabiles, nec Mesæ, ambæ simul, etiamque inter se incommensurabiles, alterutrum saltem Effabile faciunt, reliquum verò Meson. Estque geminus; aut enim summa quadratorum effabilis, Rectangulum Meson; aut illa Meson, hoc effabile est.

Illo Effectu similes sunt Duabus Effabilibus sola potentia commensurabilibus, Nam potentiæ ambæ, hoc est quadrata Effabilia, faciunt etiam summam utriusque Effabilem 2: Rectangulum verò est Meson 2, per 22. decimi Eucl.

Hoc verò effectu similes sunt duabus Mesis sola potentiâ commensurabilibus, quæ sunt ad se mutuò, ut duæ Effabiles, inter quas prima ex 2. Mesis, est proportionalis Media: per 26. & 28. decimi Eucl. Nam quia sunt potentiâ commensurabiles: additæ igitur potentiæ faciunt summam partibus commensurabilem 2. At partes sunt Mesæ 2, & quod Meso est commensurabile, ipsum etiam est Meson, per. 24. decimi Eucl.

Hic Rectangulum binarum metimur quidem plano quadrato diametri, at non etiam summam quadratorum: nam ei solùm invenimus duas lineas, Rectangulum ei æquale formantes, quarum quadrata metiamur quadrato diametri.

XIX. Definitio.

Septimus adhuc ignobilior scientiæ gradus est, cùm duarum inter se incommensurabilium neuter effectus est effabilis, nec summa quadratorum, nec commune Rectangulum; sed tamen adhuc utrumque Meson.

Hisce sunt effectu similes, duæ Meses potentiâ solâ commensurabiles, quarum una sit ad alteram, ut una earum, quas inter MESE verè est Media proportionalis, commensurabilium sc. solâ potentiâ, ad tertiam aliquam, solâ potentiâ commensurabilem, per 29. Decimi Eucl.

Has tres bigas, duplici genere Planorum distinctas, Euclides ob id potissimùm docet invenire, quia faciunt ad compositionem & constitutionem specierum sequentium.

XX. Definitio.

Ergo scientiæ Gradus Octavus ex præmissis interpositis derivatur, estque linearum iterum singularium, sed quæ compositione duorum nominum, sc. duarum copulatarum ex præcedentibus copulis, vel abstractione unius, Epharmozusæ dictæ, ab altera sociâ, constituuntur, novam speciem facientes. Ut sic in his sciamus seu mensuremus non integras lineas, non integrarum quadrata, non bina unuscujusque Nomina, sed eorum juncta quadrata & commune Rectangulum, ut præcedentibus XVIII. XIX. Et quamvis totidem scientiæ gradus numerare possemus, quot sunt futuræ species, quarum semper prior est posteriore nobilior: quia tamen quælibet compositio vel abstractio ad suum gradum respicit, nec ipso compositionis vel abstractionis opere constituitur ulla diversitas, sed omnes se habent ex æquo ad suas Nominum seu Elementorum bigas: ideo unum solum earum gradum faciemus: sed species ejus sciamus nobilitate distinctas.

XXI. Propositio.

Sciendum est autem, ex duabus inter se longitudine commensurabilibus nihil fieri, quod hic in censum venire debeat: sive Effabiles illæ fuerint, sive Meses, sive Ignobiliores.

Nam si commensurabiles longitudine, tota etiam ex ijs composita, erit partibus commensurabilis. Atqui quæ Effabili commensuratur, Effabilis est: per de-

per definitiones ante 20. decimi Eucl. Quæ verò Meſæ commenſurabilis, eſt Meſe per 24. ejuſdem. Et quæ cunque ex jam ſecuturis Ineffabilibus poſt Meſas, commenſurabilis, ejuſdem cum illa ſpeciei eſt, per 66. 67. 68. 69. 70. 103. 104 105. 106. 107. Et ſic eſt etiam cum alijs ſpeciebus remotioribus, ab Euclide non commemoratis, quæ gradus remotiores faciunt. Ac etſi cum ijs non ita eſſet, id tamen ad nos nihil pertinet. Aut enim recidunt in unam ſpecierum, quas jam conſtituemus ex incommenſurabilibus; & ſic non augent numerum: aut faciunt ſpecies ignobiliores vel ſui vel alterius generis; & ſic non ſunt hujus loci, ubi gradus ſtruimus, præmiſſis proximos nobilitate.

XXII. Definitio.

TRansmiſſis igitur ijs, quæ ſunt longitudine commenſurabiles, accedamus ad eas, quæ ſolâ potentiâ ſunt commenſurabiles. Igitur ſi componantur tales duæ Effabiles: fit BINOMINIS: ſin abſtrahantur, ex relicto fit Apotome: utriuſque ſex ſunt ſpecies ſubordinatæ P. 48. 85. libri decimi.

Sin autem tales duæ Meſæ componantur, aut Effabile formantes Rectangulum, aut Meſon: fiunt compoſitione BIMEDIALES, abſtractione, MESES APOTOMÆ, illic PRIORES, hic POSTERIORES cognominatæ.

Hic conjungere non licet Effabilem cum MESE: ſunt enim tales duæ ſimpliciter incommenſurabiles, de quo genere jam in ſequenti agendum eſt.

XXIII. Propoſitio.

REſtant igitur planè inter ſe incommenſurabiles. Ex ijs verò aliæ quæ bigæ requiſitos effectus præſtare non poſſunt; ut ſunt binæ Meſæ, item una MESE cum una Effabili;

Illæ quidem propter bigæ ignobilitatem, iſtæ verò propter ſuas diſcrepantes Naturas. Vide 71. 108. 109. decimi Eucl. Nulla igitur ſpecies compoſitionis hinc poteſt arceſſi: reſtant, nobis Ignobiliores tantùm, excluſis & Effabilibus & Meſis.

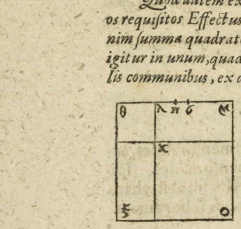
XXIV. Propoſitio.

EX biga verò primâ talium planè incommenſurabilium, ſcilic. quæ ſunt in præmiſſâ XVII. ſcibiles gradu quinto, componendo abſtrahendove rurſum naſcitur Effabilis; ſuntque neceſſariò BINOMINIS & APOTOME, vide 112. 113. 114. Decimi Euclidis. Ut ſi & ſumma quadratorum Binominis & Apotomes, & commune Rectangulum illis eſt Effabile, oportet Nomina ſingula unius, Nominibus ſingulis alterius eſſe commenſurabilia; quod non fit in omnibus BINOMINIBUS & APOTOMIS.

Quòd Binæ tales lineæ, duos requiſitos effectus præſtantes, neceſſariò fiant

Binominis & Apotome; demonstratur ad eundem modum, ad quem 33. decimi est demonstrata, tantùm ut pro dual^o ῥητοῖς δυνάμει μόνον, adhibeantur ῥητοὶ μήκει, & ubi vox μέσον occurrit, ῥητὸν ponatur: & ultimò comparetur Definitio Binominis & Apotomes.

Quòd autem ex compositione & abstractione Binominis & Apotomes, duos requisitos Effectus præstantium, sic rursum Effabilis; sic patet. Cùm enim summa quadratorum sit Effabilis, & rectangulum Effabile; compositarum igitur in unum, quadratum constabit ex utrius q. quadrato, & duobus rectangulis communibus, ex duabus sc. partibus Effabilibus: quare & totum quadratum Effabile erit: igitur & linea composita, potens illud quadratum. Sit Binominis λμ, ejus quandam κο, sit & apotome λθ, ejus quadrum θκ, & sint θκ, κο, juncta simul Effabilia, sit & Rectangulum ex θλ, λμ, effabile; talium autem duo κμ, κξ complent quadratum totius θμ compositæ, quod quadratum est θο.



De abstractione probatur in hunc modum. Si enim composita ex θλ, μλ, id est θμ, est effabilis, erit & dimidia θπ Effabilis, tanquam majus Nomen, & πλ Minus nomen, & altera dimidia πμ; auferatur ab ea μσ æqualem ipsi θλ, erit & residua πσ Effabilis, & tota λσ, sc. dupla ipsius πσ. At πσ est residua post ablationem Apotomes μσ, à Binomine λμ. Residuum ergò sit Effabile.

XXV. Definitio.

1 Gitur ex secunda biga sexti gradus Num. XVIII. præmisso, linearum inter se planè incommensurabilium, quibus summa quadratorum est Effabilis, Rectangulum Meson; compositione nascitur MIZON, seu MAIOR dicta; abstractione ELASSON, seu MINOR, Ex tertia, ubi summa quadratorum est Meson, Rectangulum Effabile, quæ componendo nascitur, nomen habet POTENS EFFABILE ET MESON, quæ abstrahendo, FACIENS CUM EFFABILI MESON TOTUM. Denique ex quarta biga septimi gradus, Num: XIX. præmissâ, ubi uterque Effectus sit Meson; componendo fit POTENS BINA MEDIA, abstrahendo FACIENS CUM MESO MESON TOTUM.

Et ecce Originem duodecim specierum Euclidearum, earumque Numeri causas. Nam ad remotiores, quæ vel summam quadratorum, vel Rectangulum commune, vel utrumque, proferunt ultra Effabilia & Mesa, in ignobiliores species, non censuit Euclides sibi progrediendum esse.

XXVI. Definitio & Comparatio.

SVfficere ista poterant etiam nobis ad constituendos gradus Demonstrationum, quibus latera figurarum, nobis ad Harmonica necessariarum, distinguuntur: nisi quibusdam ex recensitis accederent aliæ insuper proprietates, imò nisi prævenirentur hactenus recensitæ proprietates, nobilioribus alijs, quibus cumulantur gradus scientificarum Demonstrationum.

Ventum est ad compositionem & abstractionem; ubi lineas componendas vel abstrahendas laxè sumpsimus, nullâ ijs impositâ certæ quantitatis necessitate. Quòd si jam adstringamus leges, impositâ certa proportione bigis, non quidem sic datis, ut illæ junctæ unam duodecim specierum fecerunt; sed bigis aliter datis, uni scilicet rectæ datæ, & ejus parti majori inveniendæ, ut sit nimirum vel minor pars ad majorem, ut major ad componendam ex utraque; vel vicissim Major ad minorem, ut minor ad residuam: quod manet abstractione duarum factâ, non semper fiet gradus aliquis remotior, sed pro re nata, recidemus in unam explicatarum specierum, & regressu facto, comparabimus lineam constitutam, quæ per se est octavi gradus, cum lineis quarti gradus.

Quemadmodum enim in quarto gradu defin. XV. duæ rectæ communi operâ planum formabant, ex quo in quadratum redacto nascebatur linea, dicta Mese: sic jam duæ rectæ Tota & pars una, formant ipsam partem alteram subtrahendo, vel duæ partes formant totam addendo. Illic rectæ formantes, erant inter se commensurabiles solâ potentiâ: Hic missâ commensuratione, succedit proportionis identitas inter totum & partes. Illic proportionis similitudo erat inter minuendam & faciendam, interq; faciendam & majorem; hic etiam est proportionis similitudo, inter faciendas duas, interque earum unam & propositam totam, in abstractione: in compositione verò inter faciendarum unam & propositam, interque propositam & faciendam alteram. Illic igitur datis duabus, dabatur Rectangulum æquale quadrato faciendæ, & sic planum ante lineam: hic è contrario, factis duabus faciendis, sequitur demum æqualitas inter Rectangulum extremarum & quadratum Mediæ, per 17. sexti & 11. secundi Euclidis.

Illic rectæ formantes, quadrata habebant commensurabilia quadrato Rectæ propositæ: hîc docet Euclides, Prop. 30. libri Sexti, & sumere quadratum, propositæ quadrato commensurabile, sc. sesquintuplum ejus, & ab hujus quadrati latere auferre semissem propositæ, ut restet pars in propositâ statuenda, quâ parte de propositâ ablatâ, relinquebatur pars altera requisita, (vel ad totam additâ fiebat etiam tertia requisita). Et tot nominibus partes hæ videntur accensendæ gradui quarto.

In hoc verò puncto nobilior ipsâ Mese redditur linea, quamcunq; occupaverit ista proportio: quòd *Mese* longiori cathetâ, ex quatuor articulis compositâ, dependet ab Effabili propositâ: hujus verò partes

nitur;

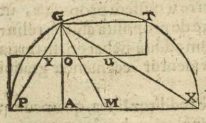
nituntur proportione suâ, quam habent immediatè ad ipsam Effabilem propositam. Eóque fit ut Mesôn possint esse multæ, eodem omnes gradu distantes ab Effabili; pars verò major in hac proportione ipsius Effabilis una sola sit, & omninò cujusque lineæ post Effabilem, una singularis. Quo nomine æquiparatur ejus demonstratio primo quodammodò gradui.

Quando igitur proposita Recta jubetur esse tota, ejusque duæ tales partes quæruntur, tunc hæc Geometris dicitur sectio secundum Extrema & Medium. Nimirum hoc sibi vult Nomen, quòd cùm aliàs vulgaris sectio totius in partes duas, non respiciat proportionem, aut si ad totam aliqua comparetur in eâ proportione, in quâ est minor pars ad majorem; tunc fiant quatuor termini, duo extremi & duo Medij: hic contrà fiant tantum tres termini, tota quidem & pars minor, duo extremi; pars verò major, medius terminus unicus.

Dicitur etiam eâdem de causâ sectio proportionalis. Hodierni & sectionem & proportionem ejus cognominant Divinam, propter admirabile ejus ingenium, & multiplicia privilegia: quorum præcipuum est, quòd semper parte majori ad totam additâ, composita rursùm est similiter secta; & quæ pars major erat, jam fit minor; quæ tota, jam major pars fit compositæ, per 5. Tredecimi Euclidis.

XXVII. Propositio.

CVm autem sectio talis in omnibus lineis locum habeat, in Effabili longitudine, in Effabili solâ potentiâ, in Mese, in duodecim reliquis speciebus recensitis, in alijs omnibus: nos in præsenti opere duabus solis ejus speciebus habemus opus, quæ cum speciebus hactenus explicatis coincidunt; secundum duas lineas secandas. Nam aut Effabilis est illa longitudine, aut Mizon. Quòd si Effabilis est longitudine, quæ ad secandum proponitur; sectæ pars major fit Apotome quartæ speciei; & respondet ei Binominis ejusdem quartæ speciei, communia cum ipsâ habens nomina. Sed cave confundaris, pars quidem major illa dicitur, relatione ad propositam; at eadem Apotome hic dicitur, non relatione ad propositam; sed qualitativè. Quod si quæras, cujus sit apotome; respondetur, quòd sit apotome alicujus, quæ solâ potentiâ est commensurabilis propositæ, quæ sc. potest sesquiquartum propositæ.



Sit GA proposita ad secandum, sitque Effabilis longitudine. Fiat rectus angulus GAM & AM sit dimidia ipsius GA, & connexis GM punctis, centro M, intervallo GM scribatur semicirculus PGX, & AM continuetur in ejus circumferentiæ punctum PX. fiat super PA quadratum PO. Ergò linea GA sectæ est proportionaliter in puncto O. Hæc igitur AO est pars major sectæ proportionaliter GA; at eadem AO vel ei æqualis AP, est Apotome non ipsius GA, sed ipsius MP vel MG, quæ

quæ potest tam GA, quàm AM illius dimidiam: ut si potentia ipsius GA sit 4. erit ipsius AM 1. Et ipsius igitur GM potentia erit 5. In quantum igitur AO vel AP est Apotome, respondet ei binominis AX: sunt q; nomina ipsius communia MX, vel MP, vel MG, & AM.

Quòd autem AP sit Apotome, & AX Binominis, utraq; quartæ speciei, sic probatur; Est enim utrunque nomen effabile & MX & MA; sunt tamen solâ potentiâ commensurabiles, quia MX (id est MG) potest 5. qualium MA potest 1. At 1. ad 5. non est ut numerus quadratus ad quadratum. Denique differentia potentiarum 1. & 5. est 4. numerus quadratus, cujus latus 2. longitudine Effabile, æquale sc. ipsi GA propositæ. Hæ verò sunt notæ speciei quartæ Binominum, in definitionibus ante P. 74: & Apotomarum, ante pr. 85. decimi Euclidis.

Denique si GA Effabilis secetur proportionaliter, pars ejus major OA & composita ex utraque OA, AG cadunt in gradum scientiæ quintum. Nam quadrata ipsarum juncta, summam faciunt Effabilem, triplum scilicet ipsius GA effabilis, per 4. Tredecimi Euclidis: Rectangulum verò etiam Effabile fit, quia est æquale quadrato ipsius GA effabili, cùm sit GA media proportionalis inter OA partem, & OA, AG compositam, per præmissa.

XXVIII. Propositio.

VIcissim, si aliqua Effabilis longitudine sic proportionaliter fuerit secta, pars ejus minor fit Apotome primæ speciei.

Ut si Effabilis sit GA, ut antea, & ejus sectæ proportionaliter pars major AO, minor OG; erit etiam OG Apotome, per 6. Tredecimi Euclidis.

Rursum a. OG dicitur Apotome qualitativè non relatione ad GA effabilem longitudine, cujus est pars minor; nec relatione ad MG, vel MP, cujus ipsa AO vel AP est Apotome; sed habet GO, Nomina peculiaria. Cùm enim per Prop. 97. decimi Euclidis, quadratum cujuscunque Apotomes, & sic etiam quadratum PO, extensum ad Effabilem (ut hic ad GT, ipsi GA æqualem) faciat latitudinem GO, primæ speciei Apotomen: ipsa vicissim AO erat Apotome speciei quartæ. Illius igitur GO nomen majus, est Effabile longitudine; hujus AO majus nomen MP erat solâ potentiâ effabile. Et vicissim, quia nomina sunt solâ potentiâ commensurabilia, oportet Minus nomen, seu Prosharmozusan ipsius GO, esse solâ potentiâ effabilem: cùm ipsius AO nomen minus AM esset longitudine effabile: utrique tamen hoc manet, quod differentiæ quadratorum à nominibus descriptorum, fit quadratum alicujus effabilis longitudine.

Quæ autem sint hujus GO, primæ Apotomes Nomina, relinquo alijs quærendum. Prosharmozusa quidem ipsi GO ut Apotomæ Primæ est unica solâ per 79. Decimi Euclidis. Quæ debet esse talis, ut ejus quadratum sit Effabile, non tamen numero quadrato: ipsa verò cum GO debet facere lineam unam Effabilem longitudine: & per 30. Decimi, si ex hac unâ tot â fiet diameter circuli, verbi causa PX; & si Prosharmozusa, paulò longior quàm PA (si quidem tota esset æqualis ipsi PX) abuno termino Diametri X, applicetur circumferentiæ XG; tunc quâ signa GP connectit, debet esse ipsi PX toti commensurabilis longitudine.

XXIX. Propositio.

Quando vero secta fuerit proportionaliter aliqua Mizon; cujus quadratum sit æquale rectangulo sub longitudine, compositâ ex propositâ effabili & potente ejus quinq; quartas, & sub latitudine quinque quartas potente; tunc minor pars sit Elasson: ubi Elasson est nomen non comparationis, sed qualitatis: major verò pars sit Mizon alia, rursum qualitativè intellecta, quæcunque ejus sint Elementa.

In schemate fol. 16.

Sit vt prius, propositæ effabilis longitudo dimidia GA, ejusq; rursum dimidia AM; vt qualium GA potest 4. posit AM 1. & sit GAM rectus, poterit igitur MG talium 5. continuetur MA utring, & centro M, intervallo MG, scribatur semicirculus PGX. Est igitur PX dupla ipsius GM; quare & PX poterit quinq; quartas partes de potentiâ propositæ, duplæ ipsius GA. Sed PG, GX quadrata juncta, sunt æqualia quadrato PX, ergò & illa sunt quinq; quartæ de quadrato propositæ effabilis. Porrò si ex PG, GX feceris lineam unam sejus quadratum constabit ex duobus quadratis PG, GX, & ex duobus Rectangulis sub PG. GX, quibus sunt æqualia duo rectangula sub GA. PX, hoc est, unum Rectangulum, sub propositâ duplâ ipsius GA, & sub PX, effabilibus duabus, sed solâ potentiâ commensurabilibus: quam ob causam rectangulum hoc erit Meson, per 22. decimi Eucl. Cùm ergò quadratum lineæ PGX totius, constet ex quadrato PX effabili, & rectangulo Meso, ejusdem latitudinis PX: quæ duo, quadratum PX, & rectangulum sub duplâ ipsius GA & sub PX, sunt æqualia rectangulo, quod continetur sub PX, effabili, & sub compositâ, ex PX & duplâ ipsius GA, solâ potentiâ commensurabilibus, quarum partium major PX plus potest minore (duplâ ipsius GA) aliquâ sibi commensurabili longitudine (potest enim PX 5. qualium dupla ipsius GA potest 4. excessus igitur 1. est quadratum alicujus, quæ incommensurabilis est ipsi PX, eò quod 1. ad 5. non sit, vt quadratus numerus ad quadratum) quibus de causis dicta composita ex PX & GA duplicatâ, est Binominis quartæ speciei: cùm inquam quadratum totius PGX sit æquale tali rectangulo sub Apotome quartâ & Effabili: linea igitur PGX tota erit Mizon. Elementa ipsam componentia, sunt partes PG, GX. Nam quia PA, est Apotome, & AX Binominis: sunt igitur inter se longitudine Incommensurabiles. Vt verò PA ad AX: sic quadratum PG, ad quadratum GX. Ergò PG, GX sunt potentijs & sic simpliciter incommensurabiles inter se; & faciunt summam quadratorum effabilem, quippe æqualem quadrato PX: rectangulum verò sub PG, GX Meson. Ergò per 39. decimi, composita ex PG, GX est Mizon: Et per 76. Decimi, ablatâ PG, à GX, relinquitur Elasson. Atqui tota PGX est secta proportionaliter in G, Nam vt PA ad AG, sit PG ad XG. At PA est ipsius GA proportionaliter sectæ pars major OA, quia MP potest ipsius MA quintuplum & Apotome AP æqualis est AO per 11. secund. Eucl. Ergò & PG est ipsius GX proportionaliter sectæ pars major: & per 5. Tredecimi, addita PG, pars major, ad GX totam, parit novam totam PGX, proportionaliter sectam in G; vt jam PG sit hujus compositæ pars minor, GX ejus major. Et sic PGX, existens aliqua Mizon, secta est eodem puncto G & in sua Elementa, ex quibus Mizon denominatur, & simul in suas partes proportionis divinæ.

Dico

Dico easdem partes proportionaliter sectæ, esse simul etiam Elassona & Mizona. Quia enim AP est Apotome quarta, quod igitur sub AP Apotome & PX Effabili, est potentia Elassonis, 94. decimi Euclidis: & quia AX est Binominis quarta, quod igitur sub hac & PX Effabili, est mizonis potentia: sed quadrata PG, GX, sunt æqualia Rectangulis APX, AXP, singula singulis, ergò PG est Elasson, GX Mizon.

Conveniunt igitur hic in unum, nomina qualitatum & nomina proportionum. Nam PG dicitur pars minor, respectu totius PGX proportionaliter sectæ in G; dicitur & linea minor seu Elementum minus ipsius PGX totius, ut hæc est aliqua Mizon qualitativè; dicitur denique græcè Elasson, quod sonat Latinè minor, qualitativè, respectu aliarum duarum linearum, hic non expressarum, quarum subtractione unius ab alterâ, ipsa constituitur.

Eodem modo GX, primò dicitur pars major totius PGX proportionaliter sectæ; secundò dicitur linea vel Elementum majus lineæ totius PGX, ut hæc est qualitativè Mizon suo proprio jure, non minus quam tota PGX suo: sed lineæ facientes ipsam GX Mizona compositione suâ; non sunt hic expressæ.

Propter hunc concursum sectionis proportionalis, & sectionis Mizonis in sua Elementa, credo indita fuisse his speciebus Nomina qualitativa Mizonis & Elassonis.

Cavendum autem hic est diligenter, ne discrimina rerum confundamus; sectio proportionalis est absoluta proportio, non alligata ad unam aliquam lineam, in notitiâ primam, quæ proposita Effabilis dicitur: species verò istæ Mizonis & Elassonis, sunt figuratæ certis gradibus discessionis suæ à primâ propositâ Effabili. Itaque sectio divina progreditur in infinitum; at non sequitur eam affectio Mizonis & Elassonis: in illâ (sectione) pars quæ modo major erat, proximo gradu fit minor: in hac, Elasson qualitate suâ, nunquàm nulloq; respectu fit Mizon, nec Mizon Elasson. Itaq; si GX Mizon dividatur rursùm proportionaliter, pars ejus major erit æqualis ipsi PG, eoq; Elasson manebit qualitativè; nequaquam verò Mizon qualitate fiet, ut fit pars major quantitate: & diu quidem GA est Effabilis proposita.

Quæris si Mizon sit PGX qualitate, Mizon etiam GX qualitate; cur non etiam ipsius GX Elementum majus possit esse aliqua Mizon, sicut ipsius PGX Mizonis majus Elementum erat GX, Mizon & ipsa? Quia etsi utraque est Mizon, tam PGX, quàm GX; alia tamen illic, alia hic est formatio. Nam in quadratum PGX venit quadratum PX totum, rectangulum, sub duplici GA & sub PX, totum. At in quadratum GX, ingreditur de quadrato quidem PX, dimidium, sc. quod sub MX, XP, de rectangulo verò sub duplici GA & sub PX, pars solummodo quarta, sc. quod sub AM & sub PX. Alia igr hic est proportio Mesi ad Effabile, alia illic. Nostra verò propositio concursum hunc, sectionis divinæ, & qualitativæ compositionis, in partibus lineæ ijsdem, de priore solùm PGX, eiusq; propriâ proportione Mesi ad Effabile de, mõstrare nititur, non itidem de posteriori.

Nota verò & hoc ad perfectionem analogiæ; quòd sicut GX Mizon compositione proportionis divinæ, fit maior aliqua Mizon, sc. PGX, ad-

ditâ PG, q̄ est ipsius GX, pars maior in sectione divina: sic è contrario, PG Elassonis hujus speciei, sectione proportionis divinæ, dat PY minorem aliq̄ Elassona seipsâ, sc. ipsius PG sectæ partem majorem, vel ipsius GX sectæ partem minorem GV: ut sicut maxima PGX cadit per sectionem divinam, in XG Mizona & GP Elassona, sic secunda Mizon GX, cadat in duas Elassonas XV, VG, æquales sc. ipsis GP, PY: atque ita duæ Elassones componant unam Mizona; Mizon verò & Elasson aliam Majorem Mizona.

XXX. Propositio.

CLasses Figurarum singulas singuli faciunt numeri laterum Primi: & reputantur in classes, quæ habent Numerum laterum continuè duplum numeri sui Primi.

Sequitur hoc ex defin. X. hujus. Nam si omnium figurarum, quæ Numeros laterum habent unius alicujus continuè duplos, eadem est forma demonstrationis propriæ: omnium igitur illarum eadem est Classis, causâ demonstrationis. Non mutat quippe bisectio genus vel classem, associata earum singulis: propter & simplicitatem & æqualitatem Partium junctim: ex singulis enim prioris figuræ arcubus facit partes binas tantùm, easq. æquales. At trisectione aut quinisectione, aut sequentibus, non effugies, quin aut inæquales designes partes, si binæ tantùm esse debeant, aut multas, id est, plures duabus, si æquales. Ut in trisectione arcus 3. vel secatur in 2. 1. binas & inæquales, vel in 1. 1. 1. æquales sed multas.

Antecedens verò sic probatur. Demonstratio petitur à numero laterum; p. X. hujus; Jam Primi numeri non communicant aliquâ parte numerosâ, nam unit as qua communicant, divisionem non admittens, non est pars numerosa vel numerus. Ergò etiam demonstrationes per eos factæ, non communicant inter se. Classes igitur singulorum Primorum distinctæ sunt. Harum prima est, in qua sunt figuræ (vel quasi) numeris laterum hisce: 2. 4. 8. 16. 32. & infinitæ: Secunda habet 3. 6. 12. 24. 48. 96. & infinitas: Tertia habet 5. 10. 20. 40. 80. 160. 320. & infinitas. Aliæ infinitæ.

XXXI. Propositio.

CLasses Figurarum singulas singuli faciunt Numeri, laterum duorum Primorum (excepto binario) minimi multiplices.

Sequitur hoc ex definitione XI. hujus. Nam si figura talis ad demonstrationem sui lateris non utitur numero suorum angulorum: est igitur diversa ejus demonstrationis forma à superioribus omnibus, quare etiam diversa classis. Excepta verò fuit binarius à genesi novæ classis, in Primum aliquem multiplicatus: quia bisectio anguli cum sit Geometrica, ipsa est, quæ classes singulas ex æquo in infinitum prorogat: quòd nisi esset, classes nullæ essent, sed singulares tantùm figuræ. Harum prima est, 15. 30. 60. 120. 240. 480. &c. multiplicatis 3. in 5. Secunda 21. 42. 84. &c. multiplicatis 3. in 7. Sequuntur infinitæ ut cum 5. in 7. ducitur. Hinc 35. 70. 140. &c.

XXXII. Propositio.

SEd & quadrati Primorum numerorum, excepto Binarij quadrato, & facti à quadratis & alio Primo, Primive quadrato, classes gignunt singulas, & distinctas à prioribus.

Quòd quadratus numeri Primi, non eandem cum Primo classem facit, causa est, quia cùm Primus ipse novam figurarum classem faciat, dividentium circuli totum, per XXX hujus: jam idem Primus, non totum, sed partem circuli dividens, omninò aliam faciet demonstrationem, si quidem illa possibilis fuerit: cùm Pars circuli à Toto multùm differat causâ speciej, figurationisq; absolutæ: in quâ figuratione nunc occupamur, quippe quæ demonstrationem formatur.

Quòd autem binarij quadratus excipitur; causa est, quia figura, bis duos habens angulos, hoc est, Tetragonus, cadit in classem primam: multiplicatus verò Quaternarius in Primum, cadit in Primi classem, quia quatuor sunt bis duo: omnis verò figura, duplo laterum Numero, eodem refertur, quo figura simplo laterum Numero.

Harum prima est, in quâ figuræ 9. 18. 36. 72. 144. 288. laterum & infinitæ.
Secunda, in quâ 25. 50. 100. 200. 400. & infinitæ.
Tertia, in quâ 49. 98. & infinitæ.
Infinitæ aliæ classes à quadratis.
Sic 27. 54. 108. 216. 432. & infinitæ, ex 3. & 9.
Sic 75. 150. 300. & infinitæ, ex 3. & 25.
Sic 147. 294. & infinitæ, ex 3. & 49.
Sic 45. 90. 180. 360 & infinitæ, ex 5. & 9.
Sic 125. 250. 500. 1000. & infinitæ, ex 5. & 25.
Sic etiam 225. 450. 900. & infinitæ ex 9. & 25. duobus quadratis.
Infinitæ aliæ classes, ex Primis in quadratos, aut ex Primorum quadratis in se multiplicatis.

XXXIII. Propositio.

SI a duplo numeri angulorum Figuræ abstuleris quatuor, formabis Numeratorem partium anguli recti, quas valet angulus figuræ; Denominator verò partium est ipse numerus Angulorum.

Ut in Trigono bis tria sunt sex, aufer 4, restant 2. Ergò angulus Trigonicus valet duas tertias Recti. Sic in Icosigono, bis 20. sunt 40, aufer 4. Ergò angulus Icosigonicus valet 36. vicesimas vel 9. quintas unius Recti. Nam cujusq; figuræ anguli distribuuntur in totidem triangula, quot habet latera, duobus minus. At cujuslibet Trianguli anguli valent duos Rectos: ergò cujuslibet figuræ anguli valent duplo plures Rectos, quàm Figura habet angulos, quatuor minùs. Hic verò numerus Rectorum distribuendus est in numerum angulorum figuræ, ergò hic denominat, ille numerat partes unius Recti.

XXXIV. Propositio.

CIrculus Geometrica descriptione in duo secatur æqualia; & linea bisecans illum scitur scientiâ primi gradus: est enim Diameter ipsa.

Principium enim figurationis in circulo est, ducere rectam lineam per punctum imperatum, quousq; est opus.

Recta bisecans circulum est diameter, sc. per centrum ducta, quia partium circuli inter se æqualium est maxima semicirculus, linea igitur secans in duos semicirculos, est & ipsa longissima, per 14. Tertij Euclidis, & diameter, per 15. & per definitionem.

Porrò diameter est illa ipsa Effabilis, proposita pro Mensurâ cæterarum, & ipsa sibi æqualis, suique Mensura perfecta, principium scientiæ Geometricæ.

XXXV. Propositio.

TEtragoni latus habet Geometricam descriptionem ex angulis, extra circulum, & si inscribatur circulo, Ipsa est in gradu scientiæ tertio, quadratum ejus in secundo, ut & area figuræ.

Tetragonus Esto OQPR, ejus angulus, per XXXIII. hujus, est rectus, quare per 46. primi Euclidis, facilè dato latere, describitur Tetragonus.

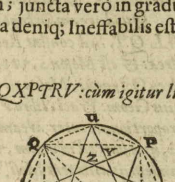
Cùmq; angulos habeat quatuor, lateraque totidem; duo ergò latera occuntia, duas Circuli quartas intercipiunt, hoc est, semissem circuli. Quare per XXXIV. hujus, extrema laterum contiguorum connectit diameter circuli. Ut QO, QP, angulum OQP rectum in semicirculo OQP formantes, extremis O. P. connexa sunt per diametrum circuli OLP. Quare per 47 primi Eucl. quadrata duorum laterum OQ, QP, æquant quadratum diametri. Et si dimidia pars de quadrato diametri rediganur in formam quadrati, per 14. secundi Eucl. latus ejus erit latus Tetragonicum. Ita quadratum lateris est Effabile.

Et quia quadratum OP est ad quadratum OQ, ut 2. ad 1. non verò ut numerus quadratus ad Numerum quadratum; OP verò est Effabilis longitudine: ergò latus OQ, est Effabilis solâ potentiâ, per 9. decimi Euclidis. Area verò tetragoni est eadem in hac figurâ, quæ Quadratum lateris, ergò & area Figuræ est Effabilis.

XXXVI. Propositio.

OCtogoni latus habet Geometricam descriptionem ex Angulis, nec minus etiam Octogonicæ stellæ latus, seu subtensa tribus octavis partibus circuli, suntque in gradu scientiæ octavo, singula

singula, illud quidem Elasson, hoc verò Mizon; juncta verò in gradu sexto, & proportionis cujusdem singularis. Area deniq; Ineffabilis est, quippe Meson.



Sit octogonus VQTOXRSP, stella verò VOSQXPTRV: cùm igitur lineæ binæ, verbi causa QT. TO, comprehendentes angulum octogonicum QTO, connectantur extremis Q. O. linea connectens est latus Tetragoni, quia de Octo semis est quatuor.

Ergò descripto Tetragono (ut alios describendi Octogoni modos omittam) in circulo, ducatur in latus ejus OQ ex centro L, perpendicularis, secans latus in M, arcum in T. per 11. primi Eucl. quo facto per 30. Tertij Eucl. erunt quartæ partis circuli OQ, duæ partes, sc. arcus OT. TQ. æquales. Connexis ergò punctis O & T, erit OT recta latus Octogoni, & connexis O. S. erit OS latus stellæ.

Connexo centro L cum Q, quia QML est rectus, ergò QL Effabilis longitudine, potest QM, & ML. potest autem QL semidiameter duplum ipsius QM semilateris Tetragonici. Ergò QM & ML sunt æquales, & utraq; Effabilis solâ potentiâ per XXXV hujus. Plus igitur potest LQ, quàm LM, potentia ipsius MQ, quæ longitudine est incommensurabilis ipsi LQ. Sed sunt æquales LQ & LS, & LT. Ergo composita SM erit Binominis quarta, cujus Nomina sunt SL, & LM. per definit. ante 48. decimi Euclidis. Residua verò MT erit Apotome quarta, cujus Nomina TL, & LM. per definitionem ante 85. decimi Euclidis.

Et quia MS binominis quarta, & ST effabilis, quare per 57. decimi Euclidis, linea QS, quæ potest Rectangulum sub ipsis, est Mizon: sic quia TM est Apotome quarta, & TS effabilis; ergò TQ latus Octanguli, potens rectangulum sub MT, TS est Elasson, per 94. decimi Eucl.

Elementa illarum sunt in hac delineatione, PA majus, & AT minus. Nam ad PA addita AT, facit PT latus stellæ: rursum à PA vel TT ablata TA, relinquit AT, id est QV latus Octogoni. Scilicet Elasson TQ potest duplum Prosharmozusæ TA; & latus Tetragoni QP, potest utrumque Elementum PA & AQ, id est AT.

Et sicut PX Mizon ad majus Elementum PA, sic TQ Elasson ad minus Elementum TA, & vicissim, ut majus elementum PA, ad minus AT, sic Mizon PX ad Elassonem TQ: Ut pars major ad minorem; sic totum ad differentiam.

Porro hæc latera SQ, QT, non ipsa sunt tantùm Mizon & Elasson; sed sunt etiam tales lineæ, ex quibus aliæ tales fiunt addendo vel subtrahendo. Primùm enim sunt inter se incommensurabiles, secundò quadrata ipsarum TQ, QS juncta æquantur quadrato effabili ipsius TS. Tertiò Rectangulum sub TQ, QS est Meson, est enim æquale Rectangulo sub QM semilatere Tetragoni, solâ potentiâ effabili, & sub TS effabili longitudine: quam ob causam sunt etiam juncta in gradu scientiæ sexto. Quare per 39 decimi, compositæ in unam TQS fiunt Mizon, & per 76. decimi, TQ hoc est QZ ablata à QS, relinquit ZS Elassonem. Itaq; fieri potest, ut Elasson & Mizon unius bigæ, fiant Elementa alte-

alterius bigæ, & Elaſonæ, ablata à Mizone ſuâ; relinquat Elaſona alterius.

Quod aream Octogoni attinet, illa conſtat ex octo talibus trigonis, qualis eſt L Q T. Sed conſtat Rectangulum Q T R S ex talibus quatuor; eſt ergò ſemiſsis Areæ: & eſt Meſonæ, ut paulò anteà probatum; ergò etiam duplum ejus, ſcilicet Area Octogoni, Meſon eſt, per poriſma Prop. 24. decimi Euclidis. Hinc Clavius Geom: Pract. libro VIII. Prop. 31. demonſtrat, aream ejus eſſe medium proportionale inter aream Tetragoni inſcripti & aream circumſcripti Tetragoni, quæ ſunt ad invicem, ut 1. ad 2. quæ determinatio quantitatis certæ, infert eandem qualitatem Meſi.

XXXVII. Propoſitio.

HEKKædecagoni latus habet Geometricam deſcriptionem ex angulis, ſed lateris ſcientia longiùs evagatur, in gradus ignobiliores omnibus præmiſſis: multóque magis ejus ſtellarum latera, ſeu ſubtenſæ tribus, quinque, ſeptem, ſedecimis.

Quia bis octo ſunt ſedecim, ideò per latus Octogoni, figura hæc ex iiſdem fundamentis deſcribitur, quibus antea Octogonus per latus Tetragoni.

Eſto Q O latus non jam Tetragoni, ſed Octogoni & Q T, T O latera jam ſedecanguli, & Q P latus ſtellæ Octangulæ eſto: id fuit prius Mizon: ergò & L M ejus dimidia erat Mizon. Quare rectangulum ſub S T Effabili & L M Mizone, eſt ſpeciei planè novæ, cujus inter gradus ſuperiùs explicatos, ut nobiliores, nulla fit mentio. Tale verò novum, ablatum abeo, quod ſub L T, T S, Effabilibus longitudine continetur, relinquit iterum remotiorem aliquam ſpeciem, rectangulum ſcilicet ſub M T, T S æquale quadrato T Q, lateris Hekkædecagoni. Multò magis id verum de pluri angulis hujus Claſis: ut 32. 64. 128. angulorum etc:

Cùm ſic habeat cum latere uno, ſeu ſubtensâ uni ſedecimæ, jam illius potentia ablata à potentiâ diametri, relinquit ſubtenſam, ſeptem ſedecimis, eſt igitur illa gradus remotioris.

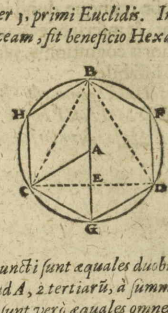
Tres verò ſedecimæ ſubtenſam habent derivatam à ſubtenſa tribus octavis per biſectionem: ſunt igitur in remotiori gradu, quàm illa: Et potentia ſubtenſæ tribus ſedecimis, ablata à potentiâ diametri, relinquit potentiam ſubtenſæ quinque ſedecimis. Eſt igitur hæc rurſum remotiori gradu.

XXXVIII. Propoſitio.

TRigoni & Hexagoni latera geometricam habent deſcriptionem, ex angulis figurarum; & in circulum inſcripta, ſunt ſcibilia, illud tertio, hoc ſecundo gradu; plana verò, ſeu areæ figurarum ſunt Meſa, proportionis inter ſe duplæ.

Trigo-

Trigoni constructio extra circulum est facilima per 1. primi Euclidis. Inscriptio in circulum expeditissima, vt cæteros modos taceam, fit beneficio Hexagonici lateris. Quia de sex semis sunt tria. Et Hexagoni quidem descriptio & inscriptio sunt libro quarti Euclidis propositi. 15. Sed ostendenda est consecutio quantitatis lateris, ex angulorum rationibus.



Sit Hexagonus BHCGDF. Cùm igitur sint anguli 6, planum etiam Hexagoni dividetur in Triangula sex, verticibus in centro A coëuntia: quale unum est CAG. Quare quatuor Rectorum, centrum A circumstantium, summa divisa in sex vertices, dat uni verticali angulo CAG quatuor sextas, seu duas tertias unius Recti. Atqui trianguli CAG omnes tres anguli juncti sunt æquales duobus rectis, seu sex tertijs unij Recti: Abstracto ergò angulo ad A, 2 tertiarũ, à summâ 6 tertiarũ, restant duobus ad C, & G, summa 4 tertiæ: sunt verò æquales omnes: ergò unicuiq; ad C. & G. manent 2. tertiæ unius Recti, non minùs quàm verticali ad A. Atqui si tres anguli sunt æquales, oportet & latera esse æqualia in Triangulo. Quare CG latus idem & Hexagoni, & trianguli, quod est sexta ejus pars, est æquale semidiametro circuli CA vel AG. Est igr Effabile longitudine lato Hexagoni, dimidiũ sc. diametri. Hic verò est Gradus II. per XIII. hujus.

Jam Trigoni, qui sit BCD, latus BC connectit duo latera Hexagoni CH, HB, coëuntia in H. Cùm ergò BHC sit 2 tertiæ semicirculi, & CG una tertia, arcus ergò BCG est semicirculus, & BG diameter, per A transiens. Ergò BCG angulus in eo est Rectus, per 31. Tertij Eucl. Quadrata igitur BC, CG æqualia sunt quadrato BG, per 47 Primi Eucl. Sed CG, est semidiameter, ejusq; quadratum est hujus quadrati pars quarta; ablata igitur quartâ parte de quadrato BG, relinquatur quadratum lateris Tetragonici BC. Est ergò quadratum hoc effabile: sed quia se non habet ad quadratum BG vt numerus quadratus ad quadratum numerum, sed vt 3 ad 4, ideò BC est solâ potentiâ Effabilis. Hic verò est gradus Tertius, per XIV. hujus.

Et quia BC, CD æquales, anguli q; BCD, BDC æquales: ergò BE perpendicularis, demissa in CD, secabit illam in E in æqualia CE, ED. Erat verò Effabilis solâ potentiâ, tota CD; quare & ejus dimidia CE. Rectangulum ergò sub CE, AG solâ potentiâ commensurabilibus, quarum ista est Effabilis longitudine, Meson est. Sed hoc Rectangulum est æquale areæ duorum triangulorum, ipsius CGA æqualium (quorum sunt in Hexagono sex) & sic tertiæ parti Areæ Hexagoni. Area igitur Hexagoni est planum Meson. Et quia BCA & BCH triangula, sunt laterum BA & BH, CA & CH æqualiũ, uno communi BC: habent igitur areas æquales. Sed BCH, BDF, CDG sunt partes Hexagonicæ areæ, quibus illa excedit aream Trigonicam BCD, totidem æqualium triangulorũ, BAC, CAD, DAB. Dupla ergò est area Hexagonica Trigonicæ: Meson igitur est etiam Trigonica area, quia commensurabilis, scil: dupla, Hexagonicæ, quæ erat Meson.

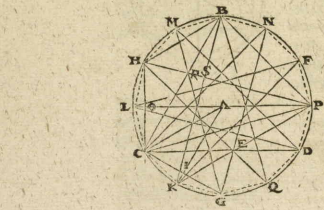
XXXIX. Propositio.

Latera Dodecagoni & Stellæ cognominis seu sub-

tensæ quinque duodecimis partibus circuli Geometricè describi possunt, & inscripta eidem circulo, scibilia sunt, singula gradu octavo nobilioris cognitionis, juncta gradu quinto; Planum verò Dodecagoni est Effabile.

Dodecagonus esto BMHLCKGQDPFN, stella Dodecagonica BK FLDMGNCPHOB.

Quia igitur bis sex sunt duodecim, ideò per latus Hexagoni figura ijsdem ex fundamentis describitur, quibus antea Octogonus per latus Tetragoni, ductâ in HC latus Hexagoni ex A centro perpendiculari, secante latus in O, circulum in L. P. & connexis LH pro latere Dodecagoni, HP pro latere stellæ.



Cùm igitur HC latus sexanguli sit Effabile longitudine; talis erit & dimidia HO, sed AC, æqualis ipsi HC, potest & quod à dimidio sui OC, & quod ab AO, Ergò quadratum ipsius AO se habet ad qdm AC vel AP, vt 3. ad 4. non vt numerus quadratus ad quadratum. Sunt igitur PA, AO, solâ potentiâ inter se commensurabiles, vt & LA, AO. Et CA, hoc est PA vel AL, major Effabilis, plus potest quam OA minor, aliquo, quod est à CO sibi commensurabili. Ergò per def. ante 48. decimi Eucl: Composita PO est Binominis, & per def. ante 85. OL residua, est Apotome, utraq; Prima cognomine. Nomina sunt AP, Effabilis simpliciter, & AO, Effabilis solâ potentiâ. Sed per 54. decimi Eucl. HP, potens rectangulum sub OP Binomine primâ & PL Effabili, est Binominis, & per 91 ejusdem, HL latus Dodecagoni, potens rectangulum sub OL Apotome primâ & LP Effabili, est Apotome. Itæ cadunt singula in gradum scientiæ octavum nobiliorem.

Nomina hujus compositæ PH & diminutæ HL, sunt PS & SH. Cùmq; HB sit sexanguli latº, KP Trianguli, BP, Quadrâguli, illud qdem potest duplum Nominis minoris, sc. HS, & SB, istud duplum majoris, sc. KS, & SP; hoc verò potest utrumq; simul, quodq; semel, sc. BS & SP.

Componitur etiam PH binominis, ex PR latere quadrati, & RH latere Dodecagoni; at propter hanc compositionem non dicitur Binominis; quia per 42 decimi Eucl. præter unum signum, quod hic fuit S, nullum aliud dari potest, quod illam dividat in sua Nomina.

Cùmq; HO, LP sint Effabiles longitudine, rectangulum sub ijs, id est sub LH, HP erit Effabile, & summa quadratorum LH, HP est itidem Effabilis, æqualis quippe quadrato ipsius LP. Ergò hoc nomine, junctæ LH, HP, sunt in gradu scientiæ quinto. Nec quicquam novi faciunt junctæ, nec rursum Binominem vel Apotomen: addita enim LH ad HP, facit Effabilem potentiâ solâ, sc. cujus quadratum est sesquialterum quadrati LP: ablata verò LH, vel HR ab HP, constituit rursum Effabilem potentiâ, PR, latº quadrati: cujº quadratum est dimidium quadrati LP.

Cùmq; Area Dodecagoni constet Triangulis 12, qualium est unum LAC, in rectangulo verò LHPD Effabili contineatur eorum quatuor, id est Triens Areæ totius; ergò & tota area Effabilis est, quantam scil.

creat

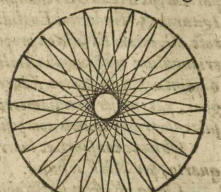
creat ducta HO in LP ter; Est igitur Area Dodrans de quadrato diametri, seu Medium Arithmeticum inter Tetragonum circulo circumscriptum, & Tetragonum eidem inscriptum; sicut Area Octanguli est inter eos Medium Geometricum.

XL. Propositio.

FIgura Regularis viginti quatuor laterum, & omnes ab ea, duplicato continuè numero laterum, Geometricas quidem inscriptiones habent, sed laterum scientia evagatur longius, in gradus remotiores ijs qui prius sunt positi: ut & stellarum ejus seu subtensarum 5. 7. 11. vicesimis quartis.

Probatur ut prius Prop. XXXVII. de sedecangulo; hoc tamen discrimine, quod jam hic latus stellæ Dodecagonicæ ejus q. dimidium, sunt Binomines primæ, quare rectangulum sub dimidia & sub diametro, ut Effabili, nondum fit novæ speciei, quia potens illam per 5 4, est iterum Binominis. At jam hoc rectangulum ablatum ab Effabili sub tota & dimidia Diametro, relinquit novi quid, cujus hactenus non facta est mentio, & ignobilius, quippe magis compositum; & hoc fit potentiâ lateris 24 anguli.

Id multò magis verum de pluribus angulis figuris hujus Classis; ut quadraginto8 anguli, nonaginta sex anguli, &c.



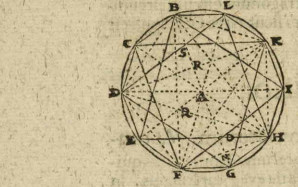
Subtensa quinque vicesimis quartis circuli patescit, bisectione arcus in quo sunt quinque duodecimæ: potentia illius ablata, à potentia diametri, relinquit potentiam subtensæ septem vicesimis quartis: sic potentia lateris seu subtensæ unius vicesimæ quartæ, format eadem methodo potentiam subtensæ undecim talibus partibus. Sunt igitur omnes in gradu remotiori.

XLI. Propositio.

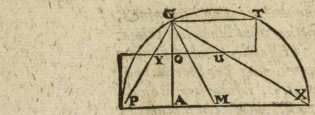
LAtera Decagoni & stellæ decagonicæ, seu subtensa tribus decimis partibus Circuli, descriptionem habent Geometricam ex angulis, inscriptionemque in circulum; suntque scibilia, seorsim quidem singula Gradu octavo scientiæ, juncta verò, gradu quinto; & cum semidiametro juncta, gradu quarto.

Sit Decagonus BCDEFGHIKL, & stella ejus BEHLDGKCFIB. Cum ergò sint anguli decem, figuræ planum erit compositum ex decem triangulis coëuntibus in centro A, quale unum est FAG. Distributâ igitur quatuor rectorum summâ, quæ est circa unum A punctum, in decem illorum triangu-

lorum vertices, veniũt singulis 4. decimæ vel 2. quintæ unius recti. Atqui summa triam angulorum hujus trianguli, est 10 quintæ id est 2. Recti; hinc igitur ablato verticali ad A 2. quintis, relinquitur duobus ad basim 8. quintæ: & cùm sint æquales; singulis igr 4. quintæ Ita quilibet ad basin duplus est anguli ad verticem. Hoc est vinculum demonstrationis sequentis.



Sectio enim anguli AFG in duas partes æquales, per FO lineam, per 9. primi Euclidis; erunt AFO, OFG inter se æquales, & quilibet 2. quintæ Recti; uterque igitur ipsi FAO æqualis. Quare per 3. sexti Euclidis, ut AF ad FG, sic AO ad OG.



Quia verò OFG est 2. quintæ, erat verò OGF (nempe AGF) 4. quintæ erit, igitur & FOG 4. quintæ. Anguli igitur ad O & G æqualibus, latera quoque FG, FO æqualia subtenduntur.

Eodem modo & in triangulo AOF, quia AFO est 2. quintæ, quantus erat & FAO: ergò & AO & FO (hoc est FG latus) æquales erunt. Ut verò AF ad FG, sic AO ad OG, ut jam demonstratum; ergò etiam ut AG ad AO partem, sic hæc ad OG residuum. Secatur igitur Crus AG in O proportionaliter. Igitur per 5. Tredecimi Euclid: O A vel OF, continuat à in I, ut OI sit æqualis toti AG, etiam FI secta est proportionaliter in O, & connexis AI signis, erit AIO triangulum congruum initiali FAG, eóq; O A I duplus ipsius FAO, & FAI 6. quintæ. Quare centro A, intervallo AG scripto circulo FGI, erit FG latus decagoni, pars major semidiametri AG proportionaliter sectæ, & FI latus stellæ seu subtensa tribus decimis, composita ex FO & OI, latere decagoni & semidiametro.

Ob hanc causam hæc latera, junctâ semidiametro, possunt accenseri gradui quarto, per XXVI. hujus.

Cumq; AG secta, sit Effabilis longitudine, & latus decagoni pars ejus major; latus stellæ, composita ex tota & parte majore, quare per XXVII. hujus, illud est Apotome, hoc Binominis, utrumq; quartæ speciei: hoc respectu sunt in gradu scientiæ octavo, proximè post latus Dodecagoni & stellæ suæ, planéq; in eodem ordine cum latere Octogoni & stellæ suæ.

Et per XXIIX hujus, etiam residua OG, eóq; etiam ejus dimidia NG est Apotoma primæ speciei. Sed cave putes, Nomina ejus esse, Majus AG, minus AN.

Deniq; per eandem XXVII. hujus, latera GF, vel OF & FI. non cum semidiametro, sed secum ipsa juncta, quia & summam quadratorum, & commune Rectangulum habent Effabilia, sunt in gradu scientiæ quinto.

Composita igitur latus Decagoni cum latere suæ stellæ, faciunt effabilem potentiâ solâ, potentem quinque quartas, de potentiâ semidiametri, quæ in schemate præcedentis ex Pr. XXVII. est PX. composita ex PA (æquali ipsi OA,) & AX: inter quas est media proportionalis GA effabilis.

Vicissim abstractum Decagoni latus OF à latere stellæ FI, relinquit Effabilem OI, sc. semidiametrum. Ita per illa nihil sit novi.

XLII. Propositio.

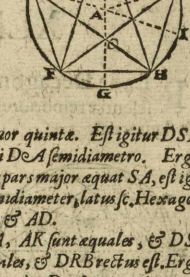
LAtera Pentagoni & Stellæ Pentagonicæ, seu subtensa duabus quintis partibus Circuli, descriptionem habent Geometricam ex angulis, suntque scibilia, singula octavo gradu juncta, tam sexto quàm quarto gradu scientiæ.

Descriptio extra circulum est talis: si latus futurum detur longitudine, secabimus illud proportionaliter, per 11. secundi vel 30. sexti Euclidis, eique adjungemus partem sectionis majorem: & factis duobus cruribus, compositæ æqualibus singulis ex proposità verò, factâ Basi, triangulum statuemus, Pentagoni intimum. Vt hic FB, BH crura, FH basis.

Cum enim crus compositum constet ex tot à proposità, ejusque parte majori sectionis divinæ; etiam composita sic erit secta, ejusque pars major erit latus propositum, eoque Trianguli hujus angulus ad basin, duplus erit ejus ad verticem, ut supra in Decagono: cui super duobus dictis cruribus ut Basibus, adjicimus duo triangula exteriora, quorum crura sint æqualia proposito lateri. Vt hic FDB super FB & BKH super BH.

Inscriptio in circulum facilima est per latus Decagoni. Cum enim de decem semis sit quinque, duorum igitur Decagoni laterum, FG, GH, contiguorum in G, terminos F. H. connectemus, lineaque FH erit latus Pentagoni, sic & HK: & connexis F, K, terminis, linea FK erit latus stellæ. Sit igitur Pentagon BDFHK, & stella ejus BFKDHB.

Demonstrat igitur Euclides Prop. 10. Tredecimi quòd FH latus Pentagoni possit latera FA Hexagoni, & FG Decagoni, hoc est semidiametrum AG, et sectæ Majorem partem AO simul. Hæc demonstratio in Euclide difficultatem habet captûs; tentabo igitur hic faciliorem.



Pone O ubi DH, FK & AG se mutuò secant.

A terminis lateris Pentagonici B. D. ducantur per A centrum rectæ BG, & DI: & ut DB subtendit duas decimas, sic proxima DL tres, & DK quatuor subtendat, secantes BG in S. R. punctis. Igitur LDI angulus, id est SDA habet duas quintas unius Recti, quia LI est una quinta pars circuli, sicut & FH, & verò æqualibus arcubus, anguli ad circumferentiam insistunt æquales, per XXI vel XXVII. Tertij Euel. Est verò DAB, id est DAS quatuor quintæ unius recti, quia DB pars quinta est circuli, mensurantis quatuor rectos circa A. Juncti igitur SAD, ADS sunt sex quintæ unius recti. At omnes tres sunt decem quintæ. Ergò etiam residuus DSA est quatuor quintæ. Est igitur DSA æqualis ipsi DAS, latus igitur DS æquale est lateri DA semidiametro. Ergò per priora, semidiametri DA proportionaliter sectæ pars major æquat SA, est igitur SA æqualis lateri Decagoni, per dicta. Et DA est semidiameter, latus sc. Hexagoni. Dico latus Pentagoni DB, posse utramq; SA, & AD.

Connexo enim K cum S & cum A, quia DA, AK sunt æquales, & DS, SK iisdem æquales, erunt & partes SR, RA æquales, & DRB rectus est. Ergò DB, potest DR, RB. Atqui DR minus potest, quàm DA, quantitate potentiæ RA, & BR minus potest quàm BA quantitate & rectanguli, sub BR, RA bis, & potentiæ ipsius RA junctorum. Junctæ igitur potentiæ DR, RB

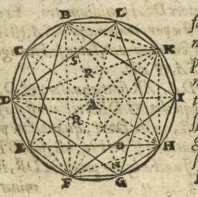
minores sunt junctis potentijs DA, AB, rectangulo sub RA, AB bis, hoc est, rectangulo sub SA, AB semel. Atqui duo rectangula sub SA, AB, & sub SB, BA constituunt totum quadratum BA. Ablato ergò rectangulo sub SA, AB, relinquitur quadratum ipsius DA, & rectangulum sub SB, BA, junctáq; æquantur quadrato DB. Cum verò BA semidiameter sit proportionaliter secta in S, & pars major AS: rectangulum igitur SB, BA est æquale quadrato SA. Ergò latus Pentagoni potest duo quadrata DA & AS; laterum scilicet Hexagoni & Decagoni.

Quod attinet stellæ Pentagonicæ latus BF: illud est compositum ex BD, vel BQ, latere Pentagoni, & ex QF, ejus secti proportionaliter parte majori: per 8. Tredecimi: quod idem etiam probari potest ex triangulo quinquangulari FBH, ut supra.

Cum igitur latus Pentagoni possit semidiametrum quæ est Effabilis longitudine, & ejus sectæ proportionaliter partem Majorem, vt in schemate præmisso semicirculari, PG potest PA, & AG, & vt PA est ad AG, sic sit PG latus Pentagoni ad latus suæ stellæ: sit verò vt PA ad AG, sic PG ad GX. Ergò GX est illud latus stellæ, potestque & GA semidiametrum Circuli circa figuram Decangulam, & AX compositam ex PA & AG. Quare per ibi demonstrata GX est Mizon, GP Elasson. Singulæ igitur sunt in octavo gradu scientiæ, ejusque secundo ordine. Quia verò junctæ lineæ PG, GX faciunt quadratorum summam Effabilem, sc. æqualem quadrato PX, quod est ipsius GA Effabilis quadrati quintuplum: eademq; PG, GX rectangulum formant Mesen; hoc nomine junctæ PG, GX sunt in gradu scientiæ sexto, de quo est XVIII. præmissa. Deniq; quia latus Pentagoni & latus stellæ sunt vt sectionis divinæ pars major & tota; ideò sunt etiam in gradu scientiæ quarto, junctæ invicem: vide XXIX. hujus. Consequitur autem has proprietates, vt sicut Pentagoni latus est Elasson, Stellæ Mizon, sic etiam composita ex utroq; sit iterum Mizon, & latus Pentagoni sit hujus compositæ vt Mizonis, elementum minus; Latus verò stellæ sit illius Elementum majus; & vt etiam differentia inter utrumq; latus sit aliqua Elasson, scilicet DQ vel QF. per eandem XXIX. hujus.

XLIII. Propositio.

PLana Decagoni & Pentagoni, cadunt in Gradus scientiæ remotiores, ut & latus Icosigoni, & reliqua hujus classis figurarum.



Nam latus Pentagoni FH, ductum in AN facit duplum FAH quintæ partis Areæ Pentagonicæ. Est verò FH Elasson, & AN est talis, quæ potest Effabile AF, diminutum potentiâ Elassonis FN. Si autem quod est ab Elassone, auferatur ab eo, quod est ab Effabili, relinquitur nova species lineæ, quæ potest tale residuum. Rectanguli verò contenti sub tali lineâ novâ & sub Elassone, species adhuc remotior erit; area verò Pentagoni erit ei commensurabilis, scilicet vt

5. ad

quinque ad duas, quare & ipsa erit speciei adeò remotæ. Sic latus Decagoni FG, ductum in suam Perpendicularem ex centro, facit duplum FAG partis decimæ de Plano Decagonico, id est unam quintam. Est verò FG Apotome quarta; & perpendicularis ex centro in illam, potest ejus quartâ parte minus quàm semidiameter. At si quod est ab Apotomâ, auferatur ab eo, quod est ab Effabili, linea quæ residuum potest, fit novæ speciei, ultra recensitas: & si talis linea cum Apotomâ faciat rectangulum, illud erit speciei adhuc remotioris, & cum eo etiam quintuplum ejus, sc. Area Decagoni.

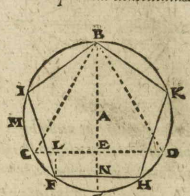
Denique cùm semilatus Decagoni sit Apotome quarta; potentia verò Apotomes extensa secundum Diametrum, (Effabilem longitudine) faciat latitudinem, Apotomen primam, scilicet sagittam decimæ partis Circuli: Latus certè Icosigoni potest & semilatus Decagoni, Apotomen quartam, & hanc sagittam, Apotomen primam. Planum verò compositum ex Apotomis diversarum specierum, eoq; incommensurabilibus, poterit nulla linea priùs recensitarum; sed aliqua planè novæ speciei: eoq; & ignobilioris.

Quantò magis id obtinebit in Tessaracontagono & cæteris hujus classis?

XLIV. Propositio.

PEnteKædecagoni, ejusque stellarum latera, putà subtensæ duabus, vel quatuor, vel septem quindecimis, Geometricam quidem descriptionem habent, sed non extra circulum; & in circulo quoque non ex angulis, eoque impropriam, & scientiam heterogeneam, gradus remotioris, quàm omnia antecedentia. Triacontagonus & reliquæ hujus classis sunt adhuc remotiores.

Describitur enim ex se prioribus figuris, quas oportet habere numerum laterum alium quàm subduplum, quia 15. est impar, non habens partem dimidiam numericam: scilicet ex Trigono BCD & Pentagono BIFHK, ab eodem B puncto inceptis. Nam si tertiam BC auferas à duabus quintis BIF, id est 5. decimas quintas à 6 decimis quintis, manet CF, 1 decima quinta. Connexis ergò C. F. angulis, linea CF erit latus. Hic ad actum descriptionis non accerso quantitatem anguli, aut numerum Angulorum figuræ propositæ; nec secundùm hunc numerum formo aliquod triangulum, ut in figuris superioribus factum. At nec potest aliter describi. Ergò etiam scientia ejus est remota & vilis. Cùm enim latus Pentagoni FH, sit lateri Trigonico CD parallelum, propterea quòd utraque figura impari latera ab eodem B puncto est incepta: ducatur igitur ex F. perpendicularis in L, & ex B, diameter per centrum A, secans lineas in E. N. G. Ergò latus CF potest quantum & CL & FL junctæ; sed CL est excessus ipsius CE Effabilis Potentiâ, super FN, hoc est super LE, Elassona: est igitur CL speciei planè Novæ. Vicissim AN est linea quæ potest residuum de Effabili plano, cùm ab eo fuerit ablatum planum Elassonis: est igitur novæ speciei. Sed EN est residuum hujus no-



jus novæ, post ablatam Effabilem longitudine AE. Est igitur EN bis remotiori gradu. Denig. CF latus Pentekædecagoni potest CL, & LE novas species; est igr illic bis, hic ter, & sic quinquies remotius. Prætereà, componuntur diversarum Classium, Trigonicæ & Pentagonicæ, proprietates in unum, est igitur scientia heterogenea. Quid jam de Triacontagoni latere sentiendum? cum semper augeatur gradus remotionis, cum ipsa duplicatione laterum prioris.

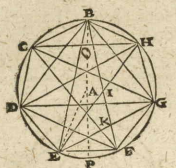
At subtensa septem quindecimis, hoc est 14 Triceſimis, ut itur latere Triacontagonico, est igitur eo posterius. Subtensa vero 7 Triceſimis est ab illâ, per bisectionẽ; eademq; gignit subtensam 8 Triceſimis, id est 4 quindecimis, à quâ est etiam subtensa 2 quindecimis, per bisectionem. Quanquam hæc habet ortum etiam alium; verbi causâ, subtensa MF, quadratum habet compositum ex quadrato CF lateris Pentekædecagonici, & rectangulo sub eodem CF & FI latere Pentagonico. Utroq; modo posterior est superioribus figuris.

M repone medio loco inter I. C.

XLV. Propositio.

HEptagonus & figuræ ab eo omnes, quæ numerum laterum ex Primis (sic dictis) unum habent, earumque stellæ, totæque adeò classes ab ijs derivatæ, extra circulum descriptione Geometricâ carent; in circulo, etsi laterum quantitas est necessaria, illam tamen ignorari æquè necesse est.

Magna res agitur, per hunc enim effectum stetit, quo minus Heptagonus, & cæteræ hujus generis figuræ, à Deo fuerint adhibitæ ad ornatum Mundi, ut sunt quidem adhibitæ scibiles figuræ in superioribus explicatæ.



Sit igitur Heptagonus BCDEFGH, & connectantur anguli omnes cum omnibus, & sit A centrum circuli, & Diameter BAP, & A connectatur cum E.

Primum igitur tales figuræ impropriam suprà dictam demonstrationem nullam nanciscuntur: est enim earum numerus laterum & angulorum, ex Primis unus: at nulla biga figurarum præmissarum, totum circulum dividit in partes Numero aliquo Primo numerabiles: sed sortiuntur illæ Numerum Multiplicem Numerorum utriusq; figuræ.

Sed neq; propriam habent hujusmodi figuræ demonstrationem ex angulorum numero: quia quicquid ex hoc elicitur, id vagum & multiplex minimèque determinatum est.

Secetur enim Heptagonus in sua triangula quinq;, duo extrema æquicrura Obtusangula BDC, BGH, unum intimum æquicrurum Acutangulum BEF, & duo Scalena interjecta BED, BFG. Cum igitur circumferentia, super quâ stant crura anguli, ad circumferentiæ partem oppositam facti, admetiatur angulo suam quantitatem, angulus BEF stat super tribus circumferentiæ partibus, BH, HC, CF: angulus BFE similiter super tribus, BC, CD, DE; at EBF super unâ EF. Ergò BEF est tale triangulum, quod habet utrumq; angulum ad basin triplum ejus qui ad verticem. Eodem modo probatur Scalenum BED habere angulos in pro-

in proportione continuè duplâ. Simplum enim est, angulus B, duplum E, quadruplum D, hoc est ipsius E duplum.

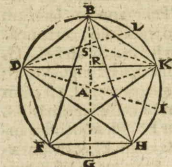
Quòd si hæc figura descriptionem suam certam habet extra circulum, non minus quàm habebat suprà quinquangulum, oportet, (ut jam olim monuerunt Campanus & Hieronymus Cardanus, & Candalla Flussas) ante omnia talia triangula dari posse, sicut ante Pentagonum dabatur triangulum, cujus uterque ad basin erat duplus anguli ad verticem. Atqui dabatur nobis in illo Triangulo Pentagonico, laterum proportio certa ex angulis: in hoc Heptagonico triangulo, certa proportio nulla datur. Sint enim I, K signa, quibus BF secatur ab EH, EG, trisecantibus angulum BEF. Igitur in FEI, quia bisectus est angulus FEI: ut igitur in eo FE ad EI, sic FK ad KI. Sed EF æquatur toti FI. Est enim FEI partium 4 septimarum unius recti, qualium EFI est 6 septimarum, ergò EIF est etiam 4. septimarum. Crura igitur FE, FI, æqualibus angulis opposita, sunt æqualia. Eâdemque de causa etiam EI, & IB sunt æquales: quare etiam ut FI ad IB, sic FK ad KI. Amplius, in KEB, quia angulus KEB bisectus est per EIH: ut igitur KE ad EB; sic KI ad IB. Atque KE & FE sunt æquales, quia KEF æquicrurum & simile ipsi EBF; erat verò EF æqualis ipsi IF, & EB est æqualis ipsis FB; quare etiam ut IF ad FB sic KI ad IB. In eâdem igitur BF subtensâ tribus septimis circuli, duæ sunt inventæ proportiones, partium trium: primùm ut media KI, ad minimam KF; sic maxima IB ad IF compositam ex utrâque minore, hoc est ad FE latus septanguli: iterum ut maxima IB ad mediam IK: sic tota BF ad FI compositam ex 2. minimis. Hæc proportio speciem quidem præ se fert necessariæ determinationis ad certam & unam proportionem ipsius EF ad FB; impositque Cardano, qui cùm tale quid in lateribus Scaleni trianguli BED animadvertisset, quod Proportionem Reflexam appellavit, de invento septanguli latere frustrà gloriatus est. Nam nulla certa sequitur quantitas, ipsius EF vel IF; quia id quod putamus nos nanciscì novum in secunda vice, coincidit cum primo. Quotcunque enim sunt 4. Proportionales, in quibus duæ primæ æquant tertiam: fit etiam, ut sicut prima est ad tertiam, secunda ad quartam, sic sit & tertia ad compositam ex tertia & quarta, quæ composita fit numero quinta. Horum verò Casuum sunt infiniti, tam in terminis commensurabilibus, quam in incommensurabilibus. Et nominatim commensurabilium terminorum casus totidem sunt, quot proportiones superparticulares, scilicet quot quadrati Numeri impares.

Cardani proportio Heptagonica Reflexa.

	BF.	9.	BI.	6.	IK.	2.	KF.	1.	
	vel	25.		15.		6.		4.	
	vel	49.		28.		12.		9.	
	vel	81.		45.		20.		16.	
	vel	121.		66.		30.		25.	&c.
Et quot superpartientes	*vel*	49.		35.		10.		4.	
	vel	64.		40		15.		9.	&c.

Nam ut 15. ad 9, sic 40. ad 24, compositum ex 15 & 9. Et ut 40. ad 15, sic 64 (constans ex 40. 15. & 9) ad 24. compositum ex 15. & 9.

Ecce communem affectionem multarum proportionum, quæ cõstitutum quidem septangulum necessariò consequitur; sed ex qua solâ datâ, triangulum septangulare strui neqt. Causa cur in Pentagono proportio lateris certa pendeat ex angulis, etiam extra circulum; in Heptagono & reliquis talibus non item; facile ex dictis patet. In Pentagonico triangulo BFK per bisectionem BKF anguli statim venitur ad æquicrura BKT & KTF duo ejus elementa, sequiturq; æquales eorum angulos BFK, BKT, æqualitas laterum BK, KT, TF; at in Heptagonico, per trisectionem anguli, tria fiunt trianguli elementa, duo æquicrura triangula BEI, KEF, & unum scalenon IEK; neque sequitur in eo proportionem angulorum, proportio laterum, ut notum est in Geometria. Cum igitur anguli hujus figuræ non doceant quicquam ulterius extra circulum; non struitur igitur triangulum requisitum extra circulum. Non est igitur hæc figura in circulum inscriptilis, per aliquid se prius in scientia vel descriptione, sed ipsâ demum inscriptione qualicunq;, vaga ista proportio cogitur ad unici casus angustias, & sic principium petitur: ut n. id possit inveniri, per quod perficitur inscriptio, jubemur adhibere ipsam inscriptionem, quasi jam antea possibilem.



In Schem. fol. 32.

Latet igitur proportio Lateris EF ad latus stellæ FB, latet inquam in materiâ quantitativâ, sic ut causâ quidem principij quantitatum materialis, quod est, magnitudo indeterminata, possibile sanè sit, constituere latus septanguli in justa proportione ad circuli diametrum: cum detur aliquid, septanguli latere certò majus, aliquid minus, in ipso Circulo: & amplius, sectione in infinitum progrediente, semper aliquid majus latere EF, vel eo minus aliquid dari potest: at causâ ejus, quod est in quantitatibus formale, simpliciter est impossibile, quia figura septanguli & similium, medijs omnibus, quibus aliqua lateris certa proportio demonstretur inveniaturvè, & sic formatione seu determinatione noscibili penitus caret. Quod cum ita sit, quare neque figura 14. angulorum in circulum, cujus semidiameter sit AP inscribi potest, latere EP, neque ejus duo latera contigua unâ rectâ EF subtẽdi possunt, quæ sit latus Heptagoni in illo circulo: neque latus hoc cum diametro comparari poterit, cùm sit Naturâ suâ comparationis ignotæ ad Diametrum.

Itaque nullum unquam Regulare Septangulum à quoquam constructum est, sciente & volente, & ex proposito agente: nec construi potest ex proposito: sed benè fortuitò construi posset: & tamen ignorari necesse est, sit ne constructum an non.

Algebra.

Objiciat hic mihi aliquis doctrinam Analyticam, ab Arabe, Gebri denominatam Algebram, Italico vocabulo Cossam: videntur enim in ea determinari posse omnis generis Polygonorum

latera

latera. Verbi causâ in Septangulo sic procedit Justus Byrgius, Mechanicus Cæsaris & Landgravij Hassiæ, qui in hoc genere ingeniosissima & inopinabilia multa est commentus. Primò ille diametro circuli BP numerum 2. assignat, ut AB sit unitas totalis, quâ in partes infinitâ sectione divisâ, per illas longitudo lateris BC enumeretur. Deinde ponit, notam esse proportionem ipsius AB ad BC, quæ tamen proportio demum quæritur. In hac proportione continuitatem fingit, ut sicut est AB 1. ad BC 1 ℔, sic sit 1 ℔ ad 1 ⅓, & 1 ⅓ ad 1 ℭ, & 1 ℭ ad 1 ⅓⅓, & 1 ⅓⅓ ad 1 ℭ & sic perpetuò, quod nos commodius signabimus per apices sic, 1. 1 j. 1 ij. 1 iij. 1 iiij. 1 v. 1 vj. 1 vij. &c. Cossa Byrgij. In schemat. fol. præmisso.

Hisce sic positis consideratur primò quadrangulum BEDC. Cum igitur demonstratum sit à Ptolemæo, Copernico, Regiomontano, Pitiſco, & cæteris qui de doctrina sinuum scripserunt; quòd in quadrangulo circuli quocunq; rectangulum unum Diagoniorum CE, DB, æquet juncta duo rectangula oppositorum laterum, scilicet, quod sub DC & EB, & quod sub CB & DE: Rursumq; cùm sit certum ex Geometria, CO dimidiam subtensæ CH, & OB sagittam, juncta potentiis, æquare potentiam lateris CB.

Ponit O ad sectionem mutuam CH & BP.

Sit igitur BP 2. CB 1 j, quadrm 1 ij, quod divide per BP, prodibit BO, 1 ij divisum per 4, quadrm 1 iiij divisum per 4, quod aufer à q̃o CB 1 ij, restat 4 ij -- 1 iiij divisum per 2, quadratum CO. Cum autem CH sit ipsius CO dupla, erit quadratum ipsius CH 16 ij -- 4 iiij divisum per 4. id est 4 ij -- 1 iiij.

Cum ergò habeatur qdm CH vel BD, id est, rectangulum sub BD & CE, multiplica CB in DE, ut sit rectangulum sub ijs 1 ij, quod aufer à rectangulo sub BD, CE 4 ij -- 1 iiij, restat rectangulum sub CD, BE 3 ij -- 1 iiij, id in 1 j divide, sc. in CD, prodibit BE 3 j -- 1 ij.

Pergimus ulterius ad Quadrangulum DBHE. Et quia BE est 3 j -- 1 ij, erit rectangulum sub BE, DH, id est, quadratum à BE, 9 ij -- 6 iiij + 1 vj: aufer rectangulum sub BH, DE 1 ij, restabit rectangulum sub BD, EH 8 ij -- 6 iiij + 1 vj. quod divide per EH, 3 j -- 1 ij, prodibit BD 8 ij -- 6 iiij + 1 vj, divisum p 3 j -- 1 ij: ej quadratum 64 iiij -- 96 vj + 52 viij -- 12 x + 1 xij, divisum p 9 ij -- 6 iiij + 1 vj, quod prius erat 4 ij -- 1 iiij: in hoc duc illius denominatorem, & æquabuntur

36 iiij -- 33 vj + 10 viij -- 1 x, cum 64 iiij -- 96 vj + 52 viij -- 12 x + 1 xij
Ergò etiam 63 vj + 11 x cum 28 iiij + 42 viij + 1 xij
Ergò etiam 63 ij + 11 x cum 28 iiij + 42 v iij + 1 x ij. Hic æquatio prodit quantitatem lateris Heptagonici.

Vel per gimus ulterius ad D B, EG, Est n. quadrm DG, EB 9 ij -- 6 iiij + 1 vj. At qdm DB, EG est 4 ij -- 1 iiij, aufer hoc ab illo, erit rectangulum sub DE, BG 5 ij -- 5 iiij + 1 vj, quod divide in DE 1 j, erit BG, 5 j -- 5 iij + 1 v, cujus quadratum 25 ij -- 50 iiij + 35 vj -- 10 viij + 1 x, quod prius erat 4 ij -- 1 iiij
Æquantur igitur 49 iiij + 10 viij cum 21 ij + 35 vj + 1 x
Ergò etiam 49 ij + 10 vj cum 21 + 35 iiij + 1 viij.

Hic iterum æquatio prodit quantitatem lateris Heptagonici: sed Byrgius oculos avertit ab integritate circuli, eumq; considerat tantummodò ut arcum dividendum in 7. Cum igr subtensa partib⁹ 2. habeatur hoc processu colligè, quærit jam subtensam partib⁹ 4. eamq; invenit (eâdem methodo qua suprà) quòd sit Radix de 16 ij -- 20 iiij + 8 vj -- 1 viij. Jamq; hac

Diagonali in novo quadrilatero, cujus latera sint, subtensæ tribus partibus, eóq; earum Rectangulum 9 ij -- 6 iiij + 1 vj, quod ablatum à Rectangulo 16 ij -- 20 iiij + 8 vj -- 1 viij, relinquit reliquorum laterum rectangulum 7 ij -- 14 iiij + 7 vj -- 1 viij. Hac ille subtensâ utitur, comparans eam, vel cum numero, quo certi arcûs septisecandi subtensa enunciatur, vel cum figurâ nihili, si totus circulus, ut hic, est septisecandus: & tunc illi vel numero, vel figuræ nihili æquè valent quantitates hæ:

7 j -- 14 iij + 7 v -- 1 vij vel 7 -- 14 ij + 7 iiij -- 1 vj.

Prodit à. illi ex æquatione, quam juvat mechanicè, valor radicis non nus, sed in Quinquangulo duo, in Septangulo tres, in Nonangulo quatuor, & sic consequenter; unus enim valor est BC, alter BD, tertius BE.

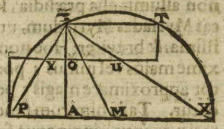
Ut igitur appareat, hoc genus investigandi latera figuræ, planè nihil commune habere cum Definitionibus nostris, Numero I. II. III. præmissis: notabis primò, quid profiteatur hæc cossica subtensa Byrgij? Nimirum hoc illa profitetur, si constituantur septem inter se continuè proportionales in eâ proportione, quam habet latus septanguli ad semidiametrum circuli, quarum proportionalium prima sit ipsum septanguli latus: tunc septem primas cum septem quintis, tantundem efficere, quantum quatuordecim tertias cum unâ septimâ.

Hoc enunciatum quidem est Geometricum & demonstrabile, non minùs quàm in superioribus, quando demonstratum fuit, planum Octanguli esse Meson, aut latus Dodecagoni esse alicujus lineæ Apotomen. Illic enim de plano aut de lineâ aliquid enunciabatur, hic de proportione linearum aliquid enuntiatur.

At sicut non sufficit mihi ad scientiam & ad mensurationem plani, scire illud esse Meson, non ad lineæ mensurationem, scire quòd illa sit alicujus Apotome: cùm & multæ sint hujusmodi, & descriptio ex hac notitiâ generali nulla, quantitas plani vel lineæ nulla certa & determinata eruatur; sed consequantur tantummodò hæ affectiones, anteà constitutas & descriptas quantitates: sic etiam hic, non sufficit ut sciam, quid sit futurum, factis septem continuè proportionalibus in proportione, quam desidero: sed cùm eam proportionem nondum habeam ullo geometrico actu descriptam: illud igitur expectabam, ut quis me doceret priùs illam proportionem constituere. Sic enim in omnibus præmissis figuris præcedebat descriptio, inscriptio, determinatio certæ quantitatis, certusque actus Geometricus, quo perficeretur hæc determinatio; sequebatur demum scientia proprietatum illarum, quæ faciebant ad comparationem inter se figurarum.

Ut clariùs appareat discrimen utriusq; rei; videamus Pentagonicum latus, cujus describendi modus in superioribus hic erat, ut conjunctis quadratis duobus, uno semidiametri, altero ejus dimidiæ partis, in formam quadratam, ab hujus quadrati latere auferremus dimidiam partem semidiametri; Relictæ lineæ quadratam rursum cum quadrato semidiametri compositum in formam redigeremus quadratum, hujus n. quadrati latus fore latus Pentagoni. Hæc omnia erant factu & possibilia, & faciliora quam dictu, ut norunt qui circinos tractant. Quid n. facilius

cilius, quàm rectum angulum GAM facere, & in ejus cruribus signare ut lubet AM, ejusque duplam AG, & posito pede circini uno in M; altero in G extenso, scribere circulum GP, continuatâ MA in P, deniq; GP circino comprehendere, & in alium circulum, cujus GA semidiameter, inferre?



At vide nunc, quid nobis de latere Pentagonico dicat Cossa Byrgiana. Illa methodo prius deductâ, prodit numerum 5 *i* -- 5 *iij* + 1 *v* æqualem subtensæ nullæ; id est; si quinque fiant ordine continuo proportionales; quarum prima sit latus Pentagoni; proportio verò sit illa, quæ est lateris Pentagonici ad semidiametrum; tunc quinque primas cum unâ quintâ, fore æquales quinque tertijs.

Rursum, ut in septangulo, non docet constituere continuam proportionem, in quâ hoc fiat, nec exprimit longitudinem proportionalium per ante notâ, sed docet; eâ constitutâ, quæ sequatur affectio. Jubeor igitur repræsentare affectionem, fore enim, ut habeam & proportionem. At quomodo repræsentabo affectionem, quo actu Geometrico? Nullo alio id doceor facere, quam usurpando proportionem, quam quæro; principium petitur: & miser Calculator, destitutus omnibus Geometriæ præsidijs, hærens inter spineta Numerorum, frustrà cossam suam respectat. Hoc unum est discrimen inter Cossicas & inter Geometricas determinationes.

Alterum est, quòd tota hæc ratio Byrgiana innititur essentiæ quãtitatis discretæ seu numerorum; & dividit diametrum in particulas certas, quoties & quàm diu vult, generaliter in partes duas; cui numero totus processus innititur, mutareturque, si nomen Diametro aliud, seu numerus alius daretur. At non sic Geometria figurarum, superiùs tradita, quæ latera, Effabilia longitudine, signat sanè Numeris; at ineffabilia, nequaquam numeris consectatur, sed per suas certas species distributa sic enunciat, ut appareat; non de discretis, sed de continuis quãtitatibus agi, de lineis & superficiebus.

Tertiò hactenus & lateri Figuræ, & lateri stellæ cognominis, cuique sua certa erat descriptio; in hac Algebraicâ Analysi, illud maximè mirum est, (quamvis Geometram præcipuè absterreat); quod non unâ viâ præstari potest, quod imperatur. Quanquàm id non omni lege solutum est, sed, ut suprà dici cæptum, tot sunt numeri facientes imperatum, quot sunt in figurâ subtensæ seu Diagonij, longitudine differentes, ut in quinquangulo duo, in septangulo tres; unus pro latere, reliqui pro subtensis angulo. Itaq; quicquid enunciatur tandem de proportione figuræ propriâ, id commune est omnium ejus linearum proportionibus ad diametrum.

Quartò, posito, quod una sola proportio faciat imperatum; illam tamen non doceor absolvere, sed saltem venari eminus. Cùm enim species linearum causâ scientiæ versentur in genere Ineffabilium (id est non numerabilium, seu numeros respuentium) eoque nulla unquam multitudine consummetur ratio, quin semper aliquid in incerto re-

linquatur: hæc contrà ratio, ut loco secundo dictum, præter numeros non assumit alia præsidia, sed diametrum variè semper dividit in multas Myriadas Myriadum, ut exactior fiat ratio, at sic nunquam fit exactissima; & breviter: Hoc non est scire rem ipsam, sed saltem aliquid proximè majus vel minus; potestque semper posterior aliquis computator approximare magis; pervenire ad punctum ipsum, nulli unquam datur. Talia nimirum sunt omnia, quæ latent in solâ possibilitate materiæ quantitativæ; neque formationem habent scibilem, quâ in actum quandoq; scibilitatis humanæ constituantur.

Quintò, ut in specie de septangulo, figurisque hujus generis consequentibus agamus, cum per eas ordine suo sese consequentes, proportionalitas continua extendatur cum ipso numero laterum: ergò si maximè innotesceret ultima, ut in septangulo, proportionalium septima; non tamen per eam haberi possent intermediæ. Nam inter duas, quæ non habent proportionem inter se, quam duo numeri proportionalitatis continuatæ, ut cubicæ, sursolidæ, &c. nequeunt Geometricè constitui continuè proportionales intermediæ quotcunque, sed solum una vel tres vel septem vel quindecim &c. duæ verò vel quatuor quinq;, sex, octo, novem, &c. constitui tunc non possunt in plano; cum hic de planis figuris agamus.

Jam verò inter semidiametrum 1 & septimam proportionalem 1 *vij* proportionis septangularis, sunt mediæ proportionales sex, & est 1 ad 1 *vij* non ut numerus, ad numerum proportionis continuæ æquelongæ; non est scilicet proportio semidiametri ad latus septanguli secundum duos numeros, hoc est, non Effabilis est. Nam si esset Effabilis, caderet in species prius explicatas, classium priorum, & septem anguli non essent septem, sed tres vel quatuor, quod contradictionem involvit. Ex angulis enim primarum figurarum erat laterum proportio. Oporteret igitur uno actu omnes sex medias proportionales constitui, inter scilicet 1 & 1 *vij*. Vicissim si daretur 1 *vj* quantitate; tunc inter 1. & 1 *vj* quinque mediæ caderent. Quod si tunc 1 ad 1 *vj* esset ut cubicus numerus, ad cubicum, tunc primò constitui possent uno actu 1 *ij* & 1 *iiij* deinde inter 1. 1 *ij*. 1 *iiij*. 1 *vj*. tribus actibus tres mediæ proportionales. Sin autem 1 *v*. daretur quantitate, rursum omnes quatuor intermediæ uno actu constitui deberent; quod fieri non posset, nisi in proportione Effabili, ut prius. Cætera secundum hæc subintelligantur.

Concludimus igitur, Analyses istas Cossicas, alienas esse à præsenti contemplatione; nec ullum constituere gradum scientiæ, cum ijs comparabilem, quos explicavimus in superioribus.

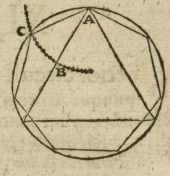
Illud autem obiter monendi sunt Metaphysici, occasione hujus cossæ; considerent, si quid hinc transsumere possint ad explicationem illius Axiomatis, cùm *Non Entia nullæ dicuntur esse conditiones, nullæ proprietates*. Nam hic quidem versamur nos in Entibus scientialibus; & pronunciamus rectè, quod latus Septanguli sit ex *Non Entibus*; puta scientialibus; Cum enim sit impossibilis ejus formalis descriptio; neque igitur sciri potest à mente humana, cum scientiæ possibilitatem præcedat descriptionis possibilitas; neque scitur à Mente Omni scia actu simplici

plici æterno: quia suâ Naturâ ex insci bilibus est. Et tamen hujus non Entis scientialis sunt aliquæ proprietates scientiales; tanquam Entia conditionalia. SI enim ESSET Septangulum descriptum in circulo, laterum ejus proportio tales haberet affectiones Sufficiat monuisse.

gatius apud Theologos quàm impossibilia esse, quæ contradictionem in

volvunt: &Dei scientiam ad talia impossibilia se non extendere, præsertim cum hæ formales rerum carum rationes nihil sint aliud, quàm ipsa Essentia Dei; quia quicquid in Deo est ab æterno, id dua est essentia divina: esset igitur seipsum quodammodo alium scire, quàm est; si quæ sunt incommunicabilia, sciret ut communicabilia. Et quæ hæc adulatio, propter imperitos librum non lecturos, defraudare æteros. Geometri- una, indivi-

Sunt & aliæ propositiones falsæ Geometrarum, de lateribus hujusmodi figurárum, sed quas vel ipsa sollertior Mechanica refutet: cùm tamen Mechanices causâ obtrudantur juventuti: ut cum Septanguli latus AC ab Alberto Durerò ponitur æquale semilateri Trigonico A B ejusdem circuli. Hoc verò nimium breve esse, etsi vel ipsa Mechanica docet: tamen ne cui imponat experimentatio manuaria nimiùm rudis; is vel hac solâ ratiocinatione falsum ante manuum accommodationem deprehendere poterit. Trigonicum latus ex numero angulorum probatur esse Effabile potentiâ; quare sic etiam ejus dimidium, Heptagoni latus non est Effabile potentiâ, eò ipso, quia Heptagonus est: & quia septem neque sex sunt, neque quinque, neque tria. Numeri enim Primi gignunt species; at species sunt incommensurabiles inter se, nec una est alia.

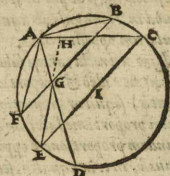


Alb. Dureri definitio lat. Septanguli.

De Caroli Mariani Cremonensis & Francisci Flussatis Candallæ paralogismis circa Heptagonum vide Chr. Clavium Geometriæ Practicæ lib. VIII. prop. 30, & in commentarijs in Euclidis lib. IV. Pr. 16. Aliorum.

Excitavit hæc palæstra etiam Illustrissimum D. Marchionem de Mala Spina, Legatum anno 1614. Ser^mi Ducis Parmensis ad aulam Cæsaream; qui diagrammate ingeniosissimo omnes omnium descriptiones superavit; existimans, subtensam tribus decimis quartis circuli, æqualem esse quinque quartis semidiametri, & sic effabilem longitudine: demonstrationis apparatus tantæ fuit sollertiæ, ut vel ipsum Euclidem lateret, assumtum aliquid fuisse indemonstratum.

Pro latere Hendecagoni circumfertur talis descriptio: In circulo ab eodem puncto A, ducatur latus Tetragoni AC, ad unam partem circumferentiæ, Trigonicum AD, ad contrariam, Hexagonicum AB, AF ad utramque: & duorum illorum Hexagonicorum angulus F A B subtendatur alio Trigonico latere BF, quod secabit prius Trigonicum A D in G; ducatur etiam à fine Tetragonici C diameter CE per I centrum, & à fine altero diametri E, per sectionem Trigonicorum G, ducatur recta E G, secans Tetragonicum A C in H: linea G H inter has duas sectiones, dicitur esse latus Undecanguli. Est verò nimis longa, vel Mechanicâ docente. At sollers Geo- Undecangulum.



metra

metra speciem lineæ considerat, quæ necessariò communicat aliquid ex Trigonico & Tetragonico lateribus, quantumvis remoto gradu. Atqui numerus 11, Primus existens, nullo modo ad has figuras ducit, cùm sit Primus, nihil cum 3. & cum 4. comune habens. Securus igitur est Geometra, falsam esse descriptionem; & potest facilè supersedere labore computandi.

Manet igitur per omnes objectiones, per omnes omnium frustraneos conatus, latera figurarum hujusmodi suapte Naturâ esse ignota & inscibilia. Ut nihil mirum sit, id quod in Archetypo Mundi non potuit inveniri, neque etiam expressum esse in conformatione ipsius Mundi partium.

XLVI. Propositio.

Sectio circuli arcus cujuscunque in æqualia tria, quinque, septem, &c. & in quacunque ratione, quæ non sit antedemonstratarum continuè dupla, non est de possibilitate Geometricâ tali, quæ scientiam generet.

Sectio arcûs in duo, & quatuor, & octo, &c. continuè scilicet dupla, Geometrica sanè est, fuitq; hactenus adhibita. In tria contingit secari & totum Circulum per Trigonum; & Semicirculum, ut in Hexagono; & quartam partem, ut in Dodecagono; & quintam, ut in Pentekædecagono; & arcum 135 Graduum, ut in Octogono; & arcum 108 graduum, ut in Decagono. In quinque verò contingit secari similiter & totum circulum, per Pentagonum & semicirculum, ut in Decagono; & tertiam circuli partem, ut in Pentekædecagono; & arcum 150 graduum, ut in Dodecagono. Idem verum est de horum arcuum semissibus, quadrantibusque, & cæteris partibus proportionis continuè subduplæ. At hoc non fit propter Trisectionis & Quinisectionis ingenium, sed per accidens, & propter alias figurarum proprietates, de quibus hactenus.

At promiscuam trisectionem, aut sectionem in aliâ quacunq; ratione propositâ, quæ non sit continuè dupla, impossibilem esse, patet ex comparatione bisectionis possibilis. In eâ medium ad arcum, & quem ille mensurat, angulum bisecandum, est linea recta, subtensa arcui, quæ in duo æqualia secari potest Geometricè: cùm æqualitatem harum partium sequatur æqualitas partium arcus cujuscunq;, sive parvi sive magni, respectu totius circuli: ex quo fonte & hoc est, quòd in Triangulo ab æqualitate laterum licet argumentari ad æqualitatem angulorum oppositorum. Hoc verò medium nos in cæteris sectionibus deserit. Nam esi recta, arcui subtensa, secari potest in partes quotlibet, idq; Geometricè; at non ideò & proportionem ullam partium subtensæ (post proportionem æqualitatis) sequitur proportio partium arcus: quemadmodum neq; in Triangulo licet à proportione laterum quacunq; (præter unam æqualitatis) argumentari ad eandem proportionem oppositorum angulorum. Nam si subtensa arcui, verbi causâ, in tria æqualia, secetur; si quæ secant, perpendiculares in subtensam fuerint, media pars arcûs erit minor lateralibus; sin ex centro arcûs fuerint egressæ sectrices, media pars arcûs erit major lateralibus. Igitur inter distantiam infinitam

finitam & centrum circuli, punctũ est, ex quo eductæ duæ sectrices, & subtensam & arcum ejus in tria æqualia secarent. Id verò punctum semper tantò remotius est ab arcu circuli, quanto minor arcus circuli trisecandus est, proportione tamen non constanti. Cum igr arcus circuli minui possint in infinitum, distantia etiam hujus puncti excurret in infinitum: Infiniti verò, seu varietatis infinitæ nulla est scientia. Et hæc difficultas tenet Trisectionem, quæ adhuc simplicior est & æqualitati propior. Multò major oritur difficultas in sequentibus sectionibus alicujus arcus, verbi causâ, in 5, 7, 9, 11 &c. partes æquales. Tunc n. ne puncti quidem identitas amplius est possibilis, ex quo eductæ rectæ, quæ subtensam secant in partes æquales imperatas, eædem & arcum in æquales secent.

Quicquid verò præsidiorum ad promiscuam sectionem possumus afferre, deductum ex numero, qui sectionem denominat, id necesse est esse generale, & commune cujuscunque arcûs subtensis, tam magni qui multùm à suâ subtensâ differt, quàm parvi, qui parùm. Atqui vagam relinquere proportionem partium subtensæ, ad partes arcûs sui; id verò non est determinare scientificè. Atque hoc præcipuè dictum esto de Trisectione vel quinisectione, &c: Byrgianâ Analyticâ, de quâ in præcedenti Propositione egimus copiosè. Etsi verò omnia ibi dicta, habent etiam hic locum; quædam tamen illic dicta, sunt hujus loci magis propria, fiuntque illustriora & admirabiliora in sectione arcuum, quàm in sectione totius circuli. Nam ut omittam illa communia, quòd principium petatur, imperato eo, ut faciamus, quod quomodo faciendum sit, quærebatur: quòd affectiones quantitatis continuæ non scientificè prodantur per quantitates discretas seu Numeros; quòd quicunque numerus elicitur pro latere, determinante partem arcus imperatam, ille non possit quicquam docere, quàm quòd illud sit vel majus vel minus debito: eóque sicut se habet materia rudis & indigesta ad formatum quid; sicut quantitas indeterminata & indefinita ad figuram; sic etiam se habeat. Analytica ista ad determinationes Geometricas: illud imprimis excellens & nobile est in hac Cossâ semimechanicâ, degener verò & abjectum in Geometriâ scientificâ: quòd cùm unaquæquè subtensa minor diametro, duobus circuli arcubus inæqualibus accenseatur, quorum alter minor semicirculo, alter major; eoque partis aliquotæ de minore, minor sit subtensa, partis æquè quotæ de majori, major: Analytica ista Byrgiana non tantum de duabus hisce inæqualibus, sed etiam de pluribus alijs circuli subtensis, generale quid præcipit, quod utile sit ad illas omnes numeris proximè exprimendas. Verbi causâ, in trisectione lex hæc est: Si datus sit arcus (sit 48 graduum) ejusque subtensa; & is arcus sit in tres partes secandus, quamlibet 16 graduum; hoc est, invenienda sit subtensa hujus partis, seu ejus proportio ad subtensam totius, graduum 48: tunc jubeor facere ut subtensam totius, ad quæsitam subtensam partis, sic hanc ad secundam, & secundam ad tertiam proportionalem: jam jubeor triplicare subtensam partis, & ab eâ auferre tertiam proportionalem: quod relinquitur, id dicitur valere subtensam totius. Hoc est, De subtensâ datâ, pars tertia multiplicetur cubicè, ut fractio, numerus factus addatur ad totum: aucti sic, tertia pars est paulò minor subtensâ quæsitâ. Nam si rursum hæc ipsa, cubicè multiplicata, ad totam addatur; sic auctæ tertia pars propius ad verum venit; & hoc continuè, usq. in infinitum. Hoc quidem processu venitur paulatim propè subtensam Graduum 16.

Sectionis arcus in partes aliquotas Byrgianæ quod sit ingenium.

At si majorem constituas numerum cubicè multiplicandum, & omnino tantum ferè, quantum circinus indicat deberi tertiæ partis de residuo circuli, post ablatos Gr. 48, sc. Gr. 312, cujus tertia est 104: tunc etiam subtensam arcus 104, & complementi 256. hoc modo perficies. Neque hoc tantum: sed si etiam ad 48. & ad 312. adjeceris circulum integrum 360. invenies etiam pro summarum istarum 408, 672. trientibus, scilicet 136, & 224. subtensam aliam, per idem Nomen Cossicum. Et in genere, quot restant unitates in numero sectionis, binario ablato, toties licet addere circulum integrum, vel arcum secandum propositum, ut eodem nomine cossico novorum arcuum subtensæ indagentur. Ex quo apparet ingens discrimen nominum horum cossicorum, & scientificorum graduum, quos in superioribus explicavi.

An verò non possit aliqua nobilior ars inveniri, quâ sectiones arcuum omnimodæ perficiantur? Respondeo, si omnes subtensæ arcuum dividendorum sub communi notione considerentur, & si illa tantum habemus præsidia, quæ sunt omnibus quæsitis subtensis communia: ut sunt, illarum in proportione quæsitâ, continuè proportionales quotcunque: tunc nobilius aliquid haud quisquam commiscetur, actumque agit, quicunque hic annititur: & oppositum in adjecto statuit, confusus. Ex communibus enim, nihil cuique proprium concluditur.

Sin autem de differentijs specificis linearum, quæ dividendis arcubus subtenduntur, sermonem instituimus: jam mutatur status quæstionis, & pro sectione arcûs omnivariâ, substituitur sectio totius circuli, per figuram Regularem, quæ propositæ subtensæ suam specificam proprietatem conciliat: de quibus figuris Regularibus nos jam suprà egimus, & in sequentibus amplius agemus: quippe qui hac ipsâ in quæstione medium quærebamus, quo figurarum illarum aliquas describere possemus. Cùm itaque tale medium naturâ debeat esse prius re ipsâ, per hoc medium efficiendâ; principium utique peteremus, si Medio nostro ex pediendo præsidium à figuris Regularibus peteremus.

Pappi & Clavij sectiones arcuum omnifariæ.

Verùm hic adversarius aliquis objecerit mihi: quòd Pappus Alexandrinus libro quarto Mathematicarum collectionum, Propos. XXXI. Tripartitam anguli sectionem tradat per Hyperbolam; & Propos. XXXV. Datâ quâcunque ratione angulum secare, Per Quadraticem & Helicen: Et Clavius Geometriæ Practicæ lib. XIII. propos. 25. præstat idem per Conchoidea Nicomedis,

Verum illorum authorum inventa nullam stabiliunt possibilitatem Omnivariæ sectionis Geometricæ scientificæ. Ut hoc appareat; primum Pappi machinationes circa trisectionem explicabo: deinde differentiam inter illas & descriptiones scientificas, in luce locabo.

Pappi trisectio anguli.

Primùm ipse Pappus in præambulo ante propositionem 31. dividit problemata; (quæ generalioris significatu vocabuli, Geomeomerica, appellat, cùm nobis, Geometricum, specialem sensum habeat.) in Plana, Solida, & Linearia: fateturque, Trisectionem anguli, per Plana (quæ mihi sunt speciali sensu Geometrica, scientifica, graduum explicatorum) expediri non posse, eâq; de causa evanuisse antiquas Geometræ inconsulti conatus, qui hic frustrà desudaverint.

Ipse igitur trisectionem suam expedit per Solida, omnivariam verò sectionem, per lineas figuratas.

Tri-

Trisectionis modus est talis. Proposito angulo trisecando, demissâ ex puncto cruris unius perpendiculari in crus alterum, quæ longitudinem crurum intelligatur determinare, & ei crurì alteri breviori facto, perpendiculoq;, ductis parallelis, illi ex puncto primo, huic ex proposito angulo, sic vt concurrentes rectum & ipsæ faciant angulum: jam per punctum, in quod demissa perpendicularis, facit transire superficiem Coni, figuræ solidæ; deinde sic applicatum Conum inclinat, seu annuere facit, quoadusq; is cum eâdem suâ superficie, sectionem Hyperbolen dictam in plano designet, ductarum parallelarum, vt Asymptotôn, propriam: tunc ex puncto illo, in quod est demissa perpendicularis, intervallo, quod sit duplum cruris primi, describit in plano arcum, secantem sectionis Conicæ lineam; & connexo centro arcus cum hac communi sectione, rectam eì parallelam ex angulo proposito ducit; eoq; facto, demonstrat, abscissam esse ab angulo partem tertiam.

Solidum quidem hoc pacto problema facit Pappus, usu Coni, figuræ solidæ. At quatenus inter datas Asymptotos (ductas perpendiculares) angulum rectum facientes, per punctum intra illas datum, sectio Conica, dicta Hyperbola, etiam sine Cono, delineari in plano potest: problema idem videtur etiam inter Linearia referendum. Gignitur enim talis linea motu Geometrico, & mutatione continuâ intervallorum, hoc est, repræsentatur per puncta quotvis, indeterminato numero; idque non minus, quàm Quadratrix & Helix, quibus lineæ Prosit. 35. & Ternariam & Omnivariam sectionem perficit. Sic habet Pappi machinatio.

Quid igitur dicemus? Nonne inter datas Asymptotos, per punctum datum, una sola scribitur Hyperbola, sive id fiat annutu Coni, sive punctorum infinitorum continuatione? Nonne una sola sectio circuli cum Hyperbola ex unâ plagâ? Nonne una sola & certa inclinatio est lineæ, puncta Hyperbolæ connectentis, ad figuræ diametrum?

Equidem fateor, hæc omnia necessaria & certa esse, si quidem Hyperbola sit describenda. Erat enim etiam priùs in analyticâ Eyrgij trisectione, tertiæ constitutæ partis subtensæ certa & necessaria longitudo seu proportio, ad subtensam toti arcui. At quia non de hoc quærimus, quid sit, re jam factâ; sed quomodò, vt sit quidque, res nondum facta, sit facienda demum: ideò nihilò plus habemus ex Problematibus Solidis & Linearibus veterum, quod ad quæsitam linearum scientiam faciat, quàm priùs ex doctrina Analyticâ modernorum. Est sanè una sola Hyperbolæ linea, inter Asymptotos positas, per punctum propositum, in earum plano ductilis. At eâ nondum ductâ, Conum jubeor tantisper inclinare super puncto applicationis, donec existat illa, ductaq; sit: vel sine Cono; lineas, quæ Hyperbolam delineant per continuata puncta, jubeor tantisper mutare, donec satis prolongata sit Hyperbola: & quæ partes inter facta puncta cadunt intermediæ, eas jubeor imaginari factas: jubeor utrinque, id quod est potestate divisionis infinitæ, actu seu motu uno transire; vt hoc transitu etiam id attingatur, quod latet in illâ infinitate potestativâ, sine perfectæ scientiæ luce, qualem habent problemata à veteribus Plana cognominata.

Hujusmodi postulatis crebrò utuntur Franciscus Vieta Gallus, & Geometræ Belgici hodierni, in solutionibus eorum problematum, quæ suapte naturâ non sunt solubilia, nisi inartificialiter, per numeros, aut per motus Geometricos, infinitate quâdam mutationum gubernandos.

Nam ubi omnia fuerint in promptu, quæ facere putabuntur ad certificandam mentem: tenebimus determinationem ejus, quod re quæsitâ vel majus sit vel minus proximè, semperque propius: ut prius etiam de trisectione Analytica dixeramus.

A Planis ad solida non est transitus scientificus.

Verum esse de hoc problemate solido Trisectionis, quod dico, vel ipsa solidi vox admonet. Nam nisi solidorum proportio fuerit data talis, qualis est inter duos numeros cubicos: mensurare solidum propositum alio solido noto non poterimus, ad mentem informandam: quia duæ intermediæ proportionales ex actè in plano constitui non possunt: in cubis est ponunt ineſse, at à planis ad Cubos illos quoscunq; formandos, non datur transitus sine ipsis duabus medijs, veluti ponte abrupto.

Duas medias proportionales scientificè invenire impossibile.

Et duas medias proportionales invenire, docent alij per motum Geometricum, imperantes quod est impræstabile, quoad certitudinem actus Geometrici adæquati: docet & ipse Pappus, per sectiones Conicas, beneficio duarum proportionalium expediendas, cum & Conus sit solidum quid. Ita semper principium petitur; & porrò jacet in adversâ ripâ.

XLVII. Propositio.

FIguræ numero laterum impari, maiori quam 5, (excepto Pentekædecagono) cum subtensis aliquot partium, totæq; ades Classes, omnes eodem censu sunt, quo Heptagonus & cæteræ figuræ, numero laterum Primo.

Nam si numerus laterum est impar, non ex Primis unus: is aut est duorum Primorum imparium minimus multiplex; aut alicujus Primi quadratus: aut est Primi unius, & quadrati Primi alterius multiplex, aut multiplicium quadratorumve seorsim vel junctim multiplex.

Quod si essent hæ figuræ descriptiles & inscriptiles, & scibiles; tunc aut propriam haberent demonstrationem ex angulis, aut impropriam ex comparatione figurarum, quibus communicant. At propriam non habent; quia non sunt numero laterum Primo, ex quo formaretur demonstratio: impropriam non habent, neque primæ, verbi causâ, Unet vigintangulum, quia figuræ ijs communicantes vel ambæ vel alterutra, ut hic Heptagonus (post Trigonum & Pentagonum ex quibus Pentekædecagonus) nullam propriam habent, per XLV præmissam; neque secundæ, v. c. Nonangulum, quia non datur sectio arcus aliquoti, puta Trientis, in totidem partes æquales, quot accepit circulus integer, per XLVI præmissam: neque tertiæ, neque quartæ, quia priores ijs communicantes indemonstrabiles sunt.

Nonangulatus non scibile.

De Enneagono, cujus numerus 9, est quadratus primi imparis inter Primos, sc. ternarij, certatum est hactenus inter Geometras, pleriſque annitentibus, ut etiam hujus figuræ latus demonstrarent; omnes tamen fruſtrà fuerunt, nec unquam hoc problema fuiſſent aggressi, si discrimen scibilium & inscibilium attendiſſent.

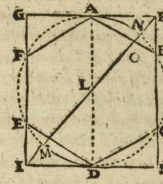
Campanus de Nonangulo.

Campanus Nonangulum demonstrare voluit per Trisectionem anguli, quam patuit inscibilem esse, in præmissâ XLVI. Etsi verò viâ Pappi & Clavij necessariò trisecatur, posito sc. motu Geometricò: at quid hoc ad planas figuras, de quibus nos hic agimus; cum solidis opus sit ad faciendas trisectionis administras

lineas

lineas, Hyperbolam, Quadratricem, Helica, Conchoidea? Ipse quidem Campanus trisectionem tentans, non animadvertit, se sumere tertiam anguli partem veluti jam certam, quæ erat demum quærenda. Extat locus in meo exemplari ad finem Operis Euclidei fol. 386. pertinens ad finem libri IV.

Jordanus Brunus Nolanus in sexanguli ABCDEF oppositalatera BC, EF, continuata utring, ducit perpendiculares GH, IK, circulum in A.D. contingentes: ductâ igitur facti parallelogrammi diagonio IH, circulum putabat secari sic, ut inter AD Puncta contactuum & sectiones M. N. existant Nonæ partes circuli AN, DM. Atqui demonstratur ex diagrammate, quòd cùm semidiagonij illius LH, quadratum sit effabile, scil. 7 decimæ sextæ de quadrato diametri, (est enim ABH 60. ergò BH semissis de AB, vel AL: & ejus potentia igitur, quadrans de potentiâ AL; Igitur AH potentia, dodrans de potentiâ AL: Sed potentia LH æquat potentias LA, AH) sinus igitur graduum 40, hoc est dimidia subtensa duarum Nonarum circuli, futurus fuerit Effabilis potentiâ, scilicet radix de tribus vicesimis octavis, quadrati diametri: Demissâ enim perpendiculari AO ex A in LH, erit sicut LH potentia, 7 sedecimæ, ad HA potentiam, 3 sedecimas: sic LA potentia, 4 sedecimæ, ad AO potentiam, 12 septimas de unâ sedecimâ, id est, tres vicesimas octavas. Ita hæc nonangularis anguli subtensa esset nobilior aliquibus præmissis, & communicans ijs: cum tamen sit numero laterum impari, scilicet numero aliquo, Primi 3 quadrato, nihil communicans cum Tetragono & Trigono, per bisectionem arcuum, quarum figurarum proprius est hic nobilitatis gradus.



Jordani Bruni Nonangulum.

XLVIII. Corollarium.

SEquitur igitur, Notionis, Scientiæ, Determinationis, Descriptionis, & Demonstrationis metas intra primos figurarum Ordines consistere: ut sint Classes figurarum scibilium non plures quàm quatuor: tres, proprias demonstrationes habentium, in quib. capita sunt familiarum, in primâ, Tetragonus, post diametrum circuli, cujus character numerus 2; in secundâ, Trigonus, cujus character 3; in tertiâ, Pentagonus, characterе 5: una verò impropriarum demonstrationum, cujus numerus est multiplex duorum 3 & 5; scilicet 15: primæ enim ejus classis figura est Pentekædecagonus.

XLIX. Propositio.

CVm autem bisectio (quâ propria utitur classis prima), communis sit tam secundæ quam tertiæ classi: patet, alio jure degere classem primam, alio duas reliquas; ita ut prima familiaritatem habeat ad utramque reliquarum; at illæ figurationibus contra se distin-

distinguantur, adeò, ut earum, quæ proprias demonstrationes habent, quodammodo duo tantum sint Genera.

Nam Tetragonus & Octogonus stat im se quasi totas Trigonicæ sectæ applicant: quia pars circuli sexta & duodecima junctæ, faciunt quartam, pars duodecima & vicesima quarta, compositæ, faciunt partem Octavam. Et Tetragonus se Pentagonicæ sectæ quadamten' accommodat: quia quinta circuli pars, addita vicesimæ, constituit partem quartam, Causa est, quia Numeri 3. & 5. dividi possunt in numeros proportionis continuè duplæ: Nam partes ipsius 3. sunt 1. 2. partes ipsius 5 sunt 1. 4. Talis verò communio non est inter classes, Ternariam & Quinariam. Nam etsi sexta pars circuli, addita tricesimæ, constituit quintam: at tricesima est classis Pentekædecagonicæ, quæ non habet propriam demonstrationem. Eodem modo decima circuli, addita quindecimæ (ecce admixtionem classis quartæ) faciunt sextam. Propter hanc dualitatem Generum, numeri characteristici sunt, in primo 12, in secundo 20, vel ejus dimidium 10. Hæc igitur infrà libr. III referenda & adscribenda sunt ad distinctionem generum cantus.

L. Comparatio Figurarum

seu divisionum circuli.

PRimas tenet diameter; est enim effabilis longitudine. Secundum est latus Hexagonicum, æquale semidiametro, & sic Effabile longitudine. Tertio loco stant Tetragonus & Trigonus, quia latera habent Effabilia solâ potentiâ. Quartum tenent ordinem latera Dodecagoni, Decagoni, eorumq; socia stellarum latera: sunt n. ex ineffabilib' potentiâ, & Compositis primæ speciei, sunt sc. Binomines & Apotomæ, Dodecagoni qdem, Primæ, Decagoni verò, Quartæ. Quinto loco succedùt latera Pentagoni & stellæ ej', sic & latera Octogoni & stellæ ejus, sunt n. ex quartâ compositorum specie, Mizon & Elasson dictæ.

Ne qua verò bona nota in Decangulo præjudicet Quinquangulo: aut ne species eadem laterisOctăgularis, æquet suam figuram Quinquângulo vel Decangulo: nova quinquangulo accedit virtus in ortu ipso; quòd per hanc Sectam, Denario comunicantem, regnat undiq; proportio Divina: quæ immediatè inest ipsis lateribus Quinquangulari ejusq; stellæ; at Decangulari cum suâ stellâ non competit, nisi mediante latere Sexanguli; Octangulari planè non competit.

Præter has laterum proprietates, alius insup censûs est nobilitatis, quòd figuræ distinguuntur ex aptitudine & perfectione areæ, q̃ sepit figura. Hic post diametrum (cujus area nulla, & quæ sola circuli aream, ut Ptolemæus monet, in duo æqualia secat, non minus q̃ circumferẽtiam) principem locum obtinẽt Tetragonus & Dodecagon', q̃ aream habẽt Effabilem, & Tetragonus quidem eximiâ prærogativâ; quia eadem illi est area, quæ & latetis quadratum, qppe areæ species est quadrata: itaq; sepit dimidium de quadrato diametri: Dodecagon' verò stat post principia, sepiens dodrantem de quadrato diametri. Proximo loco succedunt Trigonus, Sexangulum & Octogonus, quibus est area ex specie Mesôn, Pẽtagoni & Decagoni areæ nulla dum habẽt nomina notionum.

FINIS Libri I.

Joann

IO: KEPPLERI HARMONICES MUNDI LIBER II.

De Congruentia Figurarum Harmonicarum.

Procœmium.

EIsentiam singularum Figurarum Regularium Mentalem seu νοερὰν hactenus explicavi: sequitur earum junctarum Proprietas, & veluti Effectus intra Geometriam, qui est Congruentia vel Insociabilitas. Non sunt enim ejusdem latitudinis, Demonstrabilitas & Congruentia, cùm illa singularum sit, & cum ipsâ duplicatione continuâ laterum unius figuræ in infinitum excurrat; ista certis coartata legibus, quibus plures figuræ in unam societatem vocantur, ob angulorum incrementa seipsam præpediens, citò desinat. Et quamvis delectus sit graduum scientiæ demonstrationisque, & plurimùm differant nobilitate, illæ quas nos explicavimus, ab ijs quas dimisimus sine nomine: non tamen ne cum hac quidem demonstrationis nobilitate, Congruentia planè pari passu ambulat: adeoque unum alterius causa non est, sed utrumque ex eadem communi causâ (quæ est angulorum figuræ aptitudo), quodque tamen suis legibus, dependet. Quantoperè verò necessaria sit nobis hæc quoque speculationis pars, ex ipso totius operis instituto videre est. Cùm enim originem Harmonices, ejusque Effectus in toto Mundo præstantissimos, explicandos sumpserimus; quomodo de congruentiâ figurarum, quæ sunt proportionum Harmonicarum scaturigines, verba nulla faciamus? cùm idem sonet Latinis Congruere & Congruentia; quod Græcis ἁρμόττειν & ἁρμονία? Harmonia vide.

cùm hic figurarum effectus intra Geometriam, intraque Architectonices partem illam, quæ circa Archetypos versatur, sit quædam veluti imago & præludium Effectuum extra Geometriam, extraque mentis conceptus, in ipsis rebus naturalibus & cœlestibus? cùm proprietas hæc congruentiæ, quæ in structuram & corporationem aliquam exit, talis sit, ut vel ipsa Mentem speculatricem invitet ad aliquid etiam foris faciendum, creandum, corporandum: utque latens inde ab æterno in superbenedictâ mente divinâ, per Idearum ordines, tanquam bonum summum, sui communicativum, contineri in tuâ abstractione non potuerit

quia

quin in Creationis opus prorumperet, Deumque Creatorem efficeret corporum sub ijsdem figuris concluſorum. De hac igitur figurarum Congruentia paucis agam; cùm demonſtrationes difficiles nequaquam ſint, neq; alio penè apparatu, quàm ipsâ figurarum picturâ indigeant.

De Figurarum Regularium Congruentia.

I. DEFINITIO.

COngruentia alia planitiei eſt, alia in ſolido. In Plano Congruentia eſt, cum anguli figurarum plurium ſinguli ſic ad punctum unum concurrunt, ut nullus relinquatur hiatus.

II. DEFINITIO.

HÆc perfecta dicitur, cum figuræ cujuſque concurrentis anguli omnes eâdem ſpecie concurrunt, ut ita omnes concurſus inter ſe ſimiles ſint, & concurſuum ordo in infinitum continuari poſſit.

III. DEFINITIO.

PErfectiſſima, cùm etiam figuræ concurrentes in plano ſunt ejuſdem ſpeciei.

IV. DEFINITIO.

IMperfecta, cum major quidem figura undique ſimilibus concurſibus ſepitur, neque tamen datur continuatio in infinitum, aut datur quidem, ſed non ſine admixtione diverſarum concurſus ſpecierum. Imperfecta deterioris gradus, cùm major figura non omnibus angulis ſimili ſpecie concurrere apta eſt.

V. DEFINITIO.

SOlida congruentia eſt, & figura ſolida, cùm anguli ſinguli plurium planarum figurarum, angulum conſtituunt ſolidum, aptatiſq; figuris regularibus vel ſemiregularibus, nullus reſtat hiatus inter latera figurarum, obviantia ſibi in oppoſitâ ſolidæ figuræ parte, qui non claudi poſſit figurâ ſpeciei unius ex adhibitis, vel ſaltem Regularibus.

Nota, quòd ſit alia congruentia, non planarum figurarum ad figuram ſolidam formandam, ſed ipſarum ſolidarum figurarum inter ſe, ad locum ſolidum circa unum punctum explendum: hujuſmodi figuræ corporeæ ſunt tantùm duæ,

duæ, Cubus & Rhombus Dodecahedricus. Nam octo anguli Cubi concurrunt ad unum punctum, & unum undiq; locum explent. Rhombus verò habet duo genera angulorum, trilineares obtusos octo, & quadrilineares acutos sex. Igitur obtusi quatuor, congruunt ad locum explendum, acuti verò sex: quale struunt ædificium Apes, cellis contiguis, vt unam circumstent à fundo tres adversis fundis, à lateribus sex; & possent etiam anterius tres aliæ circumstare ad figuram absolvendam, nisi fores oportuisset esse patentes. De hac verò solidarum figurarum congruentia nos hic non agimus.

A pum Geometria in cellulis sexangulis infundo Rhombicis. Cap. sec. Lib. I. ad. 20. p. 221.

VI. DEFINITIO.

PErfectissima solida Congruentia, solidaq; figura est, cùm etiam Plana congruentia sunt ejusdem figuræ omnia.

VII. DEFINITIO.

HÆc vel est regularis tota, cùm Plana sunt regularia; habetq; omnes angulos in eâdem sphæricâ superficie, & inter se similes.

VIII. DEFINITIO.

VEl est semiregularis, cùm Plana sunt semiregularia (vide libr. I. def. III.) habetque angulos solidos numero linearum distinctos & dissimiles; non tamen plurium, quam duorum generum; nec in pluribus q̃ duabus sphæricis superficieb⁹, uno centro descriptis, ordinatos: & singulorum generum angulos tot numero, quot habet una Regulariũ.

Non obstat, Congruentiam hanc solidam, perfectissimam dici: nam quæ planis ejus inest imperfectio, solidationi non debet adscribi, sed ei accidit. Dicitur tamen æquivocè perfectissima, hæc semiregularis.

IX. DEFINITIO.

PErfecta inferioris gradus est, cùm Plana regularia, & anguli omnes in eâdem superficie sphæricâ, & inter se similes sunt; sed Plana tamẽ diversarum specierum, singularum quidem tot numero, quot sunt in unâ perfectissimarum figurarum, sc. non minùs quàm 4, quot ad minimum Planitiebus solida figura terminatur.

X. DEFINITIO.

IMperfecta congruentia seu figura est, cùm cæteris manentibus, major figura non sæpiùs quàm semel aut bis invenitur.

Fit enim figura illic parti quam toti, hic planæ quàm solidæ similior; cùm omnis solida ad minimum 4. superficiebus terminetur. Ut in typis ex ære sequentibus ad literas A. B. ubi major figura est Heptagonus. Classes istæ duæ, cum ipsorum majoris figuræ laterum numero excurrunt in infinitum; initio facto à Trigono utrinq; quod in classe A, est ex perfectissimis regularibus congruentiis; transitu verò facto per tetragonum; & tunc in classe B, incidimus iterum in unam perfectissimam regularem congruentiam: ceteræ omnes imperfectæ sunt.

A. B. folio 53. seq.

XI. DEFINITIO.

SEmisolida est, quæ non sustinet omnes definitionis quintæ particulas; ut cùm aptatis figuris planis, congruẽtia non planè in seipsam redit, sed relinquit hiatus; de cætero tueans præscripta Def. VI. & VII.

XII. DEFINITIO.

FIguræ Planæ congruæ sunt, quæ vel solidam figuram concludunt, vel planitiem sine hiatu explent, existentes ipsæ figuræ Regulares vel semiregulares.

XIII. DEFINITIO.

INcongruæ dicantur illæ figuræ planæ Regulares circuloque inscriptæ (siquidem sunt inscriptiles), quæ neque solidam figuram sphærico inscriptilem secum ipsæ, aut cum alijs suæ vel alterius classis, efformant, nisi imperfectam tantùm: neque planum sternunt, vel ipsæ inter se singulæ, vel cum Stellis suæ classis, vel cum figuris & stellis classis alterius circumcircà.

Ubi nota excludi septangulum & talia, non obstante, quod bina parallela septangula vel septem quadratis, vel quatuordecim triangulis adjuta regularibus, solidum omninò claudunt; quia tantum bina septangula concurrunt, sitq; figura disciformis & planæ similis, nequaquam verò globiformis, sphæroides. Vide in figurâ ex ære fol. 53. seq. literas A. B. Sic etiam excluditur Quindecangulum, non obstante, quòd aliquibus angulis cum figuris cognatis locum in plano explet; quia hoc non facit circumcirca omnibus angulis.

A.B.

XIV. PROPOSITIO.

ANgulorum planorũ non pauciores quàm terni in plano congruũt.

Nam circa quodlibet concursus punctum est summa quatuor Rectorum angulorum: at nullius figuræ angulus æquat summam duorum Rectorum, igitur duo quanticunq; anguli, sunt adhuc minores quatuor rectis: duo igitur non explent planitiem, per Def. I.

XV. PROPOSITIO.

ANgulorum planorum non pauciores, quàm terni, ad solidum angulum formandum congruunt vel assurgunt.

Bini enim non lateribus tantùm, sed totis planitiebus congruerẽt, nihilq; de corpore solido complecterentur: quod est contrà def. 10 anguli solidi ap. Euclidem. Ll. XI

XVI. PROPOSITIO.

ANulorum, in plano congruentium, summa semper est 4 rectorum, gnunquam major: congruentium in solido est minor hac sum̃â.

In plano n non plures 4 rectis unum punctum circumstant: ergò cum æquatur summa 4 rectorum, tunc hiatus nullus relinquitur, & per def. I. congruentia tunc est in plano. Si planum sternũt anguli, ad soliditatem non assurgũt. Et vicissim, si anguli aptati in plano relinquũt hiatum, quando sc. sunt minores 4 rectis,

tunc

punc adducti is duobus lateribus circa hiatum, & excluso hiatu, necesse est, assurgere angulum & solidari. In figura H typi æneiFol. sequ. 53, sunt picti tres Pentagoni in planitiem strati & hiantes. M.

XVII. PROPOSITIO.

FIgura imparilatera, cujus aptantur lateribus, figuræ duarum specierum, non potest æquali formâ omnibus angulis concurrere vel in plano vel in solido.

Nam fit in uno ipsius angulorum, ut ejusdem speciei figuræ utrinq; stent, quod in cæteris angulis non fit. Hujus rei causâ vide figuram C, typi æneiseq. C.

XVIII. PROPOSITIO.

PLanum locum perfectissimè explent, Plana ejusdem figuræ tantùm Tria, Trigoni seni, Tetragoni quaterni, Hexagoni terni.

Nam per XXXIII primi hujus, Trigoni angulus est 2 tertiæ unius recti, sex ergò anguli senûm Trigonorum, sunt 12 tertiæ, id est, 4 integri. Vide D. D.

Sic Tetragoni angulus est unus rectus, quatuor ergò quaternorum Tetragonorum anguli, faciunt quatuor rectos. Vide E. Sic Hexagoni angulus est E.
octo sextæ unius recti; tres ergò trium figurarum, faciunt 24 sextas, id est, 4 rectos, vide F. At Pentagoni angulus est minor Hexagonico; tres ergò F.
sunt minores 4 rectis; tres ergò hiant. Idem est major Tetragonico: quatuor ergò Pentagonici sunt majores 4 rectis, ergò non capiuntur in uno loco plano, per XVI hujus. Hac de causa vide H, cum quarto Pentagono puncti is signato. Sic Heptagoni, & omnium majorum figurarum, angulus major est Hexagonico; tres H.
ergò Heptagonici superant 4 rectos. Vide I, ubi duorum Heptagonorum partes in plano tegunt locum eundem. I.

Huc refer Rhombos, constantes ex binis Trigonis Regularibus singulos. Congruunt enim perfectissimè, ut Regulares Hexagoni, ex iis ipsi sunt figuræ semiregularis. Vide hanc congruentiam in schemate seq. ex ære, Literâ G. G.

Huc etiam refer stellas ex Dodecagono sexangulas, exsectis senis radiis: apud literam K; venit enim in locum exsecti radij, cavus angulus, recto K.
æqualis. Igitur tres Tetragonici & tres talium stellarum radij, implent locum. Nam Hexagonus dividitur in talem stellam & sex dimidios Tetragonos.

XIX. PROPOSITIO

EX planis duarum figurarum impletur locus planus sexies; bis ex quinque, semel ex quatuor, ter ex tribus angulis.

Sena enim plana coire non possunt, ut eorum unius angulus sit major Trigonico: quia primi Trigonici quantitas est duæ tertiæ unius recti; itaq; hoc sexies sumptũ facit 12 tertias, seu 4 rectos. Vno igitur horum 6 majori existente, ut sc. sit fi-

plurilateræ, superantur 4 recti: & tunc planities non sternitur, per XVI hujus.

1. Quina verò plana tunc coëunt, si quatuor Trigonicis jungatur unus; æquans
L. duos Trigonicos, talis verò est Hexagonicus; forma qualis literâ L.

2. Vel si tribus trigonicis duo tetragonici jungantur; quia æquant tres alios
M.N. trigonicos. Forma qualis in M, vel qualis in N, sc. continuè uniformis; vel de-
O. nique, qualis in O, difformis continuationis.

At si Trigonicos duos, Tetragonicos tres sumpseris, ij jam quatuor rectos superabunt: multò magis si majores duo accersantur anguli ad duos trigonicos.

3. Quaterna verò duorum specierum coëunt, si Trigonicis binis, jungantur bi-
P.R. ni Hexagonici. Forma qualis in P, vel qualis in R.

Aliter utcunq; copulaveris quaterna: semper vel plus efficies, vel minus quàm quatuor rectos; eoq; locum planum non sternes.

Ternos igitur si jungamus, cavendum, ne sint plures quàm duæ species; primum non poterunt esse duo Trigonici, nec duo Tetragonici, non superarent enim duos rectos, & relinquerentur pro tertio, quod nullus unus & solus implet.

4. Uno verò inter ternos Trigonico posito, congruunt duo Dodecagonici: est-
S. que continuatio possibilis; nec admiscentur alij concursus. Forma hujus planicici videatur literâ S.

Huc refer stellam Dodecangulam, ex eo fundamento, quòd ejus angulus cavus æquat Trigonicum: itaq; dividuus est Dodecagonus in stellam & 12 Trigonos; Ergò quinque Trigonici & duo Radij duarum stellarum coëunt: forma
T. continuabilis, spectetur literâ T.

5. Et uno Tetragonico inter ternos assumpto, congruunt duo Octogonici, est-q;
V. continuabilis & hæc forma: videatur literâ V.

Huc refer stellam Octogonicam, ex eo fundamento, quòd ejus angulus cavus æquat Tetragonicum: itaq; dividuus est Octogonus in stellam & octo triangula Tetragonica, quorum duo efficiunt Tetragonum. Et sic Tetragonici
X. tres & duarum stellarum radij duo, implent locum: forma mixta, ut literâ X:
T. vel aliter etiam mixta, ut literâ T.

6. Dimissis jam in ternis coaptandis, Trigonico & Tetragonico, si ad Penta-
Z. gonicum veniamus, eorum possunt sumi duo, quia superant juncti 2. rectos: & congruit in locum reliquum Decagonicus unus: coronatur enim Decagonus Pentagonis decem: sed non continuatur purè hæc forma. Vide Schema literâ Z interiùs.

Huc ergò refer stellam Pentagonicam, cum sunt Pentagonici tres, & unius stellæ radius; quia cavus stellæ angulus capit etiam unum angulum pentagonicum, non minùs, quam Pentagonicorum trium hiatus, capit radium stellæ. Vi-
Z. de eâdem literâ Z exteriùs.

Quamquam ne sic quidem continuatio succedit in infinitum; est enim insociabile hujus sectæ regnum, quæ paucis suorum adscitis, statim se munit. Ecce formas has duas etiam aliter, literâ Aa.
Aa.

Quòd si continuare omninò velis, monstra quædam sunt adsciscenda, duo Decagoni inter se commissi, extrinsecùs in utroq; binis Lateribus; sitq; series structuræ quinquangulæ etiam in infinitâ continuatione, sic ut in prima & angustissimâ quinquangulari serie sint Decagoni quinque, nullum monstrum intermedium. In secundâ laxiori, series lineares Decangulorum mediant singulæ copulæ ex binis Decagonis inter se commissis; In tertiâ singulorum angulorum

loca

Hic inserantur figuræ om

loca occupant singulæ copulæ ex binis Decagonis inter se commissis, quas mediat Decagonus unus: In quartâ stant rursum integri Decagoni in angulis, mediantq; binos angulos bini Decagoni, dispositi æqualibus intervallis: In quintâ stant stellæ cum singulis extremis radijs in singulis angulis, implent verò lineas bini Decagoni integri, & in medio, binæ commissuræ Decagonorum. Et sic consequenter, unaquælibet forma quinquangula fert novi aliquid. Structura est laboriosissima & artificiosissima, visenda ad eandem literam Aa. Aa.

Huc etiam refer stellam Decangulam, in cujus cavum angulum congruit angulus Pentagoni; & vicissim radij bini Trideciles, cum binis Pentagonicis congruunt & implent locum solidum. Hæc forma recipit inæquales Pentagonos: & licet sit continuabilis, recipit tamen in medium vacuos Decagonos hiulcos. Forma est visenda literâ Bb. Bb.

Pentagonus unus in ternorum planorum copulam assumi non potest, nam ejus angulus habet sex quintas unius recti, per XXXIII. Lib. I. ergò angulis duobus reliquis relinquerentur 14 quintæ, cuilibet 7 quintæ; qualem nulla figura habet. Nec sumi possunt Hexagoni duo: nam residuum est etiam Hexagoni angulus & fit forma superiùs relata, cùm nos hic quæramus structuras ex duabus speciebus, non ex unicæ speciei figuris. Per sequentes plurilateras figuras, quarum angulus major est Hexagonico, subtractis duobus angulis à 4 rectis, relinquitur pro reliquo minus, quam habet Hexagonicus: uno verò subtracto, minus relinquitur pro duobus reliquis, quàm habent duo Hexagonici. Atqui de ijs figuris, quæ pauciores & minores habent angulos, quàm Hexagonus, jam anteà transactum nobis est, quæ & quot esse possint, quando terni sternunt planitiem.

XX. PROPOSITIO.

EX planis angulis trium specierum, locus planus congruè impletur quater.

Hic non tolerantur tres plures vè trigonici; faciunt enim tres anguli Trigonici duos rectos; relinquitur minus, quam facit summa minimorum post illos, Tetragonici sc. & Pentagonici. Ob id neque duobus Trigonicis sociandi duo Tetragonici, aut majores, quia non relinqueretur satis spacij pro angulo figuræ tertiæ speciei.

Ergò si Trigonici sint duo, & Tetragonicus unus; sociabitur illis Dodecagonicus; non tamen continuatur Forma: vide literis Cc. Dd. Ee, tres formas, omnes ad primum easum pertinentes. 1. Cc. D[illegible]

Huc etiam stella Dodecagonica referatur, vt suprà. Nam quatuor Trigonici, unus Tetragonicus & unus stellæ radius implebunt locum. Ecce formas Ff. Gg. Hh. Ff. Gg. Hh.

Trigonicis duobus si Pentagonicus unus jungatur, residuum erit incongruum, 32 decimæ quintæ, nullus enim angulus habet 16 decimas quintas. Sin unus addatur Hexagonicus trigonicis duobus, residuus etiam Hexagonicus erit, & forma erit una ex superioribus. Non poterunt igitur porrò esse bini Trigoni.

Ergò si sit Trigonicus unus, ei tres Tetragoni non addentur, nimium enim conflatur: nec spacij satis angulo tertiæ speciei relinquitur.

Addantur uni Trigonico duo Tetragonici, in residuum ad quatuor rectos 2.

ætc folijs 53. 54.

congruet Hexagonicus: forma duplex, Literis Ii continuabilis, Kk non continuabilis sine mixturâ. Estq; hic casus secundus. Ii. Kk.

Trigonicus unus cum Pentagonicis duobus non jungitur, restat enim hiatus 14 quindecimarum unius recti, alienus à Regularibus figuris: nec cum Pentagonico uno; rursum enim restant 32 quindecimæ, cùm nulla regularis figura habeat 16 quindecimas: nec cum Hexagonico uno; faciunt enim 2. rectos, cum nullius solus angulus fiat tantus; dimidium verò hujus sit quantitas Tetragonici, de quo jam est actum: nec cum Heptagonico vel Octogonico, vel Enneagonico, singulis; restarent enim pro angulo tertiæ speciei figurarum, vel 40 Unetvicesimæ, vel 11 sextæ, vel 16 nonæ, quales nulla Regularis figura habet.

Ergò Trigonicus unus cum Decagonico uno compositus, relinquit hiatum 26 quindecimas, quantus est Pentekædecagonicus. Hic est quidem congruentia, sed inchoata saltem. Nam Pentekædecagonus est imparilatera; quare per XVII. miscentur diversæ concursuum species, in ejusdem figuræ angulis. Decagonus quidem pari numero laterum, præcingi posset alternis Trigono & Pentekædecagono, sed statim duo tales Pentekædecagoni in se mutuò incurrunt, seque impediunt.

Ulterius Trigonicus cum Hendecagonico non potest jungi, relinquuntur enim 56 Tresettricesimæ, qualem angulum nulla figura Regularis habet.

Deniq; Trigonicus cum Dodecagonico relinquit hiatum Dodecagonicum, de qua forma jam est dictum.

Si Trigonicus majoribus jungeretur, minor fieret hiatus, cum de minoribus jam sit actum. Et sic transactum est cum Trigonico, inter tres species admittendo.

Tetragonici anguli plures uno, ablati à 4 rectis, non relinquunt satis spacij pro duarum specierum duobus angulis, quippe qui juncti majores fierent duobus rectis.

3. Tetragonicus unus, junctus uni Pentagonico, relinquit hiatum pro Icosigonico. Sociatur igitur Icosigonus omnibus angulis, congruit q; legitimè: at non continuatur hic ordo versus exteriora. Est ergò congruentia imperfecta. Ex figuram literâ Ll. Hic tertius est casus. Ll.

4. Tetragonicus Hexagonico junctus, hiatum relinquit pro Dodecagonico. Ecce figuram literâ Mm: Hic quartus & ultimus est casus. Mm.

Huc refer stellam Dodecagonicam, quam implent duodecim Trigoni: ut sic quatuor hic anguli concurrant ad implendam soliditatem, duo Trigonici, Tetragonicus, Hexagonicus, & radius stellæ. Ecce figuram literâ Nn. Nn

Tetragonicus Heptagonico additus, relinquit hiatum 11 septimas, qualem angulum nulla habet figura Regularis. Additus Octogonico, relinquit hiatum Octogonicum: de qua forma suprà. Transactum igitur est cum Tetragonico.

Pentagonicus cum Hexagonico, relinquit hiatum 22 quindecimas: cum Heptagonico, 48 tricesimas quintas: Cum Octogonico, 13 decimas, cùm nullius regularis figuræ tantus sit angulus: & jam hiatus incipit esse minor angulo Octogonico, qui est 15 decimæ. Atqui nos jam illas absolvimus, quæ sunt minorum angulorum. Transactum igitur est cum Pentagonico.

Hexagonicus triplex implet locum planum, ergò non potest misceri cum duobus se majoribus. Et sic transactum est cum mistione trium figurarum.

XXI. Pro-

XXI. PROPOSITIO.

QUatuor vel plurium specierum figuræ planæ, non congruunt angulis singulis ad implendum locum solidum.

Minimi enim anguli quatuor sunt hi, Trigonicus, Tetragonicus, Pentagonicus, Hexagonicus. At horum primus & ultimus æquant duos rectos, secundus est rectus, Tertius verò superat rectum unâ parte quintâ unius recti. Sunt igitur juncti majores quatuor rectis: quare per XVI, non congruunt. Multò magis igitur superabuntur quatuor recti à majoribus angulis.

XXII. AXIOMA.

CUm duo plani non sunt majores tertio, non formant cum illo angulum solidum.

XXIII. PROPOSITIO

DUo anguli plani, figuræ imparilateræ, cum uno speciei alterius coeuntes, non formant regulare aliquod solidum.

Nam per XVIII, anguli solidi fiunt difformes, contra def. à V in X.

XXIV. PROPOSITIO.

TRes anguli plani, trium distinctarum specie figurarum, unius imparilateræ, coëuntes, non absolvunt figuram solidam perfectam.

Rursum enim per XVII, solidi fiant diversiformes, quod est contra definitiones.

XXV. PROPOSITIO

COngruentiæ Figurarum planarum ad solidam figuram formandam, perfectissimæ & regulares, sunt quinque.

Est scholion ad ultimam ultimi Euclidis. Nam per XV hujus, incipimus à ternis angulis, & per XVI. desinimus in senis Trigonicis, in quaternis Tetragonicis, & in ternis Hexagonicis, quia per XVII. hi æquant 4 rectos.

Tres igitur Trigoni, singulis angulis congruentes, minus quàm 4, id est, duos angulos planos rectos efficiunt; coaptatis igitur tribus trigonis, hiatus impletur quarto Trigono. Hinc Tetrahedron, vel Pyramis. Num: 1. fig. sequentis.

Quatuor Trigoni, singulis angulis congruentes, efficiunt 8 tertias, quod minus est quam 12 tertiæ, seu 4 recti: sitque junctis trigonorum lateribus Pyramis, basi quadrilaterâ hiante: cui ex adverso alia talis Pyramis simili hiatu congruit, ad figuram undiq; claudendam. Hinc Octaëdron. Oo. & Nu. 5. fol. seq.

Quinq; Trigoni, singulis angulis congruentes, efficiunt 10 tertias, quod est minus quam 12 tertiæ, fitq; aptatis denis & denis lateribus ad angulum communem, Pyramis basi quinquelaterâ, cujus anguli ad basin, ut & ipsi fiant quinque planij, oportet binis in eâ basi planis, alos ternos angulos planos, & sic decem illis alios quindecim congruere, totidemque porrigi altrorsum: quæ summa triginta planorum, est decem Trigonorum; ex quibus in medio Zona vel columna Pp. & nu. 4. fol. seq.

Pp. & hic num. 4. *lumna fit, hians infrà vt suprà, figurâ quinquangulari; in quam congruit aliâ Pyramis pentahedrica; vt figura claudatur undiq;. Hinc Icosaëdron.*

Sic est transactum cum Trigonis meris.

Tres Tetragonici anguli, sunt tres recti, minus quàm quatuor recti plani: congruunt ergò ad formandum angulum solidum, hiantq; coagmentati tetragoni, tribus rectis planis angulis, & vicissim extant tres anguli trium illorum planorum: tres igitur alij Tetragoni, singulis angulis in unum solidum congruentes, apti sunt & congrui, qui suis extantibus illos hiatus expleant, suisq; hiatibus illos extantes recipiant. Hinc Hexaëdron vel Cubus.

Qq & hic num. 1.

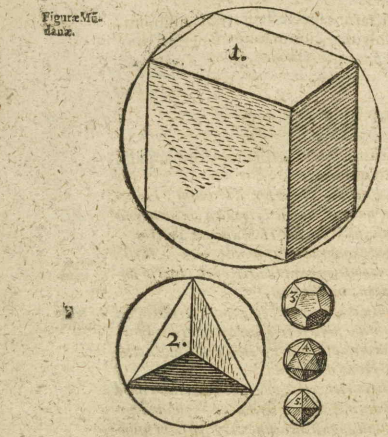
Quatuor Tetragonici æquant quatuor rectos, quare per XVI non solidum quid formant. Sic est transactum cum Tetragonis meris.

Tres Pentagonici anguli sunt 18 quintæ unius plani recti, minus quam 20 quintæ seu quatuor recti: congruunt igitur ad unum solidum formandum; quòd si Pentagonus unus in basi cingatur hoc pacto quinq; alijs, figura sursum hiat 5 angulis planis pentagonicis, habet q; extantes quinq; angulos planos pentagonicos. Alia igitur ex adverso figura est struenda, huius similis; & quini alterutrius anguli plani extantes congruent in quinos reliquæ hiatus, & vicissim. Hinc nascitur Dodecahedron. Transactum sic est cum Pentagonis meris, & simul cum figuris omnibus unius solius speciei coaptandis: quia tres Hexagonici per XVI, non assurgunt ad solidandum.

Rr. & hic num. 3.

Hæc sunt illa corpora quinque, quæ figuras mundanas appellarè

Figuræ Mundanæ.



sunt soliti Pythagorei & Plato, & Euclidis commentator Proclus: quæ quomodo fuerint applicatæ corporibus mundanis, in præambulo lib. I. dixi, incertum esse. Communis quidem persuasio est, ducta ex Aristotele, Philosophos illos ad quinq; simplicia Corpora Mundi respexisse secundum quinarium numerum harum figurarum, scilicet ad quatuor Elementa, Ignem, Aërem, Aquam, Terram, & ad sic dictam Quintam Essentiam, seu Materiam cœlestem; comparatis figurarum proprietatibus, cum simplicium illorum corporum affectionibus. Nam in Cubo rectitudo super basi quadratâ stabilitatis quandam adumbrationē habet, quæ eadem proprietas est & Materiæ terrestris, gravitatis momentis ima petentis: cùm etiam totus Terræ globus vulgò credatur in medio Mundi quiescere. Vicissim Octahedri congruus est situs aspectui, si is à duobus oppositis angulis velut in torno suspendatur, inter quos medio præcisè loco est lutens quadrilate-

trilaterum, dividens corpus figuræ in duo æqualia, sicut globum à duobus polis suspensum dividit maximus circulus: hæc est quædam imago mobilitatis, uti aër est elementorum mobilissimum & celeritate & varietate plagarum.

5. Octaedron Aëris Symbolum

In Tetrahedro paucitas planorum signare videtur siccitatem ignis, cùm definitio sit siccorum, suis contineri terminis; in Icosaëdro vicissim multitudo planorum signare videtur humiditatem aquæ, cùm definiatur humiditas, alienis contineri terminis; est quippe paucitas, propriorum, multitudo, adscitorum & alienorum indicium. Et aliter etiam, Trigonus planus, est Tetrahedri proprius, quia tota Tetraëdrica figura est trigonus solidus: idem verò Trigonus, est Icosaëdri non proprius, sed mutuatitius, quia Icosaëdri soliditas, Pentagoni similis est, non Trigoni. Rursum in Tetraëdri acumine abunda basi surgente, vis Ignis penetrativa & divisoria videtur adumbrata esse, in Icosaëdri obtuso & quinquelineari angulo, vis impletoria humorum, hoc est vis humectandi: in Tetraëdri parvitate & mucilentiâ, natura ignis; in Icosaëdri mole globiformi, natura aquæ, & quædam velut figura guttæ: in Tetraedro plurimum est superficiei, minimum corporis; in Icosaedro molæ corporeæ multò major quàm superficies: quemadmodum in Igne forma præcellit, in Aquâ materia.

2. Tetraedron ignis symbolum

4. Icosaedron Aquæ Symbolum.

Dodecaedron verò relinquitur corpori cælesti, habens eundem planorum numerum, quem Zodiacus cœlestis signorum: demonstraturq; reliquarum figurarum capacissima: quemadmodum & cælum capit omnia.

3. Dodecaedron cœli Symbolum.

Hæc Analogia etsi plausibilis est, non quidem Aristoteli (qui cùm creatum esse Mundum negaret, vim in figuris quantitativis Archetypalem agnoscere non potuit, quippe quæ sine Architecto nulla illis ineat ad faciendum aliquid corporeum) sed mihi, Christianisq; omnibus, qui fide tenemus, Mundum, cùm antè non esset, à Deo creatum esse, in pondere mensura & numero, scilicet Ideis ipsi coæternis: etsi inquam plausibilis est in genere hæc analogia: tamen sic in specie informata, nullâ necessitate continetur; & patitur instantias, non tantum ob quarundam proprietatum discrepantiam in eâdem analogiâ; sed etiam ob majorem convenientiam Dodecaedri & Icosaedri cum Igne: denique quia de Elementorum numero & quiete Telluris, disputatio multò major est, quàm de harum figurarum numero.

Quod si hic substiterunt Pythagorèi, non reprehendo in hac parte Ramum, non Aristotelem, quòd hanc analogiam disputationibus convulsam rejecerunt. Ego ante annos viginti quatuor, longè aliter hæc quinque corpora in fabricâ mundi indagavi; dixique in præambulo libri I. mihi videri consentaneum, eandem doctrinam etiam veterum fuisse, sed occultatam more sectæ. Cùm enim habeat Astronomia Copernicana, seu veteris Aristarchi Samij Pythagorici, dispositionem Mundi mobilis talem, ut sint in eo sex Orbes seu curricula, circa corpus solis in centro immobile circumducta, magnisq; & inter se inæqualibus intervallis dirempta, Saturni extimi, deinde Iovis, dein Martis, inde Telluris cum Luna, tum Veneris, denique Mercurij intimi: cumque figurarum harum quinque, propria & essentialis sit inscriptio in Sphæricam superficiem cum angulis, & circumscriptio circa sphæricam superficiem cum centris planorum; adeoque cuilibet figuræ certum sit intervallum inter suos binos orbes: nihil plausibilius videri potuit, quàm sex illorum cœlestium orbium

Respice ad schema lib. V. cap. III.

intervalla quinque, ex quinque figuris esse desumpta à Creatore; hoc ordine, ut cubus mente concipiatur inter Orbes Saturni & Jovis, Tetraëdron inter Jovis & Martis, Dodecaëdron inter Martis & Terræ, Icosaëdron inter Telluris & Veneris, Octaëdron inter Veneris & Mercurij.

Hæc distributio numeris explorari potest, necessitatem infert, corporum numerum non conquirit anxiè, sed inventum occupat; denique sic est instructa, ut ab his annis viginti duobus non tantùm nullum invenerit oppugnatorem, sed etiam ipsos Rami inconsiderati Magistri & Euclideomastigis discipulos pertraxerit; hodieque tam multos pertrahat, ut jam dudum secundam editionem flagitaverint Mathematici. Sed de hac re pluribus agere, non est hujus secundi libri; inveniet lector infra libro quinto plura, aliqua etiam in Epitomes Astronomiæ libro IV. ubi ortus harum quinq; solidarum figurarum genuinius explicaturmetaphysicè: nam ille per angulationes, non vere ortus est, sed ortas consequitur, ut naturâ posterius quid.

XXVI. PROPOSITIO.

ADdi possunt congruentijs perfectissimis regularibus, duæ etiam aliæ congruentiæ, stellarum duodecim planarum Pentagonicarum: & duæ semisolidæ, stellarum Octangulæ, & Decangulæ.

Ss. & infra lib. V. cap. I. Tr. in typis æneis præmissis.

Claudunt enim pentagonicæ solidas figuras aculeatas undiq;: quarum una fit duodecim angulorum quinquelinearium, altera viginti angulorum trilinearium: illa trinis angulis insistit, hæc quinis simul; illa pulchrius super angulum erigitur; hæc rectius sedet, incumbens in quinos. In his etsi forinsecus non apparet regulare planum, sed ejus loco Triangulum æquicrurum Pentagonicum; quina tamen hujusmodi semper in unum idemq; planum competentia, occultum sub solidit ate quinquangulum, veluti cor suum circumstant; faciuntq; cum eo dictam stellam pentagonicam, seu Germanico Idiomate, pedem Trutæ, Theophrasto Paracelso signum sanitatis. Idea corporis quodammodo eadem est, quæ sui Plani; Nam ut in hoc, sc. in stella quinquangula, binorum semper triangulorum latera in unam rectam competunt. quæ parte sui interiore fit basis uni exteriori triangulo, latus verò intimo quinquangulo: sic in solido, semper quinorum solidorum angulorum Triangula singula æquicrura, competunt in unam planitiem, quorum quinq; triangulorum seu stellæ intima medulla & cor quinquangulum, fit basis in unâ superstantis anguli solidi: vel in alterâ, suæ stantium quinq; solidorum. Est autem tanta cognatio figurarum harum, unius cum Dodecaëdro, alterius cum Icosaëdro: ut videantur hæ, præsertim Dodecaëdron, trunca quodammodo & mutila, si cum illis aculeatis comparentur.

Octangulæ verò & Decangulæ stellæ, laterib⁹ suorum radiorum, quæ semper in primo & quarto, duobus transitis, congruunt in unam rectam, binæ semper & binæ congruunt, faciuntq; cubum illæ quendam, hæ Dodecaëdron quoddam, non angulatas sed auriculatas figuras: quia duob⁹ planis angulis coaptatis, hiatū fieri necesse est, qui claudi non potest. Ergò p XI. semisolida tantùm est congruentia.

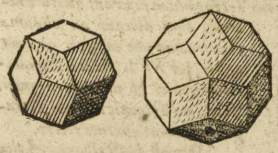
Perfectissimæ dicuntur congruentiæ, illæ solidæ, hæ semisolidæ, quia ipsis competit VI. definitio hujus lib. quoad soliditatem: planitiebus verò ipsis competit definitio figuræ perfectæ, quæ est libro I. secunda, sunt sc. secundario perfectæ. Nec absurdè dicimus, semisolidam perfectissimam, quia innuimus inchoari aliquid, cui non IX vel X sed cui VI Def. competeret si perfici posset.

XXVII. PROPOSITIO.

COngruunt etiam ad solidandas figuras, semiregulares figuræ, scilicet Rhombi plani, perfectissimè, idque tantùm bis.

Nam ex duodecim planis Rhombis, certæ proportionis Diagoniorum, fit Rhombus solidus, figura cellulæ Apiariæ, quantum ad latera sex, & fundum triangularem solidum: sex enim Rhombi congruentes sic, vt obtusi obtusis, acuti acutis applicentur, tres habent obtusangulos hiatus, tria etiam paria acutorum extantia suprà, totidemque infrà. Congruunt igitur trium utrinque Rhomborum, obtusis conjunctorum ternæ eminentiæ, in hiatus, recipiunt q; suis hiatibus illorum eminentias. Vu & hic figura minor.

Sic triginta Rhombi plani, proportionis Diagonorum alterius, faciunt Rhombum solidum Triacontaëdricum. Quini enim & quini Rhombi, angulis acutis conjuncti, ad effigiandos duos solidos ex oppositis plagis stantes, cùm hient apud obtusos conjunctos quinorum & quinorum Rhomborum obtusis alijs, implent hiatus: denique in utriusque veluti testæ medio, Zona ex decem Rhombicis composita circumit, conjungens utramq; testam. De hac etiam supra fol. 49. in Def. V.



Xx. & hic figura major.

Non esse verò plures perfectas Rhomborum congruentias, sic probatur. Sunt enim duo anguli plani Rhombici acuti, duo obtusi; quorum semper acutus unus & unus obtusus faciunt duos rectos: nec plures tribus obtusis congruunt, ne superent quatuor rectos. Quod si ergò tres solùm acutos conjunxeris, fit vt in Cubo, Hexahedron Rhombicum, cum duobus solùm solidis acutis, longissimè distantibus; cæteri solidi in medio corporis non tantùm distant: non servantur igitur leges definitionis VIII, quæ non admittit duos solos angulos in eadem sphærâ. Præterea ex sex solidis obtusis quilibet clauditur à duobus obtusis planis & uno acuto; quæ irregularitas rursum est contra definitiones. Ergò non tres tantum plani acuti coire debent. At neque sex acuti, totidem scilicet Rhomborum, coëunt. Si enim singuli habent quantitatem 2 tertias unius Recti, obtusi habebunt duplam quantitatem, scilicet 4 tertias: & sic tam tres obtusi, quàm sex acuti formabunt 4 Rectos, nec vel illi vel hi formabunt angulum solidum, sed sternent continuam planitiem, vt in figurâ G. Sin autem acuti minores sumantur; obtusi maiores erunt, & tres superabunt quatuor rectos. Ergò duæ tantùm sunt perfectissimæ Rhombicæ congruentiæ: una, in quâ quatuor acuti anguli Rhombici coëunt in solidum; altera, in quâ quinque: quibus tamen associatur Cubus, tanquam Rhomborum omnium principium, quia planum ipsius est laterum æqualium quatuor, vt Rhombicorum. G. fol. 53.

XXVIII. PROPOSITIO

PErfectæ in solido congruentiæ gradus inferioris, species sunt tredecim; ex quibus tredecim oriuntur Archimedêa Corpora. XIII. Archimedêa

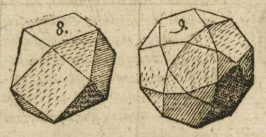
Cum enim misceantur in hoc gradu figuræ diverſæ, quare per propoſ. XXI. miſcebuntur aut duárum aut trium ſpecierum figuræ. Quod ſi duarum, tunc inter eas vel ſunt Trigoni vel non ſunt.

Igr ex Trigonis & Tetragonis fiunt ſolida tria, quibus quidem def. IX. competat. Nam illa rejicit formas haſce tres, in quibus ſolidum angulum claudunt, cum uno Tetragonico plano angulo, tam duo, quàm tres plani Trigonici; aut cum duobus Tetragonicis, unus Trigonicus; quia in primo caſu unus ſolus Tetragonus eſt, ſit 9, dimidium Octaedri, & anguli ſolidi ſunt diverſiformes: in ſecundo duo ſoli Tetragoni, in tertio duo ſoli Trigoni: quæ p X, ſunt imperfectæ congruentiæ. Reſtant ergò modi hi, in quibus angulum ſolidum claudunt plani, Primum, quatuor Trigonici & unus Tetragonicus. Sunt enim minores 4 rectis. Congruunt igitur ſex Tetragoni & Triginta duo (id eſt 20 & 12.) Trigoni, & fit figura Triacontaoctohedrica, quod appello Cubum ſimum. Hic in ſchemate ſequenti pictus eſt Numero 12.

Oc.

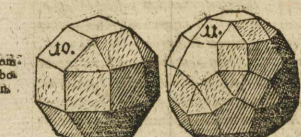
I. Cubus ſimus.

Quinq; enim Trigonici plani & unus Tetragonicus ſuperant quatuor rectos, cùm debeant ad ſolidum claudendum eſſe minores quatuor rectis, per XVI. Sic etiam quatuor Trigonici & duo Tetragonici, Tres verò Trigonici & duo Tetragonici faciunt quatuor rectos.



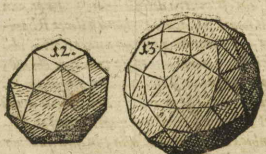
II. Rh. Cubo octaedron.

Secundò duo Trigonici & duo Tetragonici minus habent quatuor rectis; Hic igitur congruunt octo Trigoni & ſex Tetragoni ad formandum unum Teſſareskædecaëdron, quod cuboctaëdron appello. Pictum eſt hic num: octavo. Duo verò Trigonici cum tribus Tetragonicis ſuperant 4 rectos.



III. Rhombici Cubo octaedron.

Tertiò unus Trigonicus & tres Tetragonici minus habent 4 rectis Hic ergò congruunt octo Triangula & octodecim (id eſt 12 & 6) quadrangula, ad unum Icoſihexaëdron, quod appello ſectum Rhombi Cuboctaëdricum: vel Rhombicuboctaëdron. Pictus eſt hic numero 10.



In his igr tribus ſunt Tetragoni juxta Trigonos: ſequitur ut & Pentagonicos ijs ſeorſim aſociemus.

Quinq; plani Trigonici juxta unum Pentagonicum non ſtant, quia neq; juxta minorem eo, Tetragonicum, ſtare poterant. Quatuor ergò Trigonici, cum uno Pentagonico, minus efficiunt 4 rectis, & congruunt octoginta (id eſt 20. & 60) Trigoni, cum duodecim Pentagonis, ad formandum Enneneconta kædyhedron, quod appello Dodecaëdron ſimum. Pingitur hic numero 13. Et in hoc ordine ſimorum, Icoſaëdron poſtea eſſe tertium, quod eſt quaſi Tetraëdron ſimum.

IV. Dodecaëdron ſimũ

Tres

Tres planos Trigonicos si uni Pentagonico associaveris, fit quod suprà, ut duo solum Pentagoni veniant in solidum; & si duos Trigonicos uni pentagonico, venit unus solus Pentagonus in solidum: fit q; illic Zona vel columna media, hic Pyramis, partes Icosaëdri: nec anguli solidi sunt hic ejusdem speciei, quia unus ambitur, ut in Icosiedro, quinque Trigonicis. Et transactum est cum unico Pentagonico. Pp.

At tres Trigonici cum duobus Pentagonicis plus efficiunt 4 rectis. Transactum igitur est cum tribus Trigonicis in societatem Pentagonicorum adscendis. V. Icosidodecahedron.

Duo Trigonici cum duobus Pentagonicis minus efficiunt 4 Rectis. Congruunt igitur viginti Trigoni & duodecim Pentagoni in unum Triacontakædyhedron, quod appello Icosidodecahedron. Pingitur hic Numero 9. Cum uno Pentagonico duos Trigonicos jam rejecimus, Transactum iger est cum duobus Trigonis.

Unus Trigonicus cum tribus Pentagonicis plus quam 4 rectos efficit, cum duobus verò per XXIII. nihil regulare, quia Pentagonus est figura imparilatera. Sicq; transactum est cum Pentagonis in societate Trigonicorum.

Trigonici quatuor cum uno Hexagonico, & duo cum duobus Hexagonicis implet planitiem: at tres cum duobus sunt majores 4 rectis, cum uno Hexagonico duos solos Hexagonos in figuram recipiunt; rejectis iger tribus Trigonicis, duo sunt æquales uni Hexagonico, quare rejecti per XXII. Restat ut unus Trigonicus cum duobus Hexagonicis copuletur. Itaq; congruunt quatuor Trigoni cum quatuor Hexagonis in unum Octaëdron, quod appello Truncum Tetraëdron. Pingitur Numero 2 fol. sequenti. VI. Tetraedron truncum.

Trigonici quatuor cum uno Heptagonico & majoribus, superant 4 rectos; nulla igitur porrò mentio faciendæ est quatuor Trigonicorum: nulla etiam trium, ob causas sæpè allegatas: duo verò cum figurarum Hexagono majorum binis planis, superant 4 rectos: nulla igitur neq; duorum porrò est faciendæ mentio, cum binis planis figuræ majoris; nec duorum cum uno plano figuræ majoris, quia illi superantur ab hoc, quod rejectum est ax: XXII. Restat examinandus hic casus, cùm unus Trigonicus duobus planis figuræ majoris Hexagonæ copulatur: atqui cum duobus Heptagonicis rejicitur per XXIIII. Vt & cùm omnium imparilaterarum duobus: cum duobus verò Octogonicis, fit corpus, in quo congruunt octo Trigoni & sex Octogoni in unum Tessarakædecahedron, quod appello Cubum Truncum. Ejus figuram habes signatam Num: 1. fol. seq. Cum duobus Decagonicis, fit corpus, in quo congruunt viginti Trigoni & 12 Decagoni, in unum Triacontakædyhedron, quod Appello Truncum Dodecaëdron. Id signatum est inter figuras sequentes Num. 3. Cum duobus Dodecagonicis implebitur planities, nec fit solidus angulus, multoq; minus cum majoribus. Et transactum est in universum cum Trigonis: in dualitate quidem specierum. VII. Cubus truncus. VIII. Dodecaedron truncum.

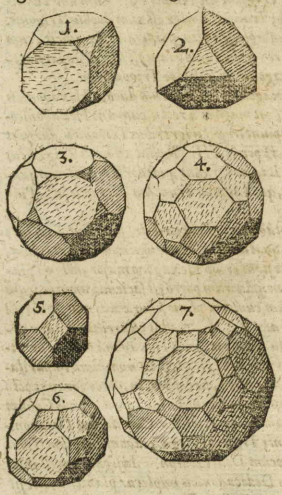
Cùm ergò inter binas planorum species non amplius sunt Trigoni: minima porrò figura erit Tetragonus. Atqui Tetragonici tres, cum uno majoris plani angulo, superant 4 rectos: duo verò Tetragonici cum uno majoris, non tolerantur, ob definitionem IX, quia majoris speciei figuræ tantum duæ reciperentur in solidum. Unus iger Tetragonicus cum duobus Pentagonicis rejicitur per XXIII: cum duobus Hexagonicis coit, & congruunt sex Tetragoni cum octo Hexagonis in unum Tessarakædecaëdron, quod Appello Truncum Octaëdron. Pingitur numero 5 sequentis schematis. Unus Tetragonicus cum duobus Heptagonicis aliisque IX. Octaedron truncum.

que imparilaterarum rejicitur, per XXIII. cum duobus Octogonicis, planum locum implet: cum majoribus etiam superat 4 rectos; nec assurgit ad solidum angulum formandum. Ita transactum est cum Tetragono, cum duæ solæ debent esse planorum species.

Duo Pentagonici cum uno Hexagonico aut quocunq; alio unico rejectitium quid inchoant, per XXIII, quod supra etiam de Trigonico & Tetragonico cum binis Pentagonicis usurpavimus. Insuper cum uno Decagonico planitiem sternunt, nec cum illo aut majoribus assurgunt in soliditatem.

X. Truncum Icosaedron.

Unus ergò Pentagonicus cum duobus Hexagonicis minus facit 4 rectis; & congruunt duodecim Pentagoni cum viginti Hexagonis in unum Triacontakaedyhedron, quod appello Truncum Icosihedron. Formam habes signatam numero 4. Nec plura expectanda à Pentagono. Nam unus Pentagonus cum duobus Heptagonicis jam superat 4. rectos.



Hexagonicus cum duobus alijs implet planitiem, cum majoribus superat 4 rectos. Itaq; hic finis est mixtorum ex duabus speciebus.

Quod si trium specierum Plana concurrere possunt ad unum angulum solidum: Primum anguli duo plani, unus Tetragoni, alter Pentagoni superant 2 rectos; majores his, multò magis: tres verò Trigonorum trium, æquant 2 rectos: nequeunt igr tres Trigonici admitti, ne summa omniù superet 4 rectos. Duo verò Trigonici cum uno Tetragonico & uno Pentagonico vel pro eo Hexagonico, aut quocunque majori, rejiciuntur, per pr. XXIII. quia Trigonus imparilatera figura cingi deberet Tetragono & Pentagono, vel pro eo Hexagono &c.

XI. Rhombicosidodecaedron.

Unus igitur Trigonicus cum duobus Tetragonicis & uno Pentagonico, minus efficiunt 4 rectis, & congruunt 20 Trigoni cum 30 Tetragonis & 12 Pentagonis, in unum Hexacontadyhedron, quod appello Rhombicosidodecaëdron, seu sectum Rhombum Icosidodecaëdricum. Pingitur num. 11. fol. antecedentis

Unus Trigonicus, duo Tetragonici, cum uno Hexagonico, æquant rectos quatuor; cum uno majori, superant; nec ad solidum assurgunt. Mittamus igitur duos Tetragonicos.

Unus Trigonicus, unus Tetragonicus, & duo Pentagonici superant 4 rectos; multoq; magis si bini majores plani anguli admiscerentur. Desinunt igitur misceri anguli plani quaterni ad formandum unum solidum: desinit ergò & Trigonus ingredi mixturam triplicem. Nam unus Trigonicus, unus Tetragoni-

cus &

cus & unus pentagonicus, aut quicunq; alius hujus loco, rejiciuntur per XXIV, quia trigonus est imparilatera figura.

Cum igitur porrò sint tres solùm anguli plani: nulla inter figuras toleratur imparilatera, per eandem XXIX.

Tetragonicus igitur, cum Hexagonico & Octogonico minimis, minus faciunt 4 rectis; & congruunt 12 Tetragoni, 8 Hexagoni, & 6 Octogoni, in unum Icosihexaëdron, quod appello truncum Cubocta-ëdron: non quòd truncatione nasci possit; sed quia simile est truncato Cubocta-ëdro. Pingitur num. 6. XII. Cubo-octaedron truncum.

Tetragonicus cum Hexagonico & Decagonico, minus 4 rectis efficiunt: & congruunt 30 Tetragoni, 20 Hexagoni & 12 Decagoni, in unum Hexacontadyhedron, quod appello truncum Icosidodecaëdron, simili de causa ut proximum. Pingitur num. 7. XIII. Icosidodecaedron truncum.

Si pro Decagonico succedat in societatem Dodecagonicus: implentur 4 recti, nec fit solidum; sic etiam si pro Hexagonico succedat Octogonicus, & aliqui, Octogonico major, sit tertius; superantur 4 recti: nec minus, si absit Tetragonicus, & socientur tres distinctarum figurarum parilaterarum majores. Igitur stat omnis Archimedeorum familia intra num. 13. quod erat demonstrandum.

XXIX. CONSECTARIUM.

FIguræ congruæ sunt in universum duodecim, octo Radicales seu Primæ, & quatuor auctæ seu Stellæ.

1. Trigonus
2. Tetragonus.
3. Pentagonus
4. Hexagonus
5. Octogonus
6. Decagonus
7. Dodecagonus
8. Icosigonus
9. Stella Pentagonica
10. Stella Octogonica
11. Stella Decagonica
12. Stella Dodecagonica.

Gradus congruentiæ distincti sunt. In primo sunt Trigonus & Tetragonus, *quia congruunt tam in solido, quàm in plano, tam singularum specierum inter se, quàm junctarum, & cum alijs.*

Secundo gradu consistunt Pentagonus cum stella suâ. Nam congruunt & singularum specierum inter se, in solido: & tradunt mutuas operas in plano: sed potior est Pentagonus, quia congruit etiam cum alijs nonnullis tam in plano, quàm in solido.

Tertius est Hexagoni, quia figuræ hujus speciei congruunt in plano, cum alijs verò tam in solido quàm in plano.

Quartum gradum tenent Octogonus & Decagonus cum stellis suis. Nam Radicales illæ, cum alijs nonnullis congruunt in solido, stellæ verò cum figuris singularum specierum quadamtenus: in plano verò omnes quatuor congruunt cum alijs, magis tamen variè magisq; perfectè Octogonica secta.

Quintus gradus habet Dodecagonum cum stella suâ; quia in solido quidem minimè, at in plano multifariam congruunt cum alijs; in solido igitur sola magnitudine impediuntur. Causâ planitiei præferenda est hæc secta gradui quarto.

Ultimus gradus est Icosigoni, quia is non nisi in plano, nec nisi cum alijs, & cum illis ipsis quoq; imperfectè congruit.

Quòd

Quòd si solam consideremus Planitiem, Ordo figurarum erit iste. 1. Hexagonus. 2. Tetragonus. 3. Trigonus. 4. Dodecagonus. 5. Stella ejus. 6. Octogonus. 7. Stella ejus. 8. Pentagonus. 9. Stella ejus. 10. Decagonus. 11. Stella ejus. 12. Icosigonus.

Omnes aliæ figuræ sunt incongruæ; proximus tamen congruentiæ est Pentekædecagonus, *quia incipit congruere cum alijs in plano; at excluditur per XXIII. quo minus ut Icosigonus, cingi undiq; æqualiter possit. Post illum est figura 16 laterum & similes, quæ planè non congruunt cum regularibus alijs; impediente magnitudine angulorum. At Heptagonus & similes longè aliâ ratione sunt incongruæ figuræ, quia nec toti anguli, nec partes angulorum aliquotæ, propriæ figurarum, cum alijs regularibus congruunt.*

Ita in tribus per se demonstrabilium classibus desinit congruentia, in Octogono, Dodecagono, Icosigono, in quarto spurio ne incepit quidem. Hæc libro IV. in delectu Aspectuum suum usum habent.

XXX. CONSECTARIUM.

EX his genuinum discrimen apparet inter demonstrationem & congruentiam figurarum causâ latitudinis.

Nam 1. Demonstrationis propriæ gradus ultra Octogonum, Decagonum Dodecagonum, in figuræ duplorum laterum in infinitum excurrunt: Congruentia in Octogono, Icosigono, Dodecagono subsistit. 2. Pentagonus cum stellâ suâ, causâ demonstrationis & scientiæ, est ignobilior Dodecagono: causâ congruentiæ in solido, est multo nobilior. 3. Octogonus ibi sequitur Pentagonum, hic antecedit. 4. Hekkædecagonus ibi erat potiore loco, quàm Icosigonus: & tamen illa est figura incongrua, hæc congrua quadamtenus. 5. At in Pentekædecagono pulchra est rei utriusq; convenientia, analogiam servans eandem: quia inter demonstrationes nulla illi obvenit propria, sed accidentaria saltem; inter verò congruentias nulla consummata, sed aliqua saltem inchoata, nec totam figuram occupans. Hæc infra libro III, in ortu & usu semitonij sunt notanda.

FINIS LIBRI II.

Sequitur Liber III. Astro & Alphabeti & Numeri solaris latitio, quàm ab ea principium impressio sui fuit sortita.

JOH:

IO. KEPLERI
HARMONICES MUNDI
LIBER III.

DE ORTU PROPORTIONUM HARMONICARUM, DEQUE Natura & differentijs rerum ad Cantum pertinentium.

PROCLVS DIADOCHVS
Lib: I. Com: in I. Elementorum Euclidis

Cum philosophia multas sit complexa facultates, multas & Mathematicas; de una quidem hujus parte Harmonice dicta, de qua Numerii (Harmoniarum principijs creditis) hac scribit.

Ad Theologiam præparat Mentis conatus. Nam ea quæ non Initiatis circa veritatem rerũ divinarum videntur esse captu difficilia & sublimiora, illa Mathematicis Rationibus demonstrantur esse fida manifesta & sine controversia, per quasdam Imagines. Nam Proprietatum supereſſentialium evidentiam ostendunt in Numeris: & quæ sint Intellectualium Formarum Potestates, in Ratiocinativis elarum efficiunt. Itaq; Plato multa mirabilia de Natura Deorum nos per ſpecies rerum Mathematicarum edocet: & Pythagorica Philosophia, his ceu velis obnubit institutionem de rebus divinis. Hujus enim generis est universus ille SERMO SACER, & Philolaus in Bacchis, & tota Pythagoræ ratio docendi de Deo.

Rursum ad Moralem philosophiam nos perficit, implantans nostris moribus Ordinem, decentiam & conversationem Harmonicam; tradit etiam, quæ figuræ, quæ Cantilenæ, qui Motus virtutem deceant: qua doctrina etiam Athenæus excoli & perfici vult eos, qui virtutibus Moralibus ab adolescentia daturi sunt operam. Quin etiam proportiones Numerorum, virtutibus familiares, explanat, alias quidem arithmeticas, alias Geometricas, alias Harmonicas: ostendit & Vitiorum Excessus Defectusq;, quibus omnibus dirigimur ad mediocritatem Morum, & decentiam.

DE ORTV PROPORTIONVM HARMONICARVM, DEQVE Natura & differentijs rerum ad Cantum pertinentium.

HActenus Naturam rerum secuti, primùm de Figuris Planis Regularibus diximus; deinde ad earum Congruentias transivimus.

In sequentibus derogandũ erit nonnihil Methodo Naturalj; ut cognitio mentis humanæ, quæ non rarò viâ diversa utitur, tanto magis adjuvetur. Hoc enim natura rei requirebat, ut jam tertio loco explicaremus proportiones in abstracto illas, quæ inter circulum & partem a latere quolibet rescissam constituuntur; & quæ aliæ rerum species oriantur ex compositione & divisione talium proportionum: tum quarto loco transiremus ad opera mundana, quæ vel Deus ipse Creator ad hujusmodj proportiones attemperavit, vel Natura sublunaris ad præscriptum proportionum talium, in Angulis radiorum sideralium quotidiè exercet: ultimò verò subjungeremus Musicam humanam, ostendentes, quomodo Mens humana, judicium auditus informans, instinctu naturali Creatorem imitetur, delectu & approbatione proportionum in vocibus earundem, quæ Deo placuerunt in attemperatione motuum cœlestium. Quia verò difficile est, Proportionum Harmonicarum differentias, Genera, Modosq; abstrahere mente à vocibus & sonis Musicalibus; cùm non alia nobis suppetant vocabula, rebus explicandis necessaria, quàm Musica: ideò conjungendus nobis erit in hoc libro locus tertius cum quinto & ultimo, dicendumq; non tantum de Proportionibus Harmonicis abstractis, sed etiam præoccupandum hoc humanum creationis imitamentum in cantu; Creationis verò cœlorum opus, proper sublimitatem & incredibilitatem differendum in locum ultimum, ordine illo, qui in titulo libri præscriptus est. Et hæc de ordine dicendorum.

Pythagorica philosophia devi numerorũ,

Jam ut contraria inter se opposita magis eluceſcant, lubet disputationem de cantu humano auspicarj à commemoratione eorum, quæ veteres super ortu consonantiarum sunt commentj.

Nimirum sicut est comparatum in rebus omnibus humanis; ut quæ Naturâ nobis sunt tributa; in ijs usus cognitionem causarum antevertat: sic etiam circa Cantum generi humano usu venit, ut inde ab ortu suo, modulis & intervallis vocum sine speculatione aut cognitione causarum uteretur ijsdem, quibus utimur hodie vulgò; in ducan-

decantatione Melodiarum, non tantum in Templis & choris Musicorum, sed passim sine exercitatione artis, etiam in compitis & agris.

Apparet hæc antiquitas Cantus ex libro primo Geneseos. Magnam enim oportuit esse delectationem ex Cantu vocis humanæ (cùm vero delectationem dico, intervalla dico Harmonica & Concinna) quæ jam octavum ab Adamo Iubalem permovit, ut Cantus hominum brutis instrumentis imitari disceret, doceretque. Nisi fallor, Iubal hic Apollo est, levi mutatione literarum, qui fratrem Iabelem pecuariæ authorem, fistulaq; agresti gaudentem (Pana Deum à Græcis creditum) Cytharæ repertæ claro tinnitu superavit, materiam chordarum à Tubal-caino fratre, qui nobis ex nominis allusione Vulcanus esto, mutuatus.

Vtcunq; tamen antiqua sit Cantus humani forma, ex intervallis consonis vel concinnis composita: causæ tamen intervallorum latuerunt homines; adeò ut ante Pythagoram ne quærerentur quidem; & quæsitas per duo millia annorum, primus ego, nisi fallor, exactissimè proferam.

Primus quidem fertur Pythagoras, cùm apud officinam ferrariam transiret, sonosq; malleorum harmonicè contemperatos animadvertisset, deprehendisse differentiam sonorum esse ex magnitudine malleorum, ut magni graves sonos ederent, parvi acutos. Cùm autem inter magnitudines spectetur propriè proportio: mensus malleos, proportiones facilè animadvertit, quibus harmonica vocum intervalla constituerentur, & quibus dissona; quibus Concinna, & quibus Inconcinna. Statim enim à malleis ad chordarum transivit longitudines; ubi aures exactiùs indicant, quæ partes chordæ cum totâ consonent, quæ ab illâ dissonent.

Proportionibus certis repertis, ut τῷ ὅτι, supererat, ut etiam causæ, seu τὸ διότι, indagarentur, cur hæ proportiones concinna, suavia, consonaq; intervalla vocum definirent, aliæ proportiones dissona, abhorrentia ab auribus, insueta. Et itum fuit per annos bis mille in hanc sententiam, causas petendas à proprietatibus ipsarum proportionum, ut illæ continentur sub terminis quantitatis discretæ, scilicet Numerorum. Viderunt enim Pythagorej, perfectas constitui harmonias, si chordæ æquè tensæ proportionem habeant inter se longitudinis duplam, & si triplam, & si quadruplam, inter numeros 1. 2. & 1. 3. & 1. 4. Quæ proportiones dicuntur in Arithmetica, Multiplices. Rursum paulò imperfectiores esse consonantias chordarum, quæ faciunt proportionem sesquialteram, Hemiholiam; & sesquitertiam, Epitriton; sc. inter numeros 2. 3. & 3. 4. quæ duæ proportiones conjunctæ, faciunt proportionem duplam, inter numeros 2. 4. vel 1. 2. minor verò, inter 3. 4. ablata à majori 2. 3. relinquebat sesquioctavam, inter 8. 9. Et tantum deprehenderunt esse in-

tervallum Toni, usitatissimum in omni cantu. Atqui numerus 8. est
1. 2. 3. cubus de 2. & numerus 9. est quadratum de 3. Iam igitur hi erant in
4. 6. 9. promptu numeri 1. 2. 3. 4. 8. 9. Cùm autem eadem unitas sit & qua-
8. 12. 18. 27. dratum suum, & cubus; Binarius verò quadratum suum haberet 4. & cubum 8. Ternario etiam præter quadratum 9. adjunxerunt cubũ suum 27. quòd existimarent, ad cubos usq; progrediendum esse, propterea, quòd Mundus totus & vocalia omnia, non superficiebus constarent inanibus, sed solidis corporibus. Deniq; ex hoc initio tanta coaluit opinio Numerorum horum, propterea quod essent Primi, eorumq; quadrati & cubi; ut Pythagorei totam Philosophiam ex ijs censuerint concinnandam. Nam unitas repræsentabat ipsis Ideam & Mentem & Formam, quia ut unitas individua est, eademq; manet & quadratè multiplicata & cubicè; sic ideæ quoq; indivisibiles & universales essent & semper Idem. Itaq; unitatem fecerunt symbolum Naturæ Identitatis, Numeros verò cæteros, symbola Naturæ Alteritatis. Binarius igitur alteritatem signabat & Materiam, quia divisionem ille admittit, ut & ista; & ut ille quadratè multiplicatus fit 4. cubicè 8. qui sunt numeri distincti à 2; sic materia instabilis & multiformis esse potest. Aliter, Binarius etiam animam signabat, quòd cùm Mens immobilis sit, aut motu uniformi sc. circulari gaudeat: Anima contrà multiplices motus à corpore excipiat, adq; motus rectilineos, qui sunt in sextuplici differentia, magis familiariter se habeat. Deniq; Ternarius notabat illis corpus, compositum ex forma & Materia, sicut 3. compositus est ex 2. & 1. & quia corpora mundana tot habent dimensiones, quot Ternarius unitates.

Anima Pythagoreis est Numerus & Harmonia.

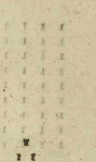
Neq; tantum Symbola erant Numeri, trium principiorum, sed jam ipsa Anima componebatur ipsis ex hisce numeris, eorumq; proportionibus omnibus, & subdivisionibus proportionum in sesquialteras, sesquitertias & sesquioctavas: ut Anima, vinculum Mentis & Corporis, esset in sua essentia nihil nisi Harmonia, exq; harmonijs composita, Ad hoc dogma duxit illos procul dubio, consideratio ista, quòd Anima humana delectetur tantopere vocibus, quæ aliquas proportiones harmonicas magnitudine sua formant & continent.

Excursus de Tetracty Pythagorico.

Ex principiis paulo antea expositis videtur eruendus esse ille Tetractys, fons perennis Animæ humanæ, per quem Pythagorei jurabant; meâ opinione sic, quod inter trium cuborum 1. 8. & 27. binos, verbi causa inter 1. & 8. duo medij proportionales sunt. 2. & 4. Itaq; numeri quatuor 1. 2. 4. 8. quorum summa 15, vel 1. 3. 9. 27. quorum summa 40. faciunt illum Tetractyn. Duos autem proportionales habent bini cubici, sicut bini plani unum proportionalem, ut notum ex geometricis.

Vel

Vel fuerit Tetractys iste 1. 2. 3. 4. 1. illud principium Numerorum; 2. Numerorũ & Parium primus; 3. compositorum & Imparium primus; ducto jam 1. in 3. fit rectangulum 3. ut ex impari: ducto verò 2. in se ipsum, fit quadratum 4. ut ex pari, cujus etiam in factura longitudinem & latitudinem decet esse pares, sicut in illius rectangulo inæquales. Summa igitur ex 1. 2. 3. 4. est 10. & anima humana solet ad 10. numerare. Et sicut sunt 4. Numeri, totidem sc. quot erant in quarto unitates: sic etiam per eos, quatuor species harmoniarum existunt: inter 1. 2. Diapason, ut & inter 2. 4. & inter 1. 4. Disdiapason, quæ sunt pro una; inter 1. 3. Diapason Epidiapente, quã habebant pro maxima systematis Harmoniâ, estq; hic secunda; tertia inter 2. 3. Diapente; & quarta inter 3. 4. Diatessaron. Nec plures agnoscebant ipsi Harmonias.



Hæc ex mea mente. At de eodem Tetracty paulò aliter Ioachimus Camerarius, nec paulò rectiùs; nisi ipsum fefellit multiplex lectio veterum authorum: qui, in Græcis commentariis ad aurea Pythagoræ Carmina, sic scribit. *Primùm illi singulariter Denarium Numeri vocabulo designarunt. Quo sensu Plato in Phædone dixit; quòd Numeri semissis universus sit impar. Describantur enim duo numerorum ordines ab unitate ad denarium alternis serit vnus ordo Imparium alter Parium, in hunc modum* 1. 3. 5. 7. 9. (*Summa* 25. *impar, quadratus quinarij.*
2. 4. 6. 8. 10. *quot sc. erant impares.*)

i.e. quatenus priorum numeri, illi duo reliqui summa constituunt alterum ultimum parium et impariũ

Vel omissa vnitate, vt principio, & Denario vt singulariter dicto Numero, sic 2. 4. 6. 8.
3. 5. 7. 9. (*Summa* 24. *par.*)

Hoc illud ænigma; Imparia esse Paria. Singuli enim ex 3. 5. 7. 9. *sunt impares, at omnes sunt pari numero quatuor* (*Et Summa* 24. *par.*)

Igitur Denarius peculariter Numerus à Pythagoreis dictus, habet hoc proprium, quod colligitur ex vnitate, ejusq; continuis multiplicibus vsq; ad quaternarium. Fit enim Triangulum numerale æquilaterum, cujus basis est Quaternarius; vertex, vnitas. Ex eo Pythagorici numerum omnem appellaverunt Tetractyn. Duplicatis enim primæ Tetractyis lateribus, fit altera Tetractys Pythagorica, Numeri 36. *celebratissima & vndiquaq; vtilissima penes ipsos, Trigonus sc. numericus, cujus basis est Octonarius. Itaq; in multis demonstrationibus vsi sunt numero* 36. *maximè in Harmonicis. Nam in figurarum hujus Numeri dispositionibus inveniuntur hi numeri* 12. 9. 8. 6. *quibus numeris omnes Harmonicas Consonantias secundùm proportiones Intervallorum comprehensas esse demonstrarunt. Est enim Numerus* 36. *quadratus, ejusq; latus* 6. *Est Trigonicus, cujus latus* 8. *est Oblongus Rectangulus, cujus longitudo* 9. *& altera ejus longitudo* 12. (*Novem enim quater, & duodecim ter faciunt vtring,* 36.) *Deniq; conjectis his* 6. 8. 9. 12. *in vnam summam, existit Numerus* 35. *Harmonia dictus à Pythagoricis: cujus vnitas additarursum absolvit Numerum* 36. *Amplius numerorum qui ex antecedentibus ordine naturali sunt collecti* (*idest ex trigonicis* 1. 3. 6. 10. 15. 21. 28.) 36. *primus* (*& solus intra* 1225) *est quadratq; habetq; latus* 6. *primum perfectũ*

(compositum scilicet ex omnibus suis partibus aliquotis 3. 2. & 1.) Idem etiam conficitur multiplicatione duorum primorum quadratorum 4. & 9. Idem colligitur & componitur ex duobus primis cubis 8. & 27. cum vnitate cubica. Propter vsum tam multiplicem hujus Speculationis, Tetractys ista à Pythagoreis consideratione & admiratione digna fuit habita inter primas; itaq. transsumserunt illam ad Physica, maximeq. ad contemplationem Animæ, nec minus ad Ethica, & admiscuerunt Theologica aliqua. Nam vt Epiphanius ex Irenæo contra Valentinianos ostendit, juramentum fecerunt Tetractyn: intelligebant autem per illa quatuor, Fundum, Silentium, Mentem, Veritatem. Etsi in Carminibus aureis, juramenti formula non est Tetractys ipsa, sed ille qui per Tetractyn exhibuit Animæ perennitatem Essentiæ. Animalem quidem Tetractyn Plutarchus physicè explicavit; vt sit Sensus, Opinio, Scientia, Mens; addidit q. versum

Fontem, Naturæ quo turget vena perennis.

Mundanam verò Tetractyn licet accuratius in hunc modum intueri: quòd ab vnitate, per Ternariam rationem producta, vnitate adimplendum intervallum in medium assumpta, Quaternarius sq. circùm veluti lineis rectis septa, sic tandem Tetractys illa Denarium efficiat.: cùm ipsa sit hoc pacto tertius Trigonorum in genesi: (Nam post vnitatem, primus trigonus est 3. cujus basis 2. secundus 6. cujus basis 3. quorum exteriores ternas lineas si duxeris per puncta illic duo, hic tria, Trigonum adumbrantia, relinquitur in medio nihil; Tertius verò Trigonus 10. basi 4. si loco punctorum quaternorum, lineas singulas acceperit, exterius circumeuntes: relinquetur in medio punctum unum, quod ad nullam figurantium linearum pertinet, sed interius spacium, veluti cor aut nucleum, adumbrat.) Hac de causa Pythagorej Decadem

Omnicapam Matrem, quæ sepiat omnia circùm,
Cedere nesciam & Indomitam castamq; vocarunt

vt ait Proclus. Atq. ipsa decem vnitatum consummatio, sc. denarius ex hac Tetractys collectus, continere & absolvere, seu consummare ex ornatione totius vniversi, traditus est à Pythagoreis, quos & Plato sequitur. Nam 1. vniversitas facta est corporea & sensilis, 2. continet omnia quæ sunt in ipsa, indissolubiliter, per vinculum Analogiæ seu commensus. 3. Tota est, quippe ex totis Elementis. 4. Rotundum ejus corpus est. 5. Ipsa est quæ in seipsa patitur, & à seipsa, passiones omnes. 6. Movetur in circulum. 7. Animatum ejus corpus est. 8. Temporis effectrix est per revolutiones astrorum. 9. Habet sacra certa sideraj; in Deorum numerum relata, quæ Annum magnum, vt perfectum, conficiunt. 10. Undiquaq. perfecta est universitas rerum, habens in se animalia omnia, quatuor formis assimilata (astra cælo, aves aerj, pisces aquæ, quadrupedes terræ.) Hoc pacto ab vnitate, (vt Pythagorej, Munadis ex antro) progressio est vsq. ad Quatuor, (vt illi

donec veniatur ad ipsam

Tetrada divinam) sicq. denarium parit, matrem omnium vti diximus. Est autem vnitatis progressus hujusmodi. Unus enim est Mundus. Binarius signat primam in eo comprehensam multiplicitatem. Ternarius, vinculum & Nodum, coaptationi rerum necessarium: Nam vt duæ solæ res coeant in unum, seorsim à Tertio, non est possibile. Quater

Quaternarius, est numerus Elementorum definitor & recensitor. Mundus enim est corpus solidum; solida verò duo, duabus semper mediatibus indigent, vt in continua proportione congruant. Horum verò (sc. 1. 2. 3. & 4.) summa est denarius, de quo hactenus. Hic enim ornatus est vniversitatis, hæc dos, qua dotavit illam factor ejus. Hactenus Camerarius ex veteribus: quibus pleraq; consentientia inculcat Hermes Trismegistus (quisquis ille fuit) filio suo Tatio: cujus hæc verba, *Vnitas secundùm rationem Denarium complectitur, rursumq; Denarius vnitatem.* Deinde concupiscibilem Animæ facultatem componit ex 12. vltoribus, seu vitijs Ethicis, ad numerum signorum Zodiaci, cuj Corpus & hanc ad corpo vergentem Animæ potentiam subjicit: Rationalem verò facultatem Animæ ex Denario & ipse componit Virtutum Ethicarum. Sic quod Pythagoræj celebrant Tetractyn fontem Animarum, & Camerarius plures ait fuisse Tetractyas, non illam solum, quæ à quaternarij basi surgit ad summam 10. sed etiam aliam præcipuam, quæ ab Ogdoadis basi ad verticem usq; colligit summam 36: idem & Tatius hic ex doctrina patris Hermetis innuit, dum tempus ait fuisse, cùm ipse adhùc esset in Ogdoade, Octonario: Filium verò Pater ad Pimandrum remittit, de Octonario canentem; in quo sanè occurrit Octonarius habituum Animæ Ethicorum, septem quidem respondentium planetis septem, ut apparet, initio a Luna facto; octavi verò divinioris & quietioris, ad sphæræ puto fixarum ideam. Omnia etiam geruntur per Harmonias; plurima inculcatio *Silentij*, plurima *Mentis, Veritatisq;* mentio; proponitur & Antrum, Fundus, Penetrale, Crater Animarum, & cætera multa: ut dubium nullum esse possit, quin aut Pythagoras Hermetisset, aut Hermes Pythagorisset. Accedit enim & hoc, quod Hermes Theologiâ quandam tradit, cultumq; divini numinis; sæpe Mosis, sæpe Evangelistæ Ioannis in suo sensu paraphrastes, præsertim de Regeneratione; cæremoniasq; discipulo certas inculcat; cùm idem de Pythagoræis affirment authores, partem eorum Theologiæ varijsq; cæremonijs & superstitionibo deditam fuisse; & Proclus Pythagoricus Theologiam in Numerorum contemplatione collocet.

Hermetis Trismegisti de Numeris philosophia

Ioan. 3.

Hæc per digressionem: redeamus nunc ad Pythagoricam Harmonicarum proportionum demonstrationem.

Huic enim philosophandj formæ per Numeros, tantopere fuerunt dediti Pythagoræj; ut jam ne aurium quidem judicio starent, quarum tamen indicijs ad Philosophiam hanc initio perventum erat; sed quid Concinnum esset, quid inconcinnum; quid Consonum, quid dissonum, ex solis suis Numeris definirent, vim facientes instinctui naturali auditus. Stetitq; tyrannis ista Harmonica usq; ad Ptolemæum; qui primus ante annos mille quingentos, sensum auditus contra Philosophiam Pythagoricam asseruit, recepitq; inter concinna, non tantum suprà dictas proportiones, & sesquioctavam pro Tono, sed admisit etiam sesquinonam pro Tono minorj, & sesquiquindecimam

Error Pythagoræorũ circa Numerum Harmoniarum.

mam pro semitonio; nec tantum superparticulares alias addidit ab auribus probatas, ut sesquiquartam sesquiquintam; sed etiam ex superpartientibus adscivit aliquas; ut inter 3. 5. & inter 5. 8. & alias.

Error Ptolemæi circa Numerum Harmoniarum & Concinnorum.

Hoc pacto Ptolemæus speculationem Pythagoricam de ortu proportionum harmonicarum ut impingentem emendavit quidem, at non omnino ut falsam, sustulit: quiq; aurium judicium suæ dignitatj restituit verbis & dogmate; idem tamen rursum deseruit, inhærens & ipse contemplationi numerorum abstractorum. Causa enim numeri singularumq; proportionum harmonicarum, ne sic qdem est adæquata suo effectui; sed in definiendis Consonantijs deficit, in Concinnis alijs excedit: Negat Ptolemæus etiamnum, Tertias Sextasq;, minorem & majorem (quæ continentur his proportionibus 4. 5. & 5. 6. & 3. 5. & 5. 8.) esse consonas, quod affirmant omnes hodierni Musici benè auriti; recipit vicissim proportiones 6. 7. & 7. 8. aliasq; inter Concinna Musica intervalla, sic, ut Cantu procedente ab VT in FA, statuatur aliqua vox media inter RE & MI, in proportione, qua 7. medius est inter 6. & 8. quæ notationis causa sit RI, & jam cani possit VT. RI. FA. sicut cani potest, VT. RE. MI. FA. quod est ab omnium hominum auribus & usu canendi abhorrētissimum; utcunq; chordæ sic attemperari possint; qppe quæ, cùm sint inanimæ, iudicium suum non interponunt, sed manum inepti speculatoris, nullatenus repugnantes, sequuntur.

Error ejusdem in non causa, ut causa.

Præterea, si maximè æquales essent latitudine, & illa causa, ex Numeris abstractis petita, & hic effectus, Consonantiæ: posset; non absurdè videri archetypalis causa, testans de eo, quod Pater rerum, Mens æterna, Numeros illos contemplata, Ideam inde desumpserit vocum intervallorumq;; quæ, ut Animis humanis placerent, conformatione Animorum procurandum ipsi fuerit: nondum tamen res adeò esset liquida, cur hi numeri 1. 2. 3. 4. 5. 6. &c. ad intervalla Musica concurrant, at 7. 11. 13. & similes non concurrant; nec huius rei causam ex seipsis exhiberent numeri ut numeri. Nam causa illa de Ternario principiorum, & familiâ quadratorum & cuborum inde deductâ, causa est nulla; cùm quinarius ab illa exulet, qui sibi inter Musicorum intervallorum Ortum ius civitatis eripi non patitur.

Sed nec hoc satisfacit speculatori, quòd scit, Numeros 1. 2. 3. esse symbola Principiorum, quibus res Naturales constant. Intervallum enim, res est non naturalis, sed Geometrica; nisi igitur hi numeri aliud aliquid numerent, quod magis cognatum sit intervallis, nullam fidem philosophus adhibere poterit huic causæ, sed eam, ut non causam, suspectam habebit.

His igitur de causis ego ab annis viginti in hoc elaborandum mihi censui, ut hanc Mathematices Physices; partem illustriorem redderem, inventis causis talibus, quæ ex una parte & judicio aurium

um satisfacerent, in constituendo Consonantiarum, cæterorumque Concinnorum Numero; nec ultra id quod aures ferunt excurrerent; ex altera verò parte clarum & apertum discrimen statuerent inter Numeros, qui formant intervalla Musica, interq; alienos ab hoc negocio: quæ deniq; respectu tam Archetypi, quàm Mentis, quæ archetypo utitur ad conformandas illi res, cognationem cum intervallis haberent, eòq; verisimilitudine clarissima niterentur. Cùm enim intervallorum Consonorum termini, sint quantitates continuæ; causas quoq; quæ illa segregant à Dissonis, oportet ex familia peti continuarum quantitatum, non ex Numeris abstractis, ut quantitate discretâ: & cùm Mens sit, quæ Animos humanos sic conformavit, ut hoc intervallo delectarentur (quæ est genuina definitio cõsoni & dissoni) differentias quoq; unius ab altero, & causas, quibus hæc intervalla fiunt harmonica, mentalem & intellectualem essentiam habere oportet: nimirum hanc, quod termini consonorum intervallorum propriè scibiles sunt; dissonorum, aut impropriè scibiles, aut inscibiles. Nam si scibiles illi; in Mentem igitur venire, & ad conformandum archetypum adsciscì possunt: sin autem inscibiles (eo sensu, qui libro primo explicatus est.) manserunt igitur foris extra Mentem Opificis æterni, nec ullatenus ad Archetypũ concurrerunt. Sed de his jam plura, ubi doctrinam hanc ipsam per sua capita tradiderimus: quam incipiamus cum Deo; de Cantu quidem ubiq; sermonem habentes, id est de intervallis harmonicis non abstractis, sed cum sono concretis: mentis verò eruditis auribus ubiq; abstracta à sonis intervalla subaudiemus; utpote, quæ non tantum in sonis inq; Cantu humano, sed etiam in alijs rebus sono carentibus, suam pariunt gratiam: ut quarto & quinto libris audiemus.

CAPITA LIBRI III.

Caput I. *Ortus Consonantiarum ex causis suis proprijs.*
Caput II. *De septem Chordæ sectionibus Harmonicis, totidemq; formis consonantiarum Minorum.*
Caput III. *De medietatibus Harmonicis; & Trinitate consonantiæ.*
Caput IV. *Ortus & denominatio intervallorum usualium seu concinnorum.*
Caput V. *Sectio & Denominatio Consonantiarum p̃ sua intervalla usualia.*
Caput VI. *De Cantus Generibus, Duro & Molli.*
Caput VII. *Proportio omnium octo sonorum vsualium vnius diapason.*
Caput. VIII. *Abscissio Semitoniorũ, & Ordo Minimorũ interval: in Diapaso.*
Caput IX. *De Diagrammate, Lineis, Notis, Literisq; sonorum indicibus; de Systemate, Clavibus & Scala Musicâ.*
Caput X. *De Tetrachordis & Syllabis*, Ut, re, mi, fa, sol, la.
Caput XI. *De Compositione Systematum majorum.*
Caput XII. *De Consonantijs adulterinis, ex compositione ortis.*
Cap. XIII. *De Cantu concinno simplici.* Cap. XIV. *De Modis seu Tonis.*
Caput XV. *Qui modi, quibus serviant Affectibus.*
Caput XVI. *De Cantu figurato seu per Harmoniam.*

CAPUT I.
De causis consonantiarum.

DEFINITIO.

CVm veteres usi sint his vocibus, Μονόφωνον Ἀλλόφωνον, Ὁμόφωνον, Διάφωνον, Σύμφωνον, Ἀσύμφωνον, Nobis Dissonum idem sonabit, quod Ἀσύμφωνον, Consonum idem quod Σύμφωνον, cujus sunt differentiæ, Identicum, quod pro Ὁμοφώνῳ usurpabimus; & non Identicum, quod pro Διαφώνῳ. Et Identici erunt duæ species, vnisonum, & Identicum ex opposito.

DEFINITIO.

In Geometria differunt vocabula Pars & Partes, Pars enim dicitur, cujus est Totum secundùm certam proportionem Multiplex, puta duplum, triplum, quadruplum; Partes verò, quando non solum & unicũ Totum, sed aliqua Totorum multitudo fuerit illarum Multiplex. Ut, una septima, dicitur Pars, quia totus circulus, est septuplum hujus partis: at tres septimæ dicuntur non Pars sed Partes, quia summa trium circulorum, est septuplum hujus arcus.

Hic verò nos hac distinctione non utemur; sed Partem dicemus tam unam quàm alteram dictarum portionum; hoc est, omnis portio longitudine effabilis, dicetur nobis Pars; cum hac tamen restrictione, sit fuerit non major semicirculo.

Residuum verò illud dicetur, quod ablatâ portione effabili à Toto, remanet, non minus existens semicirculo.

Valde necessaria est distinctio Residui à Parte, quia potest esse Pars consona, ejusq; Residuum dissonum, vt videbimus.

DEFINITIO.

Chorda hîc sumitur non pro subtensâ arcui circuli, ut in Geometria, sed pro omni longitudine, quæ apta est ad sonum edendum; & quia sonus per motum elicitur; in abstracto chorda intelligenda est de longitudine motus cujuscunq;, vel de quacunq; alia longitudine, etiam mente conceptâ.

AXIO-

AXIOMA I.

Diameter circuli, & latera figurarum Radicalium lib. I. explicatarum, quæ propriam habent demonstrationem, determinant partem circuli, consonantem cum toto circulo.

Quomodo circulus tendi possit, vt sonitum edat, & quomodo affigendus cavo corpori, vt resonantia existat, vel ab vno signo, vt totus sonet, vel à duobus, vt partes; id longum hic erit explicare; sic tamen exordiendum fuit, quia non tantùm de cantu agitur, qui est harmonia cum sonis concreta, sed etiam subintelligi debet intervallum abstractum à sonis. Quod cantum attinet, sufficit chordam in rectum extensam sic dividi posse, vt dividitur, cùm est in circulum contorta, à latere figuræ inscriptilis.

Corollarium.

Consonantiæ infinitæ sunt, quia figuræ demonstrabiles infinitæ. *Nondum autem est tempus dicendi de concordantiarum delectu, qui sese non profert valde porrò. Pythagorei hic in numeris suis, vt causis, quæsiverunt metas magnitudinis intervallorum consonorum, quas solus humanus auditus illis figit, qui non est infinitæ potentiæ. Est igitur illa coarctatio numeri concordantiarum Harmonicis intervallis abstractis tantùm accidentaria, non verò causalis. Ipsi etiam hodierni Musici metas Pythagoricas egrediuntur; vt de Harmoniis cœlestibus jam taceam.*

AXIOMA II.

Quo gradu lateris demonstratio distat a primo; eodem gradu & partis circuli, per latus resciſſæ, consonantia cum toto circulo, recedit ab unisoni consonantia perfectissima: seu quæ sors est figuræ, cujus est latus, inter figuras cæteras; eadem sors est consonantiæ illius, inter cæteras.

Hoc axioma inferius vsurpabitur ad delectum concordantiarum habendum, causâ suavitatis.

AXIOMA III.

Latera Figurarum Regularium Stellarumq; indemonstrabilia, determinant partem circuli, dissonantem à toto circulo; sic etiam latus figuræ demonstrabilis quidem, sed non per se, nec demonstratione propria. Vel pro defectu demonstrationis propriæ, accersè ex Lib. II. defectum congruentiæ utroq; modo excluditur Quindecangulum.

Hoc axioma absolvet integritatem causæ concordantiarum, quam ego substituo, repudiatis Pythagoreorum numeris abstractis.

Corollarium.

Dissonant igitur hæ partes										a Toto	
1.	2.	3.	–	–	–	–	–	–	–	7	
1.	2.	–	4.	–	–	–	–	–	–	9	
1.	2.	3.	4.	5.	–	–	–	–	–	11	
1.	2.	3.	4.	5.	6.	–	–	–	–	13	
1.	–	3.	–	5.	–	–	–	–	–	14	
1.	2.	–	4.	–	–	7.	–	–	–	15	
1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	–	–	17	
1.	–	–	–	5.	–	7.	–	–	–	18	
1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	–	19	*Et sic in infinitum.*

AXIOMA IV.

Figuræ, quæ cognatas habent demonstrationes laterum, pariunt etiam cognatas Harmonias.

Per hoc axioma probabitur origo & causa Proportionum Harmonicarum ex superfluo.

AXIOMA V.

Chordæ vel arcus circuli, tensionis æqualis, habentes inter se, causâ longitudinis, eandem proportionem, quæ est inter Partem vel Residuum circuli & Totum circulum; Consonantiam etiam vel dissonantiam habent eandem, licet inter alios terminos vel sonos illa contineatur.

In abstracto sic intelligatur, quòd circulus cum parte sua, constituat proportiones certas Harmonicas: quæ in quibuscunq; inveniantur terminis aliis, seu sonis, seu motibus mutis, semper sint Harmonicæ.

Additur autem hoc Axioma ideò, quia non omnes Proportiones Harmonicæ immediatè ex ipso circulo oriuntur, primâ statim ejus sectione per figuram Regularem, sed accedunt aliquæ ex se prioribus propagatæ, usq; ad certam Metam: vt in propositionibus videbimus.

Usus Axiomatis est in Propos. VII. VIII.

AXIOMA VI.

Cùm duæ Chordæ sonos ediderint Identicos, uox

tertia, consonans earum uni, consonabit & alteri; dissonans verò ab unâ, dissonabit & ab altera, qualibuscunq; diversis etiam consonantijs vel dissonantijs.

Nota in subjecto poni speciem Identisoni, in Prædicato Genus Consonj; vt hæc duo intelligamus: Primò, Non sequi, Duæ consonant qualitercunq;, ergò & tertia consonat utriq;, vel dissonat. ab vtraq;. Hoc enim est falsum de Genere, verum verò de specie Identisonorum: deinde, nec hoc sequitur, Si tertia consonat vni Identisonorum aliquâ certâ consonantia, consonabit & alteri eâdem specie consonantiæ: hoc enim non semper verum esset, quod declarabo exemplo, licet ex anticipato. Sint duæ voces, facientes diapaſõ G & g: sit tertia d, illa facit cum G diapente; ergo etiam cum g consonat, at non per Diapente, sed per diatessaron.

Usus autem præcipuus hujus axiomatis est Prop. IV.

AXIOMA VII.

Cum duæ Chordæ vel Voces ediderint sonos Identicos, vox tertia existens cum illarum unâ Identisona, etiam cum illarum alterâ Identicè consonabit.

Quod in priori axiomate generaliter non potuit affirmari, id jam in specie verum est de Identisonantia.

Usus est in Prop. III.

De his igitur Axiomatibus, præsertim de quinq; prioribus, speculatio est sublimis, Platonica, Fideiq; Christianæ analoga, ad Metaphysicam, adq; doctrinam de Anima spectans. Geometria enim, cujus partem hûc spectantem libri duo priores sunt complexi, Deo coæterna, inq; Mente divina relucens, exempla Deo suppeditavit, ut in hujus libri præambulo dictum, exornandi Mundi, ut is fieret Optimus & Pulcherimus, deniq; Creatoris similimus. Dei verò Creatoris imagines sunt, quotquot Spiritus, Animæ, Mentes, suis singulæ corporibus sunt præfectæ, ut illa gubernarent, moverent, augerent, conservarent, adeòq; & propagarent. Causa Harmoniarum Metaphysica.

Cùm igitur typum quendam Creationis sint complexæ suis munijs: leges etiam cum Creatore easdem observant operis, ex geometriâ desumptas: gaudentq; proportionibus ijsdem, quibus Deus est usus, ubicunq; illas invenerint, sive nudâ speculatione, sive interpositis sensibus, in rebus sensui subjectis; sive etiam sine discursu Mentis, per occultum & concreatum instinctum: sive Deus ipse proportiones hasce in corporibus & motibus expresserit invariabiliter; sive quadam Geometricâ necessitate materiæ in infinitum dividuæ, motuumq; per materiæ quantitatem, inter infinitas proportiones non harmonicas, occurrerint etiam harmonicæ istæ suis temporibus, & sic non in ESSE sed in FIERI consistant. Nec tantum gaudent Mentes,

Dei imagines, proportionibus ijs: sed utuntur etiam ijsdem pro legibus ad peragenda sua munia proportionesq, easdem in motibus suorum corporum, quâ licet, exprimendas. Exempla luculenta duo proferent libri sequentes, unum ipsius dei Creatoris, qui proportionibus harmonicis dispertitus est motus cœlorum; alterum Animæ illius, quam Naturam sublunarem dicere solemus, cientis Meteora ad præscriptum proportionum, quæ occurrunt in Radiationibus Astrorum. Tertium igitur & hujus libri proprium exemplum esto Animæ humanæ, adeòq; & pecudum quadamtenus. Illæ enim perceptis proportionibus Vocum harmonicis gaudent, non harmonicis tristantur; à quibus Animæ affectibus illæ (Harmonicæ) Consonantiæ indigetantur, hæ (non harmonicæ) Dissonantiæ. Quod si accesserit etiam altera proportio harmonica, vocum sonorumq; lõgorum & brevium, causa temporis; tunc illæ corpora sua saltationibus, linguas pronunciationibus ad easdem leges movent: huc opifices Malleorum ictus, huc milites gressum accomodant; vivunt omnia, durantibus Harmonijs, torpescunt ijsdem disturbatis.

Hæc & similia, Consilij sint, Instinctus ve, hoc est Mentis opus: an etiam Naturæ Elementorum, Materiæq; necessitate fiat, ut temperies sensibus commoda nulla possit esse; nisi quæ constet proportionibus figurarum harmonicis; id variè disputatum fuit à philosophis: quærentibus omnibus, unde existat illa suavitas, quæ auribus allabitur ex proportione vocum, quâ suavitate Consonantias definimus. Qui ad Materiam & Motum Elementorum inclinant, exemplum afferunt hoc, per se quidem sanè quàm mirabile, quòd Chorda pulsata chordam aliam non pulsatam secum in sonitum trahit, si tensa fuerit sibi consonè, dissonè tensam immotam relinquit. Hoc cùm non possit ullius Mentis ministerio fieri, quia sonus, hoc causatus, Mentem aut intellectum non habet; sequitur ut id contemperatione motuum fieri dicamus. Sonus enim Chordæ, habet acumen vel gravitatem, à celeritate vel tarditate vibrationis, qua tota chordæ longitudo libera vibratur; nec insunt hæ sonorum differentiæ primò & immediatè in ipsa longitudine vel brevitate; sed secundariò, quia scilicet cum longitudine diminutâ tarditas vibrationis diminuitur, celeritas augetur. Inde est, quòd manente eâdem chordæ longitudine liberâ, tensio ipsa sonum acuit, quia minus laxam chordam relinquens, diminuit etiam spacium, per quod illa reciproco motu vibrari possit.

Experimentum mirabile in chordis.

Cùm igitur duarum chordarum fuerit eadem tensio, sic ut unus sonum reddere possint, tunc sonus unius, id est species immateriata corporis chordæ, constitutæ in vibratione, delapta à sua chorda, ferit chordam alteram; sicut si quis boatum edat versus Chelyn, aut aliud cavum; eo boatu percutit id cavum, facitq; resonare chordas ejus omnes: ferit autem illa vibrationis species chordam alteram eodem rhythmo celeritatis, quo movetur & hæc, quia æquè tensa; ut ita singuli ictus (in quos vibratio divisa esse intelligitur) in singulas per-

Experimentatio.

cussæ

cussæ alterius chordæ cessiunculas perpetuò incidant; ita fit ut omnium maximè moveatur illa chorda, quæ ad unisonum est tensâ cum primâ: movetur verò & illâ chorda, quæ duplæ est aut subduplæ celeritatis, quia duo vibrationis ictus in unâ chordæ cessiunculâ absolvuntur, & sic semper ictus à priori tertius quisq; congruit in unio cessiunculæ extremum; movetur deniq; & illâ chorda non nihil, quæ est sesquialteræ celeritatis, quia tres ictiunculæ fiunt in duabus hujus cessiunculis: sed jam incipiunt invicem obviare crebriùs illi ictus & hæ cessiunculæ, seq; mutuò impedire; dum duo illius ictus à fine cessiunculę hnjus aberrant, unus solus incidit congruè: quo occursu motus chordarum cæterarum sistitur, non secus ac si quis digitum vibratæ admovisset. Hæc mihi videtur causâ mirabilis hujus experimenti: qui me fœlicior est indagine mentis, ei palmam dabo.

Qualis causa voluptatis ex concentibus?

Quid igitur? si celeritas chordæ unius valet ad motum chordę alterius proportionatæ, quæ, quoad visum, manet intacta: an non eædem celeritates duarum chordarum inter se, valebunt ad titillationem auditus suavem, propterea, quòd is quodammodo uniformiter ab utraq; chordâ movetur, duoq; ictus à duobus sonis seu vibrationibus in idem momentum competunt? Nequaquàm verò, inqm ego, ita facilè transigitur cum hacre; mirorq; Porphyrio commentatori super Harmonica Ptolemæi, tale quid circa hujus rei causam satis facere potuisse; cum profundissimæ indaginis philosophus sit. Nisi quod verisimile, difficultate perquirendæ causæ cohibitum fuisse, quo minus quantum vellet, penetraret: satiusq; putavisse, aliquid prodere, quàm penitus tacere, quod turpe Philosopho esse dictitant. Nam quæ quæso proportio titillationis auditus, rei corporeæ, ad incredibilem illam voluptatem, quam ex harmonicis Consonantijs intus in animo penitissimè percipimus. Nonne si qua voluptas est ex titillatione, de ea voluptate primas tenet membrum, quod titillationem sustinet? Sic enim definiendus mihi visus est sensus omnis, in Dioptricis, quòd ea demum sit absoluta sensio, voluptatem aut dolorem pariens, cùm species Membri sensioni destinati, ut id est affectum ab externa re, venit introrsùm ad sensus communis tribunal, commeatu spirituum. Iam verò in auditione consonantium vocum vel sonorum, quę quæso partes voluptatis in auribus hærent? Nonne dolemus interdum ab auribus, dum inhiamus huic auditioni, & manum opponimus clangoribus nimijs, nihilo tamen minus pergimus ad percipiendas consonantias, & cor nobis subsultat? Adde quòd hæc ratio à motu deducta, potissima est in vnisono: suavitas verò non præcipua in vnisono, sed in alijs Consonantijs, earumq; compositione.

Quid sensus?

Causam suavitatis Harmoniarum ex Mentis approbatione petendam.

Multa possent afferri ad destruendam hanc allatam rationem suavitatis ex Consonantijs; quæ mitto in præsens curiosiùs conscribere: Illud unicum inculco, quod jam supra tactum à me, possit esse loco omnium, quòd Opera Motusq; corporum, æmuli proportionum harmonicarum, ab Animæ, Mentisq; partibus stent, ijs causam assignantes, cur Consonantiæ delectent. Nec abhorret authoritas

veterum

Animam in proportionib. consistere.

Veterum; qui Animam nunc Motum, nunc Harmoniam definientes, non tam absurdè locuti sunt, quàm ineptè excepti: cùm in rebus difficilibus, Mystici plerumq; sensus lateant, sub verborum cortices reconditi. Timæi quidem Locrensis philosophia, quomodo cõposita sit anima ex proportionibꝰ Harmonicis, de qua in præambulo, refutata est ab Aristotele in eo sensu, ut sonant verba: non ausim tamen affirmare, nihil in ijs pagellis latere, nisi quod sonant verba: imò negaturum puto neminem, quin is author hoc ad minimum teneat, quod hic astruo, Mentem esse, Animumq; humanum, cujus seu judicio seu instinctu, sensus auditus proportiones suaves, hoc est consonas, ab insuavibus & dissonis discernat: quippe qui hoc diligenter expendit, Proportiones esse Rationis Entia, ratione sola, non sensu, perceptibilia, & proportiones ceu formam, à re proportionata, ceu materiâ, distinguere, Mentis opus esse.

Ex figuratam Demõstratione scientifica.

Cùm autem duas Figurarum Regularium proprietates explicaverimus, Demonstrabilitatem scientificam Laterum in singulis, & Congruentiam inter se totarum junctarum, non ejusdem planè latitudinis utramq;: de Demonstratione quidem Axiomata nostra sonant potissimùm, quia hæc magis familiaris est proportionibus motuum, ex quibus etiam soni existunt.

Nam Congruentia ineſt figuris ut totæ sunt: motus verò (quibus accidunt proportiones harmonicæ) figuræ, à qua derivantur, latera in rectum extendunt (cùm plerq; omnes ut rectilinei considerentur) & sic figuram suam, ut serpentes Matrem, perimunt & destruunt. Figura in quantum congrua, circulum integrum distinguit in partes: proportiones harmonicæ circulum distinctum in rectum extendunt, distinctionis à figurâ factæ actum delent. Sic consonantiæ cum figuris demonstrabilibus in infinitum excurrunt; Figuræ congruæ Numero duodenario finiuntur. Deniq; distinctionem circuli quælibet figura facit unicam; at partes in circulo constitutæ duas semper faciunt cum Toto Consonantias.

Et congruentia.

Etsi verò potior in hoc tertio libro, ratio erit demonstrationis scientificæ laterum, quàm Congruentiæ figurarum totarum: hæc tamen propter magnam cognationem in loco non erit negligenda. Primùm enim Latina significatio vocis, Congruentia, si omnia excutias, idem sonat, quod Græca vox Harmonia, de quibus hoc libro agemus: nisi quod usus voces has è rebus subjectis parumper distinxit: deinde Congruentia figurarum conciliat motibus, (de quibus hoc & quinto libro) aliquam Congruentiam. Tertiò etsi non tam ad figuram totam respicimus, quàm ad unum ejus latus; quamq; id partem rescindit, ea Consona est: at simul & hoc verum, quòd non tam id consideremus, quanta pars circuli sit intercepta, quàm, cujusmodi figurâ id sit factum, demonstrabili & congruâ, an contrariâ: Nam figura quælibet, ex angulis suis, ex quibus libro II. Congruentiam sortiebatur, adepta est & demonstrationem, libro I. Non est igitur ab Harmonijs auferendus respectus Congruentiæ figurarum.

PROPO-

PROPOSITIO I.

Dimidii cum Toto Consonantia post unisonum, sola est in primo gradu simplex, perfecta & Identica, scilicet ex Opposito.

Nam quod figuratum est, id ex diversis est compositum, non igitur vel simplex vel Identicum. Figura enim habet aream, & partes secundum eam, & angulos situ differentes. Quod verò figuratum non est, quod scilicet areæ latitudine caret, & secundum eam & partibus, & angulis, existens una mera linea recta, eaq. æqualis Mensuræ propositæ: id ob hæc ipsa & simplex est, & idem cum Mensura, hoc est identicum. Illius modi verò sunt Figuræ Regulares, circulo inscriptæ; hujusmodi Diameter circuli. 1. Figurarum enim omnia latera defluunt æqualiter à centro; Diameter per ipsum centrum ducitur. 2. Mensor, cirlum ab vno puncto cum latere figuræ dividens, vbi perrexerit hoc faciendo aliquoties, sic tandem cum altero laterù termino redit ad punctum primum; Diameter verò per centrum ipsum transiens, prima statim repetitione redit ad initiale punctum. 3. Figuræ reliquæ & longitudinem habent laterũ, & superficiem areæ, quam circumdant; diameter nullam plani partem circumdans includens ve, repetitionibus iteratis, in seipsam secunda vice tota coincidit. 4. Figuræ cæteræ circulum dividentes, faciunt partes multas: Diameter facit partes minimo omnium numero, sc. tantum duas: nec enim partitura totum, pauciores duabus facere omninò potuit. 5. Cùmq. Diameter sit illa mensura, ad quam Latera figurarum comparanda sunt, Notionis & demonstrationis causa; Latera quidem figurarum reliquarum operosius describuntur, imperfectioriq. demonstrationis gradu in actum scientiæ perducuntur: at diameter circuli simplicissimâ lege describitur, ductu per centrum, ab vno circuli puncto ad oppositum, æquatq. ipsa seipsam, suiq. ipsius Mensura est. 6. Figurarum etiam Latera in divisione vna circuli, seu in abfectione Partis, faciunt portiones inæquales, & Partem minorem Residuo: diameter Partem abfectam relinquit æqualem Residuo. Hæc verò proportio æqualitatis pura est & simplex & perfecta; quia partes, quæ sunt inter se æquales, illæ causa Mensurationis Idem sunt. 7. Deniq. figuræ cæteræ circumferentiam quidem circuli dividunt in partes æquales aliquammultas, at. aream circuli in partes inæquales, quia relinquitur in medio vna, sc. area figuræ, major quolibet segmentorum: diameter non circumferentiam tantùm sed simul etiam aream in duo dividit æqualia.

Sed per Axioma II. Lateris seu lineæ, quæ circulum divisit consonanter, ingenium transit in consonantiam ipsam. Ergò Partis, quam de circulo rescindit diameter, id est, semicirculi cum toto circulo Consonantia, est simplex perfecta & identica. Et per Axioma V. etiam omnes aliæ longitudines, quæ sunt inter se vt Totus circulus ad sui dimidium, faciunt eandem, id est Identicam perfectam & simplicem consonantiam. Et in Numeris (non planè quidem abstractis & numerantibus, sed longitudinibus numeratis) Proportio dupla, inter sc. 1. 2. vt & inter eorum æque multiplices, gignit Consonantiam Identicam.

Nota hic, quemadmodum diameter per omnes simplicitates & perfectiones suas, non tamen tam simplex est, vt punctum; sed manet linea, duobus circu-

li puncti terminata, circulum secans in locis oppositis, & partes duas constituens; & quemadmodum istiæ partes, licet inter se sint æquales, singulæ tamen suo toto sunt minores: sic etiam Consonantia identica, non est tamen vnisonus, & vocum licet identicè Consonantium altera tamen minor est, altera major: illa scilicet acuta, hæc gravis, illi ex opposito veluti respondens: vnde Consonantia hæc ex Opposito Identica dicitur.

Habes igitur causam genuinam ex diametro circuli, cursonus chordæ totius cum sono Chordæ dimidiæ, quamvis inter se diversi sint, ab auditu tamen respectu concordantiarum cæterarum quodammodo pro eodem habeatur.

Frustrà alij causam hujus Identisonantiæ petunt ex numero vocum octo, cùm Identisonantia sit natura prior divisione intervalli hujus in Concinna septem, quibus soni octo designantur.

Nondum autem tempus est, huic consonantiæ Nomen dandi, vti neq; cæteris: differendum enim hoc est in Caput V.

Nota tamen & hoc, quod identicè consonent etiam aliæ Partes, quæ non constituuntur per diametrum: sed non in primo gradu, nec vt per figuras, sed vt per propagationem, de qua sequentes sunt propositiones.

PROPOSITIO II.

Si duarum circuli partium minor ad maiorem sic habuerit, vt major se habet ad totum circulum, proportione aliâ quàm duplâ continuè: tunc majore consonante cum circulo toto, minor pars à toto dissonabit.

Nam post duplam est tripla: tripla verò continua, constituit loco tertio partem totius circuli Nonam, Quintupla Vicesimam quintam; Sextupla implicat Nonam, Decupla vicesimam quintam, quia 6 sexies sunt 36. quod est quater novem, & 10. decies sunt 100. quod est quater 25. Etsic etiam de cæteris. Atqui Nona, & 25ta, & similes dissonant à toto, per Axioma III. Vide libro primo prop: XLVII.

PROPOSITIO III.

Chordæ in proportione continue dupla, consonant inter se omnes identicè, distantiores tamen, gradu remotiori.

Habent enim inter se mutuò tres proximæ, vt totus circulus & dimidium, & quarta pars se habent inter se mutuò. At cum toto circulo tam dimidia, quàm quarta pars consonant, per Ax: I. Cum dimidio verò consonat. & quarta, per Ax: V. Quare omnes tres proximæ inter se consonant. Identica verò est consonantia etiam partis quartæ cum toto circulo, quia Totus & dimidium ejus consonant identicè, per Prop: I. Sic etiam pars quarta cum dimidia, per eandem: quare per Ax: VII. etiam Quarta pars cum Toto circulo identicè consonat.; & per Ax: V. quodlibet quadruplum cum simplo.

Jam verò quæ ratio est primæ secundæ & tertiæ proportionalium, eadem erit

erit & secundæ tertiæ & quartæ; & sic continuè trium inter se proximarum. Omnes igitur proportionales in dupla continua proportione, consonant inter se identicè.

Nota igitur in talibus, discrimen Consonantiæ in genere, & Identisonantiæ in specie. Consonant Partes Quarta, Octava, Sedecima & similes etiam ppter Axioma I. & figuras, Tetragonum, Octogonum &c: identicè verò consonant, propter accedentem propagationem hujus sectæ figurarum ex bisectione circuli.

Nam si absq; hac propagatione fuissent; non fuissent identicæ earum consonantiæ. Cùm enim figuræ omnes faciant vel multas partes circuli, si æquales; vel inæquales, si tantum binas; cùm aream comprehendant; nec circuli aream in æqualia dividant; nec earum latera per centrum ducantur; nec in seipsa recidant; nec æquentur diametro: Consonantiæ etiam ex figuris Tetragonicæ sectæ ortæ, dilatassent se quodammodo in auditu, & distendissent animum varietate & diversitate vocum manifesta; ut faciunt consonantiæ, quæ sunt à figuris cæteris, numero non pariter pari laterum constantibus; per prop. I.

Non omnis tamen vis adempta est huic figurarum sectæ, variandi consonantias, & deflectendi illas à puritate Identisonantiæ (sicut ipsæ à simplicitate Diametri recesserunt). Primum enim etsi Partis circuli à figura resciſſæ Consonantia convertitur in meram Identisonantiam (propter dictam propagationem partium circuli, à prima omnium bisectione); tamen gradus Identisonantiæ fiunt remotiores, semper enim minor cum proxima se majore consonans ex opposito identicè, fit acutior, multiplicatis oppositionum vicibus; ita aq; semper augentur vocum intervalla. Secundò, in Parte quidem manet Identisonantia (ut in sectione per diametrum): at in Residuo nequaquam; sit enim Residuum hoc semper in figuris posterioribus seipso deterius, quantum ad Naturam Harmonicam. Sed de Residuis talibus sequuntur Propositiones peculiares.

Et vicissim, non sola Tetragonica sectio, Identicas gignit consonantias; sed etiam sectæ cæteræ, in quantum participant bisectione, in tantum etiam Identicas faciunt consonantias; semper enim Pars circuli resciſſa à latere figuræ posterioris, cum Parte à Prioris latere resciſſâ consonat identicè; ut docent propositiones reliquæ. Ita constat Analogia omnibus suis membris.

Usus hujus Prop: est in sequentj.

PROPOSITIO IV.

Chorda quæ consonat cum alterutra Multiplicium proportionis duplæ continuæ, consonat & cum reliquâ: & si ab una dissonat; etiam ab alterâ dissonat.

Nam per Pr. III. soni continuè duplarum sunt inter se identici. Quod verò Identicarum chordarum uni consonat; & alteri consonat: & cætera, per Ax: VI.

Hujus propositionis caulâ positum fuit Axioma VI. & servit hæc propositio jam Partibus & Residuis circulorum examinandis. Caveant scioli à contractione Propositionum & Axiomatum: nulla n. Tautologia est, omnia necessaria involvit se, quisquis rem brevius transigere voluerit.

Propositio V.

Etsi latera Stellarum demonstrabilia cætera, propter demonstrabilitatem, eodé jure consonas Toti partes in Circulo determinant, quo jure id faciunt figuræ illarum radicales, ut est in Axiote primo: excipiuntur tamen illa, quæ partem circuli abscecant constantem numero (partium quas fecit figura radicalis) proprio alicujus figuræ indemonstrabilis; quando Partis & Totius numeri fuerint inter se Primi.

Prima hujus propositionis pars est axioma; quod ne nimium generale fieret, per secundam propositionis partem restringendum fuit. Demonstratur autem sic. Esto namq; circulus divisus à figura demonstrabili, verbi causa ab Icosigono: Esto jam stella Icosigonica, cujus latus subtendat. novem vicesimas ab Icosigono factas: sic vt 9. & 20. sint inter se Primi. Cùm ergò Pars abscèta sit de circulo: illa minor sanè erit quàm Totum: at. poterit esse major, quàm totius dimidium vel quarta vel octava; idq; eò usq; dividendo, quoad aliqua totius pars continuè subdupla, fuerit minor dimidio hujus, de qua agimus, Partis: vt quia in exemplo nostro Totum est 20. pars, de qua agimus, 9. sumatur totius dimidium 10. iterumq; dimidium hujus 5. & tertio 2 1/2. octava Totius. Hæc jam est minor quàm dimidium ipsius 9. Habet ergò se pars nostra 9. ad octavam totius circuli 2 1/2., vt circulus divisus figurâ indemonstrabili ad aliquam suæ divisionis partem, sc. vt 18. ad 5: quinq; autem octodecimas, Axiomatis III Corollarium pronunciavit dissonare à toto 18. Quare per Axioma V, nostræ divisionis pars 9. dissonabit ab Octava circuli (divisionis nostræ partibus 2 1/2): dissonabit ergo per Prop. IV. pars nostra 9. etiam à toto circulo 20. quámvis ejus subtensa sit demonstrabilis; sed remotissimo gradu, etiamq; stella ejus ex incongruis est.

Propositio VI.

Residua circulorum vel chordarum, post abscissas Partes consonas Toti, si sunt partis suæ consonantis continuè dupla, consonant & cum parte abscissa, & cum toto circulo vel chorda.

Cum abscissa per Prop. I. cum toto per Prop. IV.

Propositio VII.

Si tale Residuum habuerit eandem proportionem ad circuli vel chordæ dimidium vel quartam partem, quam Totus circulus habet ad aliam aliquam Partem sui consonam; consonabit etiam cum Toto circulo; si ut ad portionem dissonam, dissonabit.

Circulus enim totus, ejusq; dimidium, & pars Quarta, sunt in proportione continuè dupla: quare (per Pr. IV) quæ residua Parti tali circuli consonant, consonant & toti; & quæ ab illa dissonant, etiam ab hoc dissonabunt. At consonant Parti tali Residua illa, quæ proportionem eandem habuerint ad illam, quæ

Totus

Totus ad quamcunq; partem consonam : dissonantq; à Parte tali, quæ proportionem ad illam habuerint ; quam circulus ad quamcunq; partem dissonam : idq; per Axioma V.

Ergo talia Residua consonant & Tori circulo ; contraria dissonant à toto circulo.

Hæc prop: est propter sequentem P. VIII.

PROPOSITIO VIII.

Ad abscissam vero Partem si proportionem eandem habuerit Residuum, quam Totus circulus ad Partem quamcunq; consonam ; consonat etiam cum abscissa, sicut priori propositione cum Toto consonabat : sin eam, quam Totus ad aliquam dissonam Partem; dissonabit & ab abscissa parte & à Toto.

Primum membrum nititur Axiomate V. vt & posterioris membri particula vna, quod Residuum dissonet à Parte abscissa. Quod verò tale Residuum dissonet etiam a Toto, sic probatur.

Capit enim id, in dicta proportione, locum totius circuli per figuram indemonstrabilem divisi : quare etsi Residuum tale, est minus toto circulo, cujus est Residuum ; at majus tamen est semicirculo, ex definitione Residui, Quod si majus est semicirculo suo : quarta igitur circuli sui pars, quippe dimidia semicirculi, minor est Residui hujus dimidio. Quare vt Residuum ad circuli sui quartam ; sic erit aliquis circulus divisus à figura indemonstrabili, ad aliquam suam partem divisionis illius. At dissonat totus talis circulus à tali sua parte per Ax: III. Dissonabit igitur & dictum Residuum, à circuli sui quarta, per Ax: V. Dissonabit igitur etiam à toto suo circulo, per Prop: VII.

Corollarium ad has propositiones.

Sunt ergo

Consonæ Partes.	Consona Residua.	Dissonæ Partes.	Dissona Residua.	Respectu Totius
1.	1.			-2.
1.	2.			-3.
1.	3.			-4.
1. 2.	3. 4.			-5.
1.	5.			-6.
1. 3.	5.		7.	-8.
1. 3.			7. 9.	-10.
1. 5.			7. 11.	-12.
1. 3. 5.		7.	9. 11. 13. 15.	-16.
1. 3.		7. 9.	11. 13. 17. 19.	-20.
1. 5		7. 11.	13. 17. 19. 23.	-24.

Et cætera.

CAPUT II.

De sectione Harmonica Chordæ.

Hactenus Originem docuimus Harmonicarum proportionum, eamq; duplicem, unam immediatam à figuris demonstrabilibus, ijsdemq; & congruis; alteram mediante proportione dupla, quâ nititur consonantiarum identitas. Cùm autem infinitæ sint harmonicæ proportiones, eæq; quoad nostrã cognitionem adhuc rudes impolitæ inconspicuæ & innominatæ, & coacervatæ seu disjectæ potius, ut aliqua rudium lapidum lignorumq; copia: sequitur ut progrediamur ad eas poliendas, ad nomina ipsis indenda, deniq; ad pulcherrimum ædificium Systematis Harmonici, seu scalæ Musicæ ex ijs extruendum: cujus constitutio non est arbitraria, ut quis cogitare possit, non inventum humanum tale quod mutari etiam possit, sed Rationabilissima, Naturalissimaq;, adeò, ut Deus ipse Creator illam expresserit in contemperatione motuum cœlestium. Coagmentantur autem Proportiones Harmonicæ in unum Systema, per sectiones chordæ harmonicas; quæ quot sint numero, id hoc capite perquirendum erit.

DEFINITIO.

Cum tota chorda secatur in partes tales, quæ & inter se, & cum tota singulæ consonent: sectio Harmonica nobis dicetur. Medium verò sectionis hujus, Musicè (id est consonè) proportionatæ, est partium duarum æqualium una; vel si inæquales, earum Major: extrema proportionis consonæ sunt, Pars reliqua vel minor, & Chorda tota.

Observes Geometra Analogiam proportionis divinæ, seu secundum Extrema & Medium: in qua Tota habet eandem proportionem ad partem Majorem, quam & Major habet ad Minorem. Quod enim in hac sectione Geometricâ est Proportio eadem: id in nostra sectione Musica est Qualitas eadem, quæ Consonantia, Concordantia, Congruentia, Harmonia dicitur. Cave tamen subsumpseris Consonantiam specie eandem, sicut illic Proportio est unica.

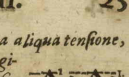
Veteres hujus sectionis non meminerunt hoc sensu, quia veras Consonantiarum causas nesciverunt: de ipsorum verò sectione chordæ, agemus inferius.

PROPOSITIO IX.

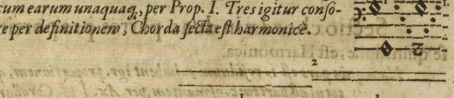
Sectio chordæ in partes duas æquales, est Harmonica.

Nam

Nam quia partes æquales sonum edunt eundem in una aliqua tensione, per Axioma II. Tota verò est singularum dupla, consonat igitur identicè cum earum unaquaq; per Prop. I. Tres igitur consonantiæ; quare per definitionem, Chorda sectæ est harmonicè.



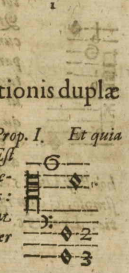
Notæ ex Musica nostra usitatâ, anticipandæ ex sequentibus causâ captus facilioris.



PROPOSITIO X.

Sectio Chordæ in duas partes, proportionis duplæ est Harmonica.

Partes enim hujus proportionis consonant identicè, per Prop. I. Et quia pars major est dupla minoris, tota igitur est tripla minoris. Est igitur ad minorem, vt circulus ad partem trigonico latere resectam 2. & consonam, per Corollarium ultimum capitis prioris: quare & ipsa Tota parti minori consona est, per Ax. V. Consonat. igitur & ejus duplæ, sc. Residuo, per Propos. IV. Tres igitur per hanc sectionem consonantiæ constituuntur, Ergò.

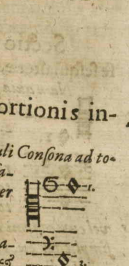


PROPOSITIO XI.

Sectio Chordæ in duas partes, proportionis inter se triplæ, est Harmonica.

Nam quia partes 1. & 3. sunt ad invicem vt pars Circuli Consona ad totum, consonabunt & ipsæ inter se, per Ax. V. Et quia 1. & 3. faciunt 4. pars 1. cum toto 4. consonabit per Axioma I. & per Pro: III.

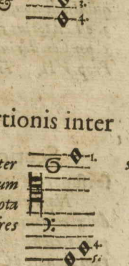
Deniq; quia Residuum 3. consonat. cum parte 1. consonabit etiam cum ejus quadruplo 4. sc: cum tota chorda. Quare & hic tres sunt consonantiæ.



PROPOSITIO XII.

Sectio chordæ in duas partes proportionis inter se quadruplæ, est Harmonica.

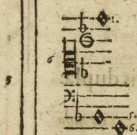
Nam quia partes sunt in quadruplâ prop: consonant igr inter se identicè, per Prop. III. & quia 1. & 4. faciunt 5. ergo pars 1. cum tota 5. consonat, per Axioma I. & Corollarium dictum. Quare tota 5. consonat. etiam cum partis 1. quadrupla 4. per Pr. IV. Tres igitur fiunt consonantiæ. Ergo &c.



PROP-

Propositio XIII.

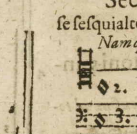
Sectio chordæ in duas partes proportionis inter se quintuplæ, est Harmonica.



Nam quia pars est 1. residuum 5. habent igr. proportionem, quam circulus totus ad partem consonantem, per Ax. 1. & Corollarium dictum. Quare & ipsæ inter se consonæ sunt, per Ax. V. Et quia pars 1. cum Residuo 5. facit 6. totum: igitur (per Ax. 1. & Corollarium) pars 1. consonat cum toto 6. Et quia Residuum 5. est ad quartam partem de toto Circulo 6. (scilicet ad 1ſ. hujus divisionis) ut Circulus totus 10. ad partem consonam 3. per Corollarium: quare & Residuum 5. cum toto 6. consonabit, per Prop. VII. Vel quod eodem redit, quia Residuum 5. est ad totius Circuli 6. duplum 12. ut pars consona ad totum, per Corollarium: quare & hoc Residuum 5. consonabit cum 12. duplo totius, per Ax V. Ergo etiam cum simplo, sc. cum ipsa tota 6. consonabit, per Prop: IV. Ita tres sunt consonantiæ. Ergò &c.

Propositio XIV.

Sectio chordæ in duas partes, proportionis inter se sesquialteræ, est Harmonica.



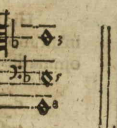
Nam quia pars 2. cum Residuo 3. constituit proportionem sesquialteram, habet igitur se Pars ad Residuum, ut aliquod consonum Residuum 2. se habet ad circulum 3. per Corollarium: quare & pars hæc 2. cum suo Residuo 3. consonabit, per Ax. V. Et quia pars 2. cum residuo 3. facit totum 5. pars verò 1. ejusq; residuum 4. cum suo toto 5. consonat per Corollarium: consonabit igitur etiam tota 5. cum consonâ Partis 1. duplâ 2. quæ hoc loco nostra Pars est, vel cum consoni Residui 4. dimidio 2. Per Prop: IV. Idem sequitur etiam simpliciter ex Propositionis V. parte primâ axiomaticâ: quia subtensa duabus quintis demonstrabilis est, quare & Consona. Deniq; quia partis 2. Residuum 3. est ad totius 5. partem quartam, ut totus circulus 12. ad partem consonam 5. per Corollarium: consonabit igitur & Residuum nostrum 3. cum toto 5. Per Prop. VII. Tres igitur consonantiæ existunt. Ergo.

Propositio XV.

Sectio chordæ in partes duas, proportionis inter se, super-bi partientis tertias, seu 5. ad 3. est Harmonica.

Nam quia proportio partis 3. ad Residuum 5. est eadem, quæ alicujus Residui 3. consoni ad totam 5. per Corollarium: quare per Axioma V. etiam nostra pars 3. cum nostro residuo 5. consonabit. Et quia pars 3. cum residuo 5. facit totam 8. quare p. Corollarium, pars 3. consonabit cum tota 8. Deniq; quia Residuum 5. ad

5. ad totius 8. partem dimidiam 4. se habet ut totus circulus 5. ad Residuum 4. consonum; vel ad totius 8. Partem quartam 2. Ut totus circulus 5. ad partem consonam 2. per Corollarium: consonabit igitur Residuum nostrum etiam cum Toto 8. per Prop: VII. Tres igitur & hic fiunt consonantiæ, Ergo.



PROPOSITIO XVI.

Si chorda secetur in duas partes Effabiles, interq; illas & totam, hoc est inter tres terminos fuerit dissonantia una; oportet & alteram dissonantiam inter illos esse.

Nam causa dissonantiæ erit, quod vel tota vel pars habeat numerum portionum illius divisionis, proprium figuræ indemonstrabilis. Atqui talis Numerus neq; majori alicui Numero, qui propriùs sit figuræ demonstrabilis, consonè sociatur, neq; ulli minori se ipso, per Axioma III. & V. & Prop: V. & VII. Terminus igitur ille, qui constat numero tali Portionum, dissonat à duobus terminis reliquis, sectionis illius; & sic duæ sunt dissonantiæ simul.

Huic propositioni in geometria simile est hoc, quod si recta secetur in partes Effabiles, fueritq; earum una incommensurabilis alicui Tertiæ (non Toti ex utraq; compositæ ut hic): alteram quóq; eidem Tertiæ incommensurabilem oportet esse.

Aut, si recta secetur in partes inter se incommensurabiles: utraq; erit Toti incommensurabilis.

PROPOSITIO XVII.

Si chorda sectetur in duas partes longitudine Effabiles, fuerintq; inter illas & totam, hoc est, inter tres terminos, consonantiæ duæ; oportet & tertiam esse consonantiam.

Si enim duæ consonantiæ sunt, cum sint proportionum non plures quàm tres: non poterunt igitur esse duæ dissonantiæ: si non duæ dissonantiæ, ergò nec una, per XVI. conversam: Ergo omnes tres proportiones erunt consonantes.

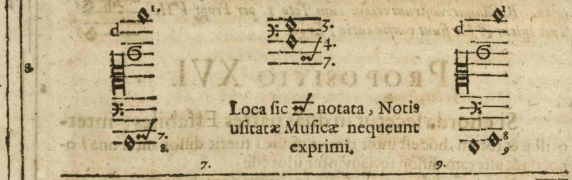
Sic in Geometria, si recta secetur in partes inter se commensurabiles, tota utriq; partium erit commensurabilis.

PROPOSITIO XVIII.

Sectio chordæ in partes duas longitudine Effabiles, in qua vel Tota vel Partium altera numerum portionum acquirit, proprium figuræ indemonstrabilis, (quando quidem Numeri & Totius & Partium inter se Primi fuerint) non est Harmonica.

Demonstratur ut XVI. Fiunt enim ex tribus trium terminorum proportionibus ad minus duæ dissonæ, contrà Definitionem præmissam.

Hic sunt tria exempla, in primo major pars, est septem octavæ, in ultimo Minor est una Nona: in medio, Totum capit partes septem, omnia dissona.



PROPOSITIO XIX.

Post Octogonicam nulla datur sectio chordæ Harmonica.

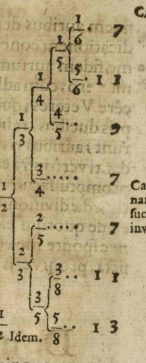
Sequentes enim sectiones aut fiunt per figuras indemonstrabiles, earumq; stellas; & tunc partes licet, inter se consonare possint, tamen dissonant à toto, per Ax. III. Aut per figuras demonstrabiles demonstratione impropriâ, vt per Pentekædecagonum; dissonantq; propriæ partes sectionis à toto, per Corollarium ad Ax III. Aut per demonstrabiles demonstratione propria: quæ post Pentagonum omnes sunt parilateræ, vide librum I. Ergo partes talium sectionum proprias, oportet constituere numero portionum sectionis impari; si enim pari numero sumerentur, Pars esset non hujus sectionis sed prioris propriæ: vt divisa chordâ in 10. st portionum 4. vel 6. sumpseris, perinde est, ac si divisa chordâ in 5. sumeres portionum 2. vel 3. Cum ergò Pars sit numero impari, Tota numero pari; ipsa quidem Pars poterit consonare Toti, si non sit major quinario (per Pr. V.) at una consonantia non sufficit ad sectionem harmonicam, vt patet ex definitione: tunc verò dissonum erit Residuum: tota enim ponitur portionum plurium quàm 8. & Residui definitio est, vt sit majus dimidio, sc: majus quam 4. Minimum ergò Residuum in divisione octonaria, est 5. in numerosioribus est majus quàm 5. In omnibus ergò sectionibus Chordæ post Octonariam, Residua sunt impari numero, majori quàm 5. At qui Numeri impares, majores quàm 5. propriy sunt figurarum indemonstrabilium, per XLV & XLVII libri primi. Ergò per Prop: XVIII hujus, Residua hæc causantur sectiones non harmonicas.

Corollaria.

I. Sectiones unius chordæ Harmonicæ sunt numero septem, non plures.

II. Propagatio numerorum, qui sunt characteres sectionum, fit hoc pacto. Initio ponitur Fractionis formâ Totum, unitas scilicet supra pro

prà pro numeratore, & unitas infrà pro denominatore: deinde uterq; numerus seorsim ponitur suprà, & summa utriusq; utrinq; infrà; ut ex una qualibet fractione duo oriantur rami, eousq; dum ex summa fiat numerus index figuræ indemonstrabilis.



Has sectiones chordæ septem primùm auditu indice inveni, totidem nempe, quot sunt Harmoniæ non majores unâ Diapasòn: postea causas & sectionum singularum, & universarum Numeri, non sine labore ex penitissimis Geometriæ fontibus erui. Legat curiosus lector, quæ de his sectionibus ante annos 22. scripsi in Mysterio Cosmographico, Capite XII. & perpendat, quomodo fuerim illo loco hallucinatus super causis sectionum & Harmoniarum; perperam nisus earum numerum & rationes deducere ex numero quinq; corporum Regularium solidorum: cùm verum sit hoc potius, tam quinq; figuras solidas, quàm Harmonias Musicas & chordæ sectiones, communem habere originem ex figuris Regularibus planis. Et Ptolemæi quidem Musica cum expositione Porphyrij, quorum loco allegato mentionem feci, hactenus manuscripta nactus sum, ex liberalitate Jo: Georgij Heervvardi Cancellarij Bavarici; ex quorum libro tertio partem potiorem in Appendicem ad libros IV. & V. hujus operis transtuli: causas verò Harmoniarum genuinas in ijs non inveni; adeoq; ne sectionum quidem harum, Numeriq; earum septenarij, ulla fit mentio.

Causæ septenarij hujus successivè inventæ.

Ignoratæ à Ptolemæo & Porphyrio.

Etsi verò maturè satis animadverti, causas à figuris planis petendas; ut cujus rei semina jam in allegato capite XII. Mysterij sparsa videsattamen diu admodum me torserunt, priusquàm omnibus animi mei scrupulis satisfieret. Primùm enim Figuræ demonstrabiles à non demonstrabilibus erant separandæ; posteà causa invenienda, cur cùm sectiones hæ essent ex figuris, sectiones quidem intra septenarium consisterent, figuræ in infinitum excurrerent. Tertiò discrimen inter Pentekædecagonum & demonstrabiles cæteras erat statuendum; quia vidi, figuram illam excusam esse ab Harmoniarum procreatione, teste auditu. Et habebant singula capita suas cautiones concisiores, quarum una quælibet me diu tenuit occupatum. Exemplo sit propos: V. quam ultimò omnium, cùm jam describerem opus, vidi addendam, quod hactenus ignoraveram. Nisi enim & illa inter principia esset, et, si verbi causa, septem vicesimæ propterea essent aptæ ad statuendam harmoniam, quia sunt per tres vicesimas (cum quibus semicirculum faciunt) demonstrabiles; tunc & septem decimæ, & quinq; septimæ, eóq; & duæ, & una, septimæ, harmonias facere convincerentur, quod omnibus modis repudiant & aures, & Axiomata nostra.

Igitur vel solo allegato libri mei Mysterij cosmographici testimonio, satis est munitus auditus, contra Sophistarum obtrectationes,

Auditus fini certo testimonio confirmat hic septenarius.

fidem auribus derogare ausuros circa divisiones adeò minutas, & disjudicationem concordantiarum subtilissimam: quippe cùm videat lector me fidem aurium illo tempore secutum esse, in constituendo sectionũ numero, cùm adhuc de causis laborarem; nec idem hic feciſſe, quod fecêre Veteres; qui aurium judicio progressi aliquatenus, mox contemptis ducibus, reliquum itineris, Rationem erroneam secuti, perfecerunt; auribus vi quasi pertractis, & planè obsurdescere jussis. Ex abundanti verò infrà cap. VIII. hujus libri operam dedi, ut cuilibet esset in promptu facultas suopte Marte consulendi auditum super his alijsq; chordæ divisionibus; earumq; testimonium pensiculandi; ut certus sit, eã, de quorum causis laboramus, sensuum experientiâ certissimâ niti, nec sponte mea (cujus criminis Pythagorei in parte rei sunt) esse confictã, proq; veris obtrusã.

CAPUT III.

De medietatibus Harmonicis, & Trinitate concordantium sonorum.

Vana est definitio proportionis Harmonicæ, quod sit illa, ubi tribus Nvmeris ordine naturali locatis, binorum vicinorum Excessus sunt in proportione Extremorum: vt in numeris

3. 4. 6. maximus 6. est duplus minimi 3. & sic etiam differentia 2. inter binos vicinos majores 4. 6. est dupla differentiæ 1. inter binos vicinos minores 4. 3.

Modus constituendi quamcunq; Medietatem Musicã ex sententia veterum.

Inseram tamen modum inveniendi numeros continentes talem proportionem, Musicam ab authoribus dictam: quia crebrò ex Harmonicâ doctrinâ transsumitur in Ethicam & Politicam. Modus est talis. *Propositis duobus numeris inter se Primis, qui continent proportionem & Extremorum (è tribus musicè contemperandis ex sententiâ veterum) & differentiarum utriusq; à Medio; Multiplica vtrumq; in seipsum & ambos in se mutuò: factorum trium duos minores adde pro Minimo inveniendorum, duos majores adde pro Maximo, Medium duplica pro Medio Musico veterum. Verbi causa, sint inveniendi tres numeri in proportione Musica veterum tali, vt Extremi habeant inter se proportionem eam, quæ est inter 3. & 5. Ter 3. sunt 9. Ter 5. sunt 15. Quinquies 5. sunt 25. sunt igitur facti 9. 15. 25. Adde 9. & 15. fiunt 24. Adde 15. & 25, fiunt 40. duplica 15. fiunt 30. Sunt igr hi tres quæsiti 24. 30. 40. quorum differentiæ (Extremorum à medio) 6. 10. Nam vt 3. ad 5. sic 24. ad 40. sic etiam 6. ad 10. In minimis inter se Primis 12. 15. 20.*

Elenchus hujusmodi.

Hæc quidem verè est harmonica proportio etiam mihi, quia non tantum proposita proportio inter 3. 5. est harmonica, per Prop: VIII. Coroll: sed etiam inventus Medius numerus 15. consonas facit proportiones cum Extremis 12. & 20. per idem Coroll: At hoc non semper fit. Quoties enim inter duos numeros hoc pacto propositos, medium Arithmeticum cum extremis dissonantes proportiones determinat,

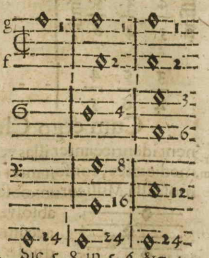
toties

toties proveniunt etiam ex hac operatione tres numeri in proportione reverâ non Harmonicâ, quamvis duo initio propositi proportionem solitarij contineant harmonicam. Sic fit in 1.6. in 1.8. in 3.4. in 4.5. in 5.6. in 2.5. in 3.8. in 5.8. Verbi causâ inter 2.5. hoc est 4.10. medietas Arithmetica est 7. non harmonica, quia 7. nec: cum 4. nec: cum 10. consonat, per Pr. V. Operare ergo secundùm Regulam; prodibunt numeri 34.20.35. cum excessibus 6.15. ubi 20. secundũ veteres dicenda esset medietas harmonica, quia ut 14. ad 35. (id est 2. ad 5.) ita 6. ad 15. Atqui aures omninò repudiant 20.35. (quippe 4.7.) & 14.20. (quippe 7.10.) CAP. III.

In sectionibus igitur harmonicis cap II. totidem se offerunt medietates, quot sunt sectiones, unâ minus: & Medietas in illis quidem sectionibus sumitur strictiori significatu, quòd sit chordæ harmonicè sectæ in inæqualia, Pars major, seu numerus illam exprimens. Sic 2. est Mediũ harmonicum inter 1.3. sic 3. inter 1.4. interq; 2.5. sic 4. inter 1.5. sic 5. inter 1.6. interq; 3.8.

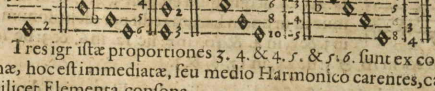
Præter has verò sunt etiam aliæ Medietates, solutæ hac lege sectionis totius chordæ in partes duas, comprehensæ tamen generali nostra definitione: & secantes non chordam unam, ut priori capite, sed proportionem chordarum, in minores proportiones consonas.

Primùm omnes proportiones majores duplâ resolvuntur in suas principia, ablatione proportionis duplæ, ut 1. 24. constat ex quatuor duplis (sc. ex sedecupla) & sesquialterâ: Quare Medietates Harmonicæ hoc quidem nomine inter 1. & 24. intercedunt istæ 2. 4. 8. 16. superiùs collocatâ sedecuplâ: vel istæ 12. 6. 3. 2. Vnâ duplâ superiùs collocatâ, tribus inferiùs: nam variè fieri potest.



Sic 5. 8. in 5. 6. & 3. 4.

Deinde Proportio dupla resolvitur in has consonas 3. 4. & 2. 3. vel in 3. 4. & 4. 5. & 5. 6. vel in 4. 5. & 5. 8. vel in 5. 6. & 3. 5. Deniq; sesquialtera 2. 3. resolvitur in 4. 5. & 5. 6. sic 3. 5. in 3. 4. & 4. 5.



Tres igr istæ proportiones 3. 4. & 4. 5. & 5. 6. sunt ex consonis minimæ, hoc est immediatæ, seu medio Harmonico carentes, cæterarum scilicet Elementa consona.

Ex his autem sequitur, unius duplæ duas esse posse medietates, inter se quoq; consonas, idq; sexies. Nam quia dupla habet tria Elementa minima consona; sexies eorum ordo potest variari. Nam 3. 4. vel est primo loco à chorda minori, vel medio, vel ultimo; & in uno quoq; casu, reliquorum Elementorum aut majus 4. 5. est versus chordam minorem, aut minus 5. 6. Bina Medietates Harmonica.

Singuli casus sunt exprimendi singulis Numerorum Quadrigis, ut in tabella sequitur;

CAP. III.

Ordo Proportionum Consonarum minimarum in una dupla.

Fasciculus binarum Medietatem Harmonicarum inter chordas Proportionis duplæ.

Ex his verò sex bigis medietantum harmonicarum, una sola, in numeris 10. 12. 15. 20. patitur definitionem veterum. Nam 12. est medium (illorum sensu) Musicum inter 10. & 15. sic 15. est medium Musicum inter 12. & 20. Excessus enim sunt 2. 3. 5. Ve verò extremi unius trigæ 10. ad 15. sic 2. ad 3. Et ut extremi alterius trigæ 12. ad 20. sic 3. ad 5.

Locus Termini minoris seu acutissimi.

3/4 4/5 5/6

4/5 5/6 3/4

5/6 3/4 4/5

5/6 4/5 3/4

4/5 3/4 5/6

3/4 5/6 4/5

Locus Termini maioris, seu gravissimi.

3. 4. 5. 6.

4. 5. 6. 8.

5. 6. 8. 10.

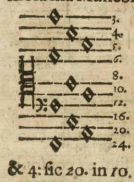
- - - - 10. 12. 15. 20.

- - - - - - 12, 15, 20. 24.

- - - - - - - 15. 20. 24. 30.

Cum ergo Chordæ proportionis duplæ consonent identicè, inter illas verò non possint esse una vice plures quàm duæ medietates, consonantes & inter se & cum duplis ipsis: hinc orta est famosa illa Musicorum observatio, qui trinis vocibus omnes harmonias absolvi mirantur. Nam quotcunq; voces præterea accumulentur, singulæ in trium unam redeunt per duplæ proportionis consonantiam identicam.

De Trinitate concordantiarum.



Quamvis enim existat una consonantia ex omnibus istis chordarum magnitudinibus 3. 4. 5. 6. 8. 10. 12. 16. 20. 24. at quicquid est post 3. 4. 5. chordarum, omne id in unam harum redit per identisonum: ut 6. in 3. & 8. in 4. & 10. in 5: sic 12. in 6. & 3: sic 16. in 8. & 4: sic 20. in 10. & 5: sic 24. in 12. 6. & 3.

Causam hujus rei frustra petunt aliunde, alij ex trina dimensione quantitatis perfectæ, seu corporis; ut quod patet in longum, latum & profundum: alij ex numeri ternarij perfectione: alij ab ipsa adoranda Trinitate, in Divinitate.

Frustra, inquam, omnes: Nam neq; solida quantitas hoc negotiũ ingreditur, cùm ortum harmonicarum proportionum ex figuris planis docuerimus, & longissimè diversa sit, causa scientiæ; solida quantitas, à planâ, quippe illa duabus medijs proportionalibus utitur, quas sciri

sciri promiscuè est impossibile: neq; numeri ulla vis esse potest, quatenus ut numerans consideratur; neq; etiam origo hujus Trinitatis immediatè est ab essentiâ divinâ, per causationem exemplarem: cùm apparuerit suprà, componi causam rei ex principijs explicatis, quæ nequaquam intendunt numerum aliquem vocum per se; sed quæ voces ipsas inter se singulas singulis coaptantia harmonicè, & sic quasi aliud agentia per accidens efficiunt aliquid simile divinis, propter eundem numerum: quod idem etiam in plurimis rebus alijs frequenter contingit. CAP. IV.

Breviter, Numerus hic ternarius non est efficiens causa Harmoniarum, sed effectus ipsius, seu effectæ harmoniæ comes; Non informat harmonias, sed est formæ resplendescentia; Non est materia vocum harmonicarum, sed est soboles procreata ex materiali necessitate: Non est finis οὗ ἕνεκα, sed est extremitas operis; deniq; nihil est de reipsa Harmonicâ, sed est Ens rationis secundarium, & mentis conceptus, secundæ intentionis. Nihilo magis enim est quærendum, cur voces solum ternæ consonent harmonicè, quarta & omnes aliæ per duplæ proportionis consonantiam redeant quodammodò in idem: quàm cur sex tantum bigæ sint in qualibet Octava, senæ consonantiarum triplicium formæ. Vt enim Senarius iste non est à sex diebus creationis; sic neq; ille Ternarius est propter Trinitatem personarum in Deitate. Sed cùm sit Ternarius communis rebꝰ divinis & mundanis: ubicunq; is occurrit, sui perveniens mens humana, causarũ ignara, conspiratione hanc miratur.

CAPUT IV.

De ortu concinnorum interuallorum quæ Consonis minora sunt.

Cum sensus testetur, Ex chordis æqualiter tensis, illarum sonitus esse graviores, quæ sunt longiores, illarum acutiores, quæ breviores; hinc voces istæ junctæ *Acutum & Grave*, differentiæ sunt Harmonices propriæ. Nam singulæ qdem seorsim aliarum singularum sunt scientiarum: in quibus copulantur cum oppositis alijs; Acutum cum Obtuso, in Geometria; Grave cum Levi, in Physica. Et aliter, Acutum in Mechanicis sonat subtile & penetrans; Grave in sensualibus sumitur de odoribus, qui, ut gravia pondera, ob quandam magnitudinem, sunt minùs tolerabiles. At junctæ *Acutum & Grave*, interq; se oppositæ, non nisi de vocibus accipiuntur. Retinent tamen aliqd de pristino significatu. Nam ut in Geometria Acutum est minus Obtuso, sic etiam in Harmonice, vox acuta sonat parvam, eoq; penetrantem & altam, idiotismo Teutonico, & voli tantem quasi in sublimi, pp quandam levitatem. Et ut in Physica Gravia habent magnum pondus, Levia parvum: sic etiam hic, Gravis vox sonat magnam: utq; Gravia in libra fundum & inferiora petunt, levia in altum exsiliunt; sic etiam in Harmonice, vox gravis propter magnitudinem reputatur pro ponderosa, eóq; inferiori seu profunda (*bassa*); vox acuta, uti dictum, pro alta. Quid Grave? Quid Acutum? Quid Profundum? Quid Altum?

Nam

Nam quòd in Testudine Hypate, id est Summa, edebat gravem sonum, id est tantùm ob ejus situm in instrumento, vt adhuc hodie, non ob aliquã vocis similitudinem cum levibus & supervolitantibus. Situs autem ejus in instrumento rationem habet mechanicam, ex eo quod Nete, id est Ultima & Infima, quia sonat acutissimè, fuit pulsanda creberrimè; cùm parvis conveniat motus velox: & verò deorsum pulsamus expeditiùs ob conformationem pollicis, quàm sursum. Accedit inter causas, experientia gutturis humani. Nam & viri communiter proceriores fœminis, adulti pueris, graviorem etiam vocem emittunt, quasi profundiùs petitam; & singuli homines, ipso sensu tactus docente, graviorem vocem profundiùs eliciunt, altiorem superiùs; & qui gravissimè cantant, corpus extendunt, ut quàm profundissimè vox exeat. Tendunt quidem collum etiam qui acutè canunt, sed non ut longum collum faciant, sed ut rectius constringant supremos circulos gutturis.

His igitur de causis natus est in Harmonicis conceptus Alti & Profundi, pro quo crebrò usurpamus Acutum & Grave. Cùm igitur Altum & Profundum sint aliàs vocabula loci; consuetudo sermonis, hæc sua principia secuta, vocibus etiam id accommodat, quod locorum est proprium, scilicet Intervalla, Græcè διαστήματα. Nam loca διαστάσεις distare dicuntur. Deniq; disciplina Harmonica hanc vocem etiam in picturas seu Diagrammata sua (de quibus inferius) transtulit; quæ altis & profundis lineis constant, quo pacto restitutus est illi sensus Geometricus.

Quid Diastema Intervallum.

Quæ igitur hactenus dicebantur Proportiones chordarum, in posterum ferè dicentur Intervalla vocum, quas emittunt chordæ longitudinis inæqualis. Nam voces idem sonantes, quibus respondent chordæ ex æqualiter tensis æquè longæ, Intervallum non faciunt, cum sint altitudinis ejusdem.

Etsi libro V. abstinendum erit ab hoc sensu vocis Intervallum; propterea quòd ibi crebro usu repetenda erit vox ista in sensu astronomico, de linea recta inter Corpus Planetæ & Solem, item, de eo spacio quod inter diversos orbes intersest.

Quid superius quid inferius intervallum.

Porrò sicut præcedenti capite proportiones bifariam considerabantur, sc. vel singulæ per se ipsas, vel invicem comparatæ causã ordinis, qui extendebatur à compositæ alicujus proportionis termino seu chorda minori ad majorem vel longiorem, & vicissim: sic nunc etiã Intervalla vel singula per se, vel invicem comparata, considerantur causã loci harmonici; ut in continua ordinatione aliquot intervallorum, (sic ut bina semper contigua, habeant eundem terminum communem, qui sit unius major terminus, alterius vergentis ad graviores voces minor) semper illud intervallum dicatur inferius, quod est inter voces graviores, illud superius, quod est inter acutiores.

Quæ Intervalla æqualia.

Et in Geometria quidem proportiones agnoscuntur æquales, licet sint inæquales termini unius, terminis alterius, & excessus terminorum unius, inæqualis excessui terminorum alterius: Ut si sint tres chordæ in proportione numerorum 4. 6. 9; eadem censetur proportio

4. 6.

4. 6. quæ 6. 9. non obstante quòd cùm ipsi termini, tum etiam excessus 2. & 3. inæquales sunt. Cap. IV.

In Harmonice similiter omnia intervalla vocum à chordis, quæ sunt ejusdem proportionis, venientiũ, & censentur æqualia & scribuntur etiam nota numericâ eâdem; quin etiam linearum intervallis æqualibus pinguntur in diagrammate: sic ut penitus obliviscamur ejus inæqualitatis, quæ est inter excessus diversarum chordarum.

3. 4
4. 6
9

Sequitur igitur, ut proportionis minoris, Intervalla minora dicamus, majoris Majora, sine respectu magnitudinis aut parvitatis respondentium utrinq; terminorum.

His igitur definitionum loco præmissis; nunc porrò dispiciendum est de differentijs intervallorum. Hactenus quidem proportiones omnes, quas consonas else demonstravimus, unà æqualitatis exceptà, pro totidem Intervallis itidem consonis sunt habendæ: proportiones verò quas dissonas diximus, pro intervallis itidem dissonis. Cùm verò inter dissona intervalla magna sit differentia: sic ut non tantũ consona à Naturâ doceantur, & illius instinctu ab auditu probentur; sed etiam alia minora Intervalla ab eodem sensu stabiliantur; quæ licet dissona sint, apta tamen sunt, per quæ Cantus traducatur; Harmonice Naturam secuta, nomen ijs imponit Concinnorum, eaq; distinguit ab Inconcinnis, quæ nullius cantus ordinati tractum ingrediuntur; Græcè dicuntur ἐμμελῆ & ἐκμελῆ.

Quid inter valla consona quid dissona?

Quid Intervalla consona, quid Incõcinna, causa Nominis?

Quòd naturæ ingenium in discrimine Concinnorum & Inconcinnorum cum viderent Veteres: quærendum igitur existimarunt, quodnam esset commune omnibus Concinnis & Consonis minimum Elementum, ex quo secundùm aliquem numerum sumpto, quodlibet ex Consonis & Concinnis componeretur. Necesse enim videbatur existere aliquod tale minimum Intervallum, ut simplex, & ortu prius ipsis Consonantijs, quæ videbantur compositæ ex tali minimo, utpote cùm essent intervalla alia alijs majora.

Atqui res longè aliter habet, quod multis exemplis doceri potest. Nam si speciem omnium Individua, quæ magnitudine differunt, ex uno communi Minimo constant; erit igitur una aliqua minima quantitas humanæ speciei, ex cujusmodi pusionum certo aliquo numero, velut ex elementis, quilibet homo componatur, procerus ex multis, pumilus ex paucis. Non minus enim in harmonicis qualitas ista, Consonantia, informat chordarum proportionem, seu vocum intervallum, quàm forma hominis molem illam materiæ informat, quæ hominis cute ambitur. Et cur obliti sunt Geometriæ, in qua plurima sunt exempla omnis generis quantitatum incommensurabilium; quarum definitio est, nulla penitus communi mensura, quæ sit ex eodem genere quantitatum, tanquam aliquo compositionis Elemento quantitatis certæ, communicare?

Sic igitur tenendum est, Intervalla consona (præterquàm quorum unum est alterius Multiplex) esse, ut proportiones illas ipsas, incommensurabilia;

Intervalla Musica plerag; incommensurabilia.

Cap. IV.

rabilia, sic quidem, ut quamvis eorum differentiæ numeris exprimantur, quod in simplicibus numeris est signum commensurationis, hæ tamen differentiæ, quippe non simplices numeri, sed fractiones, non sint differentium pars vel partes aliquotæ, secundum aliquem numerum. Verbi causa duæ proportiones 1. 2. & 1. 4. sunt inter se, ut numerus 1. ad numerum 2. sunt ergò commensurabiles; nam 1. 4. est dupla ipsius 1. 2. Hoc in sola serie continuè duplarum locum habet. Nam in serie triplarum, & cæterarum Multiplicium, non dantur duæ proportiones consonæ, ut 1. 9 est quidem tripla ipsius 1. 3. at sola 1. 3. est inter consonas, 1. 9. verò est inter dissonas, per Ax: III. Idem videre est etiam in non multiplicibus, ut in sesquialterâ 2 3. consonâ, datur sanè ejus multiplex & sic commensurabilis; Nam 4. 9. est ad 2. 3. ut Numerus 2. ad 1. at 4. 9. non est inter consonas. Econtra sint aliæ duæ consonæ, quàm ex serie continuè duplarum, ut 1. 4. & 2. 3. hæ duæ proportiones non sunt inter se commensurabiles, hoc est, non ut numerus ad numerum: Excessus enim 3. 8. ipsius 1. 4. super 2. 3. non metitur neq; 1. 4. neq; 2. 3.

Consona igitur Intervalla, Naturâ priora sunt minoribus intervallis, quæ concinna appellamus: nec illa componuntur ex istis tanquam ex Elementis, aut ex minori aliqua quantitate: sed contra hæc ex illis, tanquam ex causis oriuntur.

Vbi notanda est vox ambigua compositionis; quæ interdum ortum denotat rei naturalem, interdum verò divisionem rei quantitativam, quæ non ortus est, sed destructio potius; ut cùm circulum dicimus constare ex tribus trientibus, dividentes priùs circulum mente in tria, aut cum humanum corpus dicimus else compositum ex membris, non quod fuerint membra ante corpus, & corpus ex illis collectum & constructum, ut domus ex lapidibus & lignis; sed quia corpus causâ molis in hæc membra, quæ singula seorsim corpus organicum amplius non sunt, est dividuum.

Priori significatu negandum est, Intervalla consona vel ex alijs consonis vel ex concinnis componi; posteriori significatu sanè constant, & sic quasi componuntur, (quod ipsi in superioribus usurpaveramus) intervalla consona majora ex minoribus consonis, Consona minima ex concinnis &c. quia in hæc velut elementa dissolvuntur: at non constant diversa inter se ex unius communis minimæ speciei intervallis aliquam multis, nec in talia dissolvi possunt.

Quamvis etiam habeant intervalla consona causas cognatas, non omnia tamen eandem, sed quodlibet suam peculiarem caussam habet, distinctam à causis cæterarum, ut in superioribus explicatum. Consonantia enim ipsis intervallis competit, non ut quanta sunt simpliciter, neq; simpliciter ut sunt Relationes; sed ut qualitativæ (hoc est quodammodò figuratæ) sunt relationes. Itaq; commune ipsarum minimum intervallum constituere velle, res est impertinens: cum minimum & maximum non in qualitativis sed in nudis quantitatib⁹, earumq; proportionibus considerentur: Consona verò, ut consona, dividere, est speciem abolere consoni, & pro eâ vel alias consoni species, vel concinna dissona, vel etiam planè Inconcinna intervalla constituere. Non habet igi-

bet igitur Intervallum causas aut Elementa consonantiæ suæ à partibus veluti principijs; sicut quantitates commensurabiles accrescunt multiplicatione communis mensuræ, & cum hac mensura sub uno & eodē genere consistunt: sed è contrario, quæ veteres pro principijs habuere consonantiarum (Tonos puta & semitonia & dieses) ea ex Consonantijs ut principijs suis genuinis oriuntur. CAP. IV.

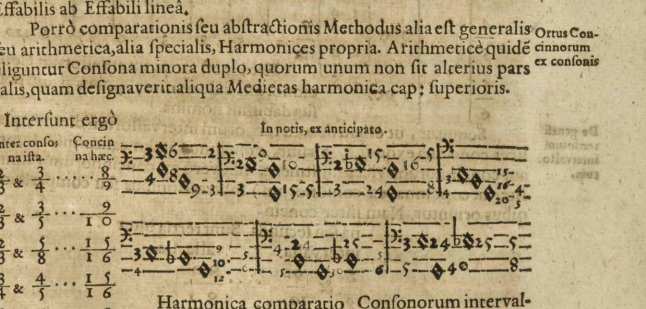
Etsi enim Consona hæc constant ex illis Concinnis non Consonis, (si non ex uno aliquo communi, saltem ex pluribus inter se diversimodè compositis) id tamen non referendum est ad ipsam Intervalli consonantiam. Si enim Concinna conciliarent intervallo majori, ex se composito, suam consonantiam; semper hoc fieret in quacunq; concinnorū multiplicatione, & tanto melior esset consonantia, quanto plura in intervallo concinna; Id vero falsum est, nam ut infra audiemus, duo toni compositi consonantiam faciunt, tres compositi dissonans intervallum constituunt. Speciem Consoni ut tale non oriri ex numero concinnorum ut partium.

Quod autem consonum in Concinna dissona solui potest, ut sequetur; id illi consono per se considerato planè est accidentarium: ficq; tantum modò, quatenus inter se comparantur plura consona, quodlibet ex suis ortum principijs.

Concinna igitur intervalla definiuntur esse, omnes consonorum duplo intervallo minorum, differentiæ: nec alia Concinna recipit naturalis facultas auditus, quam quæ ex hac subtractione oriuntur: ut ita consona intervalla habeant ortum ex Geometria & figuris demonstrabilibus: Concinna verò ex ipsis consonis, sintq; concinna in ordine ad consona, quemodmodum in Geometria Apotomæ (lineæ ineffabiles) sunt ad effabiles potentiâ; quia etiam illæ definiuntur subtractione lineæ Effabilis ab Effabili lineâ. Definitio Intervalli Concinni.

Porrò comparationis seu abstractionis Methodus alia est generalis seu arithmetica, alia specialis, Harmonices propria. Arithmeticè quidē eliguntur Consona minora duplo, quorum unum non sit alterius pars talis, quam designaverit aliqua Medietas harmonica cap; superioris. Ortus Concinnorum ex consonis

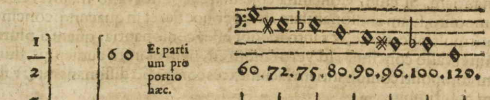
Intersunt ergò

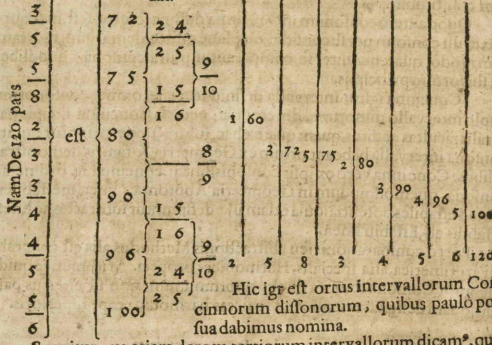


Harmonica comparatio Consonorum intervallorum respicit ortum eorum, & quam quodlibet ex ortu suo sortiatur altitudinem. Nam per omnes proportionum comparandarum terminos majores unus & idem circulus Totus repræsentatur, eiq; an aloga chorda integra, communis omnibus sectionibus Harmonicis.

monicis. Igitur omnibus numeris majorum terminorum ex sectionibus 7. Harmonicis, scilicet 2. 3. 4. 5. 6. 5. 8. quærendus est communis minimus dividuus 120; & chorda tota est distinguenda in totidem partes æquales, ut sonus totius chordæ constituatur pro communi termino majore omnium consonorum per sectiones factorum, & accomodandi termini minores, ut inter se comparati constituant intervalla concinna, quæ hoc capite investigantur: prodeunt autem eadem, quæ prius arithmeticè.

Ecce in Notis exanticipato.





Hic igr est ortus intervallorum Concinnorum dissonorum, quibus paulò post sua dabimus nomina.

De genesi tertiorum intervallorum.

Sequitur, ut etiam derotu tertiorum intervallorum dicam[a], quæ licet concinna exquisitè non sint, concinno tamen cantui inserviunt, aut concinnorum vicem sustinent. Illa verò ex concinnorum (similiter ut concinna ex consonorum) subtractionibus seu comparationibus oriuntur. Nam inter concinna seu secunda intervalla. Sunt tertia intervalla ista.

$\frac{8}{9}$ & $\frac{9}{10}$ .... $\frac{80}{81}$

$\frac{8}{9}$ & $\frac{15}{16}$ .... $\frac{128}{135}$ Quod componitur ex 24. 25. & 80. 81. & paulo admodum est minor quàm duæ 15. 16.

$\frac{9}{10}$ & $\frac{15}{16}$ .... $\frac{24}{25}$

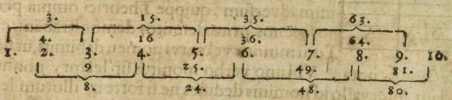
His

His addi potest duplicatum intervallum 15. 16. sc. 225. 256. q.d paulo minus excedit intervallum 8. 9. quam 15. 16. intervallum 128. 135. Et priora quidem tria oriuntur ex subtractione mutua Concinnorum diversorum: hoc vero ex additione duorum concinnorum æqualium, sedminus usitatè.

Atq; hinc emicat

Corollarium arithmeticum

pulchrum admodum in numeris & typo sequenti.



Omnis sc. numeri infra decem quadratum cum rectangulo binorum numerorum illum proximè circumstantium constituit intervallū vel consonum vel concinnum vel Tertium, excepto septenarij quadrato 49. & rectangulis ejus duobus 35. & 63. Sed hic exulat concinnum 9. 10. & consona pleraq;, præter 3. 4. Est igitur fortuitum, respectu ordinis Numerorum & facturæ hujus typj.

Frustra causas hinc petet arithmeticus, frustra septenarij superstitione occupabitur Pythagoricus, tanquam numeri numerantis: altiùs res est repetenda ex Geometria, & Numeris numeratis & figuratis, sc. ex ipsis figuris indemonstrabilibus, quarum est prima septangulum. Nam quo minus ultra decem typus continuari possit, sequente Concinni natura; non jam septenarius amplius impedit, sed alij numeri figurarum indemonstrabilium 9. & 11. qui rectangulum efficiunt 99. q.d cum quadrato Denarij 100. constituit intervallum penitus abhorrens à natura Cantus. Usq; adeo multum interest inter Axiomata doxastica & epistemonica.

Ordo concinnorum in perfectione, & appellationes.

Diximus hactenus de origine & ordine Intervallorum, quæ sunt minora consonis: dicendum nunc etiam de eorundem differentijs, deq; appellationibus, quas non planè easdem cum veteribus retinere possumus, cùm & in rebus ipsis & in causis earum, nobis ab illis discedendum fuerit.

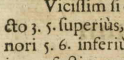
Consentaneum igitur est supra dictis, præsertim Axiomati II. ut horum intervallorum ad concinni naturam pertinentium, quodlibet retineat naturam illorum consonorum, à quibus constituitur. Cùm igitur ex consonis duplo intervallo minoribus, perfectissima sint ista 2. 3. & 3. 4.

CAP: IV. Tonus Major quid?

propter figurarum Nobilitatem à quibus originē ducunt: etiam soboles earum cōmunis inter concinna, sc. 8. 9. cæteris erit præferenda. Hoc igr intervallum cōmuni cum veteribus nomine TONVM dicamus, & propter hanc præcellentiam, Tonum perfectum, propter verò magnitudinem proportionis, Tonum Majorem.

Vicissim si compares perfectum 2. 3. majus cum majori imperfecto 3. 5. superiùs, vel si perfectorum minus 3. 4. cum imperfectorum minori 5. 6. inferiùs, nascetur ex hoc connubio intervallum concinnum imperfectius 9. 10. quod est minus quam 8. 9. quod intervallum cum in veteri Musica ante Ptolemæum ferè non esset animadversum, quippe Theorici omnia per tonos plenos prius definitos demonstrabant; ei nos

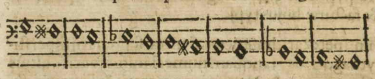
Tonus minor.



Toni minoris vel parvi nomen dabimus, ut sit hæc imperfectionis nota. Vbi uno verbo monitus sit lector, nonnullos alij cuidam intervallo id nominis dedisse; ne si forte in illorum lectionem inciderit, oscitantia perturbetur.

Sin autem perfectum majus 2. 3. cum imperfecto minori 5. 8. superiùs, vel si perfectum minus 3. 4. cùm imperfecto majori 4. 5. inferiùs associasti; Concinnum ex comparatione ortum sc. 15. 16. rursum trahit aliquid imperfectionis ex origine hac sua, diceturq; semitonium, vocabulo eodem, quod habet ipsū hoc intervallum in usitatā hodierna musicā, quia paulò majus est semisse Toni majoris. Hoc aliqui Tonum Minorem dictitarunt, à quibus lector sibi caveat, ne perturbetur.

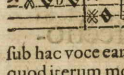
Semitonium.



Hæc igitur tria orta a perfectis, comparatis vel inter se vel cum imperfectis, hoc obtinuerint, ut conciña per se & semper essent.

Contra si comparasti inter se imperfecta, ex Pentagono vel Decagono orta, vel superiùs 3. 5. cum 5. 8. vel inferiùs 4. 5. cum 5. 6.; intervallum hinc ortum, scil. 24. 25. tantæ est imperfectionis, ut penè inter concinna esse desinat. Hoc intervallum appellabimus Diesin, voce veteri; quasi dicas, remissionem chordæ. Nec laboro, ut sub hac voce eandem cum veteribꝰ quantitatem intervalli proponam; quod iterum monuisse sufficiat. Imperfectionis causæ sunt tres; origo, parvitas (cùm non æquet partem toni perfecti tertiam) & quia est etiam inter Tertia connumeratum superiùs, inter illa sc. quæ concinnandis generibus cantus inserviunt: oritur enim etiam ex tono minori & semitonio comparatis. Nam hoc intervallum non per se, nec semper concinnum est; non solet enim vox humana cantū una & eadem ἀγωγὴ

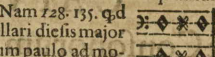
Diesis.



per hoc intervallum traducere, ut per intervalla cætera; sed negligit & transilit illud, nisi tantum in variatione cantꝰ, condimenti causa: tunc fit extraordinariè concinnum, sed sic ut quasi novum genus cantus incipat; & artis est laboriscq; non modici, voce humana sine organo id assequi. Itaq; hoc intervallum tantum discriminat genera concinnorum, eoq; pacto ijs inservit.

Cœpi-

Cœpimus dicere de Intervallis tertijs; primum enim ex ijs 24. 25. seu diesis, idem fuit etiam concinnorum ultimum. Sequuntur nunc etiam reliquorum appellationes. Nam 128. 135. q.d oritur ex 15. 16. et 8. 9. potest apellari diesis major & irregularis; quod ut supra dictum paulo ad modum (sc. quantitate 2025. 2048.) est minus intervallo concinno semitonij & vix ab illo dignoscitur. Est q; hoc nomine inter concinna, quia dieseos legitimæ vicem sustinet; præsertim in mutatione cantus. Est enim genesis ejus non tam naturalis, quam usu necessaria, ut undiquaq; sint in promptu semitonia & dieses, propter varia condimenta cantus. Qua de causâ, cùm à Tono majori rescindatur semit: legitimum, hoc restante intervallo, possumus illud etiam appellare Græcâ voce Limma seu Residuum. Cap. IV.



Diesis major seu Limma.

Deniq; inter Concinna 8. 9. & 9. 10. intercedens differentia 80. 81. potest à nobis dici Comma, latine segmentum seu concisio: Veteres enim Diesin suam in 4. partes concidebant, indeq; Commata illas appellabant, existimantes hoc esse commune Elementum consonorum omnium: hoc verò intervallum est parte quarta de nostra diesi paulo major, minus parte tertia. Nam 24. 25. est 72. 75. vel 96. 100. Ergo pars tertia esset 74. 75. pars quarta 96. 97. circ: est verò 80. 81. inter utrumq;. Nos propiori numero possemus illud definire octavam partem toni majoris, sc. 8. 9. Quod etiam sic patet. Hic dividitur Tonus major 8. 9. in diesin 72. 75. semit: 75. 80. & comma 80. 81. comma verò fuit modò pars circiter tertia dieseos: igitur commata circiter 4. æquiparantur dimidio Toni; octo, toti Tono, proximè quidem, non omnimodè. Hoc igitur intervallum inter concinna illa planè non est, quæ deinceps canuntur, ob parvitatem auditu vix perceptibilem, nedum humano cantu per se seorsim, binis deinceps vocibus expressilem. At non ideo desinit esse concinnum ut 11. 12. & similia: quia comparamus etiam illa, quæ locis & tempore sunt dissita. Duplex verò semitonium ideò statuendum est, quia in divisione Tonorum deinceps ordinatorum, bina aliquando semitonia locantur deinceps; ijsq; in unum conflatis interdum pro tono utuntur, qui varietatem affectant & insolentiam, ad exprimendos graves animorum motus. Commata.

8. 72. 24.
75. 15. 25.
80. 16.
9. 81.

Semit: duplex.

Nota quod inter semitonium 15. 16. & Diesin 24. 25. est 125. 128. fere 42. 43. seu comma duplex. Cui si addideris Comma 80. 81. fit 625. 648. fere 27. 28. seu comma triplex. Idem verò 80. 81. ablatum à diesi 24. 25. relinquit 243. 250. quod est quam proximè 35. 36. Idem comma ablatum à semitonio 15. 16. relinquit Limma Platonicum 243. 256. quod est fere 19. 20. additum verò ad 15. 16. facit 285. 27. quod est inter 12. 13. est 13. 14. Sic duo Toni majores 8. 9. faciunt additi 64. 81. quo intervallo ablato à 3. 4. constituit Plato Limma suum. Hoc verò 243. 256. ut limmate ablato à Tono majori, restabat Platoni 2048. 2187. quod ille Apotomen appellavit, estq; majus commate 80. 81. uno quam Limma nostrum 128. 135. & superat semitonium 15. 16. parum admodum.

Comma duplex. Triplex. Diesis diminuta. Limma Platonicum. Semit: auditum. Apotome Platonis.

Hæc quamvis sint inusitata intervalla; fiet tamen infra lib: V. aliquorum mentio.

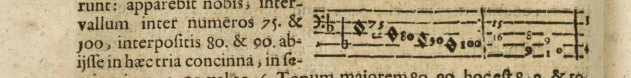
CAP. V.

CAPVT V.

De Consonorum intervallorum sectione naturali in Concinna, & hinc ortis eorum appellationibus.

Quæ essent Intervalla Concinna, id est auribus humanis in traductione cantus observabilia, & voce canentis imitabilia, dictum est capite præcedenti. Nunc singulari cura dispiciendum est nobis, in quæ Concinna quodlibet ex Consonis, naturâ Duce dissolvatur.

Resumptis igitur numeris ijsdem, per quos omnes sectiones harmonicæ naturales, chordæ unius, in unum conspectum collocatæ fuerunt: apparebit nobis, intervallum inter numeros 75. & 100. interpositis 80. & 90. abijsse in hæc tria concinna, in semitonium 75. 80. vel 15. 16. Tonum majorem 80. 90. hoc est 8. 9. & tonum minorem 90. 100. hoc est 9. 10.



Idem etiam est factum cum intervallo inter numeros 72. & 96. interoedentibus ijsdem 80. 90. Nam 72. 80. est 9. 10. Tonus minor: & 80. 90. ut supra, est Tonus major, deniq; 90. 96. est 15. 16. Semitonium. Utrinq; verò inter extremos, tam 75. 100. quàm 72. 96. intervallum 3. 4. deprehenditur. Quare cum Natura nos docuerit coaptare hos numeros, ob sectionem circuli per figuras demonstrabiles: Natura igitur duo intervalla sesquitertia, certi situs inter duos terminos proportionis duplæ, actu ipso sectionum, divisit in tria intervalla perfecta Concinna, Tonum majorem, tonũ minorem, & semitoniũ. Atqui trium intervallorum contiguorum, oportet esse locos seu voces seu chordas quatuor. Hinc igitur intervallum sesquitertium, dici cæpit Quarta, subaudi, Quarta vox à primâ seu superiore seu inferiore. Eâdem de causa Græci appellant hoc intervallum Διὰ τεσσάρων, quod latinis etiam litteris exprimimus, usitato modo scribentes Diatessaron.

Quarta seu Diatessaron

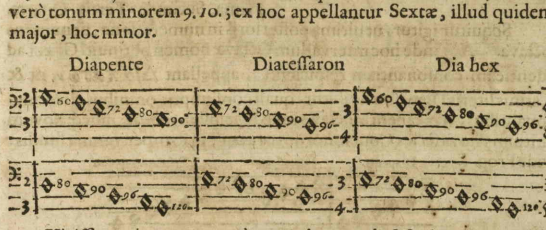
Sequitur igitur, ut quia intervallum sesquialterum superaddit tonum unum perfectum (quippe differentia inter 2. 3. & 3. 4. fuit 8. 9.) ex hoc ipso, dicatur Quinta, seu, Græcæ pronunciationis imitatione, Diapente; non obstante quod actu ipso in totidem concinna divisa non sunt per sectiones nostras harmonicas, intervalla sesquialtera: eâq; de causâ numerus unus, ad hanc divisionem plenariam necessarius, adhuc nobis deest: quem defectum Deus ipse creator etiam in planetarum motibus expressit, ut libro quinto audiemus.

Quinta seu diapente.

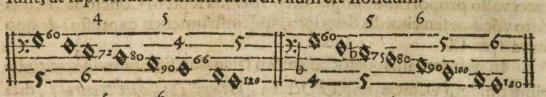
Porrò quia sic etiam tàm 5. 8. quàm 3. 5. superaddunt sesquialteræ

2. 3. u-

2. 3. unum ex jam dictis elementis, illud quidem semitonium 15. 16. hoc verò tonum minorem 9. 10.; ex hoc appellantur Sextæ, illud quidem major, hoc minor. CAP. V. Sextæ, major & minor.

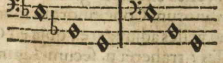


Vicissim quia tam 4. 5. quàm 5. 6. demunt de sesquitertia unum ex jam dictis Elementis, illud quidem semitonium 15. 16. hoc verò tonum minorem 9. 10. ut ostensum est capite præcedenti, restant igitur ijs bina solummodò ex elementis concinnis, illi quidem Toni, major & minor; huic Tonus major & semitonium. Ex hoc quidam Intervalla hæc appellant voce Græca Ditonos, majorem & minorem vel semiditonum, cùmq; duo intervalla tres requirant terminos seu voces, ideò dicuntur, Tertiæ major & minor. Et horum intervallorum per sectiones chordæ naturales constitutorum cætera quidem actu sic divisa sunt, at supremum & imum actu divisum est nondum. Quid tertia major & minor.



Galilæus Diatoni voce utitur ad significandum aliud quippiam ex veterrima Musica, quod differt à tertia, majore consonante Vide C. XII.

Et cum harmonicæ 3. 5. & 4. 5. sint ex Pentagono, cujus latus ineffabile, sed & 5. 8. & 5. 6. misceant aliquid de natura Pentagoni; hinc fit ut biga utraq; sit imperfectioris consonantiæ; quæ quo minor est, hoc mollior & blandior auribus accidit; Minor verò est in 5. 6. & 5. 8. quia totum circulum, vel figura perfectiori (s. Hexagona, cujus latus est effabile longitudine) vel in partes proportionis continuè duplæ (quæ identica est) sc. in 6. & 8. dividunt: Ergò 5. 8. & 5. 6. habentur pro sexta & tertia molli: 3. 5. verò & 4. 5. pro sexta & tertia durâ sive asperâ; & sic etiam appellantur. Origo vocũ Tertia, vel sexta dura, & Mollis,



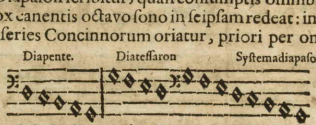
Denicq; quia proportionis duplæ intervallum, ut supra dictum, ex sesquialtero & ex sesquitertio constat, quorum illud Quinta dicitur, hoc Quarta; quæ tamen bina in sui medio habent unum communem terminum, qui unius ultima est, alterius prima, versus plagam eandem in hunc modum: Octava seu Diapason.

CAP. V. Prima. Secunda. Tertia. Quarta. Quinta. 6. 7. 8.
Prima. Secunda Tertia. Quarta.

Sequitur igitur, ut ultima posterioris in numeratione, sit numero octava. At q; inde hoc intervallum Octavæ nomen obtinuit. Græci ad identicam consonantiam respicientes, appellant Διὰ πασῶν, ut & Latinis literis Diapason scribitur; quasi consumptis omnibus diversum sonantibus, vox canentis octavo sono in seipsam redeat: indeq; novum initium, nova series Concinnorum oriatur, priori per omnia similis: vide Prop. I.

Quid octava seu Diapason.

Diapente. Diatessaron Systemadiapason



Frustra hic philosophantur de Numero, cur sc. octava vox consumat omnes, inq; idem redeat? verè enim respondendum est per petitionem principij, quia sc. natura fiat, ut intervallum proportionis duplæ, quod per Cap. I. est Identisonum, dividatur in intervalla concinna septem, quæ determinantur sonis octo: ut hoc capite probatum est. Ipsi putant fieri hoc, quod Numerus 8. sit primus Cubus & prima Tessera. At quid sectioni chordæ cum solidis? Et cur non etiam vox vicesima septima (secundus is cubus est,) redit eòdem?

Quid Systema?

Hinc adeò etiam Systematis nomen propriè & primò convenit intervallo proportionis duplæ, diviso per sua septem Concinna, & suis octo vocibus seu chordis descripto, inq; instrumentis expresso: de quo infra Cap IX.

Disdiapaso. In ijs intervallis quæ octavam seu Diapason superant, in multiplicibus quidem Octavæ, duplex Octava, Græcè Δὶς διὰ πασῶν, dici solet, Triplex Trisdiapason, & sic consequenter: In cæteris verò exprimitur Diapason, ejusve multiplex, & additur excessus, hoc pacto, Quinta supra octavam, aut, Octava supra Quintam, Diapasonepidiapente, vel Διὰπέντε ἐπὶ διὰ πασῶν. Interdum & numero pergimus, appellantes Nonam, Decimam, Duodecimam, &c.

Hæc igitur lectio intervallorum consonorum in concinna, naturalis est, quantitasq; hæc, & numerus elementorum concinnorum, ternario non major non sola aurium assuefactione nititur; sed auditus hoc habet ex instinctu naturali: nec possunt, præter ista, vel alia intervalla, vel alio numero pro concinnis sumi, in quæ dividatur quodlibet ex consonis. Nam si velles exempli gratia Diesin adjungere, primum illa est etiam dissonorum Concinnorum soboles; deinde si maximè illam tantum ideò velles adjungere, quia est Consonorum soboles; at solam non posses: traheret n. secum Limma seu Semitonium minus, quod tantùm à dissonis oritur. At consentaneum est, auditum illud à sobole consonorum distinguere, ijsq; admissis inter canendum, interq; secunda intervalla, hoc ceu spurium repudiare.

Quare etiam Diesis inter principalia Octavæ inter
valla non erit,

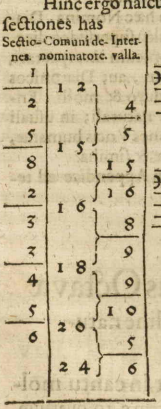
CAPVT VI.

CAPVT VI.

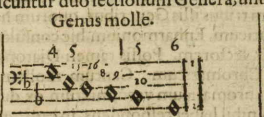
De cantus generibus, Duro & Molli.

De figurarum generibus dictum est lib. primo, Prop. XLIX. quas cùm etiam chordæ sectiones ipsæ imitentur, per Axioma II. hujus; sequitur igitur, ut quia sectio proportionis continuè duplæ, & sectio Trigonica, ejusq; continuè duplæ, sunt ex figuris laterũ effabilium saltem primis, Triangulo & Quadrangulo: Sectio verò Pentagonica fit latere ineffabili; illæ igitur sectiones per Ax: IV. efficiant unum genus cantus, ista genus alterum; cui quidem non propter figuram Tetragonam, sed solùm propter identicam bisectionis consonantiam, ad miscetur etiam bisectio.

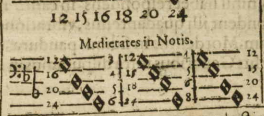
Hinc ergo nascuntur duo sectionum Genera, unum quidem habet sectiones has



Genus molle.



Medietates in Notis.



In hoc genere ex sex bigis Medietatũ Cap: tertij admittuntur hæ.

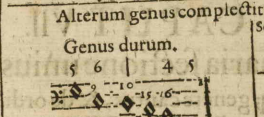
3. 4. 5. 6.
vel 12. 16. 20. 24.

4. 5. 6. 8.
vl 12. 15. 18. 24.

Et. 12. 15. 20. 24.

Alterum genus complectitur sectiones has

Genus durum.



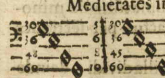
Hic insunt bigæ medietatum ex Cap. III. istæ

5. 6. 8. 10.
vl 30. 36. 48. 60.

10. 12. 15. 20.
vl 30. 36. 45. 60.

& 15. 20. 24. 30.
vel 30. 40. 48. 60.

Medietates in Notis.



Sectio-nes.	Com: De-nomina t:	Inter-valla.
1	3 0	5
2		6
3	3 6	9
5		10
2	4 0	8
3		9
3	4 5	15
4		16
4	4 8	4
5		5
6	6 0	

CAP. VI. Hæc sunt illa vulgò celebrata duo Cantus genera; & prior quidē dicitur cantus mollis, quia inveniuntur in eo ordinata ab imâ voce, intervalla, Tertia & Sexta, molles; posterior verò cantus durus, ab ejusdem denominationis intervallis eodem loco systematis octavæ ordinatis, quorum nominum ratio dicta est, capite V. præcedente.

Quemadmodum enim illic 5. 6. loco imo, non tulit 3. 5. sic jam hic 4. 5. non fert 5. 8. quia natura cantus concinni requirit hoc, ut tertia cum sexta faciat perfectam quartam seu diatessaron.

Hinc igitur apparet naturalis ratio utriusq; generis, Nam cùm in cantu molli sit imo loco 5. 6. in duro 4. 5. & differentia utriusq; scilicet diesis 24. 25. non sit ex concinnis ordinarijs, per caput IV. ergò non poterunt eâdem cantus naturalis serie simul stare imo loco 4. 5. & 5. 6. sed assumpta 4. 5. tertia majore, debet illâ vice exulare ab imo loco 5. 6. aut hac receptâ extruditur illa; ubi 4. 5. trahit secum 3. 5. & 5. 6. trahit secum 5. 8. sextam minorem.

Rursum autem hoc discrimen utriusq; generis harmoniæ, Deus ipse in motibus planetarum expressit, ut lib. V. audiemus.

De Veterum tribus illis Generibus, quorum hæc Nomina, Diatonicum, Chromaticum, Enharmonium, hic consultò supersedeo dicere, ne confundam lectorem. Possis tamen Diatonicum interpretari, Cantum durum, Chromaticum, Cantum mollem, aut Diatonicos quidem singulos, chromaticum verò, mixtum ex duro & molli. Enharmonium verò nihil habet respondens in cantu naturali; in usuali verò Musica respondent illi quadantenus, vibrationes Vocis humanæ, tremor Organorum, Mordentiæ in fidibus pandurę, & similia.

Vide quæ de his Generibus infra disputamus in Appendice ad textum Ptolemæi.

CAPUT VII.

De plenaria sectione unius Octavæ in utroq; genere cantus, & de ordine naturali concinnorum omnium.

Igitur hactenus Natura ipsa ostendit, in cantu molli, tertium ab infra concinnum, esse Tonum minorem 9. 10. quartum, Tonum majorem 8. 9. quintum, semitonium 15. 16. in cantu verò duro, tertium ab infra 15. 16. quartum 8. 9. quintum 9. 10.

Restant in utroq; genere Cantus adhuc tertiæ binæ, singulæ minores & singulæ majores, quæ nec dum sunt divisæ actu, per sectiones chordæ naturales, in elementa minima concinna.

Primùm videamus, in quæ Concinna possint illa dividi, deinde quo ordine collocanda sint singula.

Satis autem natura docet, si possimus illa dividere in eadem elementa, ex quibus hactenus vidimus constare, natura monstrante, Diatessa-

teſsaron conſonantias; non debere nos uti alijs, quarum exempla natura non monſtrat. Docet igitur Arithmetica, 4. 5. conſtare ex 8. 9. & 9. 10. ſic 5. 6. ex 8. 9. & 15. 16. En eadem concinna, quæ & hactenus. CAP. VII.

Quod niſi ordinaveris imo loco Tertiæ cujusq; inferioris, Tonum majorem; non poterit eſse chorda una in utroq; genere cantus. Si enim in cantu molli non poteris imo loco ponere tonum majorem, oportet igitur ut ibi colloces ſemitonium 15. 16. quia hæc duo ſola inſunt in intervallo 5. 6. indiviſo. In duro contrà eſſet collocandus imo loco Tonus minor, quia illud conſonum indiviſum, ſcilicet Tertia major, non habet ſemitonium, quod antea in molli ponendum fuiſset imo loco; ita fierent duæ Chordæ, quarum longior cum maximâ conſtitueret ſemitonium, pro cantu molli, altera tonum minorem, pro duro.

Accedit ſecundò quòd naturæ conſentaneum videtur, ut, ubicunq; liberam ſectionis electionem habemus, majora intervalla vergant ad ſonos graves, quia etiam ipſi graves, acutis ſunt minores.

Eâdem prima ratione evincemus etiam, ſuperiorem tertiam, indiviſam hactenus, ſic eſse dividendam, ut tonus major ſit loco ſummo, ne ſeptima chorda gemina fiat. Eſt enim in cantu molli ſuperius 4. 5. in duro 5. 6. naturali methodo in ſuperioribus traditâ. Si ergò Tonum perfectum (alterum ſcilicet elementum Tertiæ) ordinaremus loco inferiori huius Tertiæ ſuperioris; tunc intervallum idem à diverſæ altitudinis vocibus conſurgens, pertingeret etiam ad diverſæ altitudinis voces, quas pro unâ faceret duas. Hæ rationes demonſtrativæ & planè neceſſariæ, ſufficiunt contra authoritates Ptolemæi, Zarlini, Galilæi, qui imo loco octavæ habent tonum minorem.

Igitur chordæ octo explicantur his numeris ad eundem communem minimum denominatorem redactis.

Syſtema Octavæ
In cantu molli.

Voces ſeu Loca	In Notis.	Longitudo chordarũ.	Quartæ Superior.		
		Vel			
VIII.		72. 360.	24		
VII.		81. 405.	27	Media naturaliter diviſa.	
VI.		90. 450.	30	Vel	
V.		96. 480.	32	30. 15.	
IV.		108. 540.		32. 16.	Ima.
III.		120. 600.		36. 18.	27.
II.		128. 640.		40. 20.	30.
I.		144. 720.			32.
					36.

CAP. VII.

In cantu duro.

Voces seu Loca	In Notis.	Longitudo chordarũ.	Quartæ. Superior	Media naturalr diuisa.	Ima.
VIII.		360.	120.		
VII.		405.	135.		
VI.		432.	144.	36.	
V.		480.	160.	40.	Ima.
IV.		540.		45.	135.
III.		576.		48.	144.
II.		640.			160.
I.		720.			180.

** Vide etiam hunc typum, qui eodem redit.

Loca Cantus durus: VIII. VII. VI. V. IV. III. II. I.
Chordæ: 360. 405. 432. 480. 540. 576. 640. 720.
Loca Cantus mollis: VIII. VII. VI. V. IV. III. II. I.

Expressas vides in numeris minimis, non tantũ omnium octo lõgitudinum proportiones, sed etiam quatuor supremarum, & quatuor imarum, numeris minoribus; inprimis verò trium supremarum & trium imarum, de quarum medijs earumque numeris mihi cum authoribus hoc in capite controversia intercedit, Nam VII. in utroq; Genere cantus est 405. Et II. utrinq; 640.

Memineris autem, chordas uniuscujusq; Generis tantum principales octonas in hoc capite poni: de accessorijs, quarum unam Cantus durus adsciscit loco pene supremæ, insequente dispiciemus: hic enim id agimus, vt videamus, quomodo pene supremæ & penimæ constituendæ sint, ut in utroq; Genere possint esse eædem.

Et quia in conjunctione harum utriusq; cantus principalium octo chordarum, fit ut duæ earum geminentur in Instrumentis Musicis: fiunt ergò in communi systemate, chordæ principales unius Octavæ, decem, agnoscuntur tamen (& sic etiã appellantur) Loca non pluspuàm octo. Vide originem vocabuli Cap: IV. **

CAPVT. VIII.

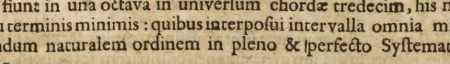
De numero & ordine minimorum intervallorum unius Diapason.

Intervalla imum & summum, ut & quartum, naturâ hoc, illa naturæ imitatione, facta sunt Toni majores: à quibus rursum imitatione naturæ, quæ tonum minorem secat in semitonium & diesin, abscinduntur itidem semitonia 15. 16. propter majorem varietatem, in cantus flexibus seu anfractibus præcipuè; idq; superiori parte intervalli: restant igitur in parte inferiore Limmata, seu dieses majores 128. 135. quod diesin 24. 25. uno commate superat. Præ-

Præcipua verò est hujus abscissionis necessitas in supremo intervallo, quod capite præcedenti tonum majorem fecimus, quia cantus durus semitonio in summo, vel tono majore promiscuè & pro re nata utitur, crebrius tamen illo & penè solenniter, eò quod sicut septima ordinaria facit cum quarta Epitriton seu Diatessaron 3. 4.: (sc. 40. cum 540. capitis superioris): sic etiam hæc VII. extraordinaria, diapente perfectum seu 2. 3. cum III. facere amet, quia III. est propria generis duri, sc. 576. ut argutior hoc pacto cantus fiat. Et verò 2. 3. de 576. est 384. q.d cum VIII. scilicet cum 360. facit 16. 15. CAP. VIII.

Cape hoc Exemplum in Notis ex anticipato.

Etsi haud contenderim si quis affirmaverit, hujus melodiæ proprietatem sic rectius exprimi.



Sed de hac re infra ex professo.

Itaq; fiunt in una octava in universum chordæ tredecim, his numeris seu terminis minimis: quibus interposui intervalla omnia minima secundum naturalem ordinem in pleno & perfecto Systemate organico.

	Longitudines chordarum.	*Intervalla consona vel quasi.*	*In notis usitatis.*
Supra.	1080	Semitonium.	
	1152	Limma.	
	1215	Semitonium.	
	1296	Diesis.	
	1350	Semitonium.	
	1440	Semitonium.	
	1536	Limma.	
	1620	Semitonium.	
	1728	Diesis.	
	1800	Semitonium.	
	1920	Semitonium.	
	2048	Limma.	
Infra.	2160		

Videa

CAP. VIII. Organistarum Atechnia.

Vides duobus locis concurrere bina semitonia infra diesin, quod supra dicebamus futurum. Atq; id arripiunt artifices in organis, & duobus semitonijs pro tono vtuntur, quoties insolentiorem aliquam mutationem instituunt. Etsi ex artis instituto contemperant omnia intervalla, sic ut nullum sincerum relinquatur, sed ut intervalla, quæ debebant esse perfecta, minimo perfectionis damno, sublevent & leniant cæterorū imperfectionem; quâ ratione fit, ut toni omnes organicis sint æquales, limma etiam æquale semitonio, adeòq; duo semitonia faciant illis tonum, perfecta bisectione; quod ut tanto facilius succedat, ne diesis quidem perfectionem suam demonstrativam apud illos retinet.

Sectio Monochordi expedita pro chely eiusq; reprobatio per Auditus sensum.

Hic locus postulat, ut quæ supra sub finem capitis secundi promisi, præstem: nimirum ut cum meis inventis comparem sectionem Monochordi Testudinariam, à Vincentio Galilæo, ni fallor, ex Aristoxeno prolatam; & super ea quoq; aures interrogem, sic tamen, ut Ratio eloquatur, quod ipsas dicturas esse consentaneum fuerit.

Cùm enim Diapason constet ex concinnis intervallis septem; unde nomen habet OCTAVÆ, ut dictum capite priori: inter quæ intervalla sunt quinq; toni, duo semitonia; & tonorum quilibet bisecari possit in partes semitonio proximas, ut ita fiant intervalla duodecim hoc cap: definita, literis *G. Gę. A. b. ♭. c. cę. d. dę. e. f. fę. g:* hinc occasione capta Musici instrumentarij duodecim & ipsi intervalla in uno Diapason statuerunt; id verò viâ minimè laboriosa, sed omninò facili & expedita, ut mechanica pleraq; par est esse; quæ talis est. Totam colli testudinarij longitudinem, inter duo quidem Ephippia seu magadia, quibus incumbens chorda, liberam tota longitudine intercepta vibrationem obtinet, dividunt in partes æquales 18. & primam à Verticillis ligaturam seu Tactum sic ponunt, ut supra sit pars 1. infra 17. Deinde has residuas 17. deletis divisionis punctis, de novo in alias 18. dividunt, & secundâ ligaturâ absecant unam ut prius, idq; repetunt duodecies: cum duodecimâ absectione dicunt relinqui tantam Partem Chordæ, ut sit in ter illam & Totam Consonantia diapason. Sit ergò longitudo chordæ 100000. Si 18. partes fiunt 100000. quid 17.? prodit 94444. Rursum si 18. valent 94444 quid 17? prodit 89198. Etsi 18. valent 89198. quid 17? prodit 84242. &c. Hoc pacto prodeunt numeri duodecim pro totidem intervallis, quibus ad latus positi sunt Numeri, quantos postulat vera ratio hactenus demonstrata, in quantitate chordæ totius.

Hæc ratio si exacta esset; tunc sanè proportio repetita duodecies æqualis esset proportioni duplæ inter 1. 2. quod sciunt boni Arithmetici falsum esse; cùm 1. 2. & 17. 18. sint incommensurabiles. Hæc tamen

	Ratio Gallilæi.	Vera ratio hactenus demonstrata
C.	100000.	100000.
Cẹ.	94444.	93750.
A.	89198.	88889.
b.	84242.	83333.
h.	39562.	80000.
c.	75242.	75000.
cẹ.	70967.	71111.
d.	67025.	66667.
dẹ.	63301.	62500.
e.	59785.	60000.
f.	56463.	56250.
fẹ.	53325.	53333.
g.	50363.	50000.

Numerorum forma à eâdem expressa.

tamen mechanica sectio chordæ satisfacit auditui utcunq; ; propterea quòd numeri singuli ad veros juxtà positos appropinquant, & quia chordæ chelyum tensiles sunt, & diversi quodammodò soni, acutiores in principio, cùm est earum motus adhuc magnus, recens dimissarum à digito ; graviores & remissiores, cùm latitudo vibrationis contrahitur in angustũ, chordâ in se redeunte. Quin etiam in tactu leniori vel fortiori differentia est, inq; latiori vel reductiori, pro scientia Musici. At si auditus judicium cum Rationis sollerti indagine examines ; statim apparebit dissensus : quod sic probo. Agnoscunt sanè aures harmoniam inter 100000. & 50363 ; ut affirmat Mechanicus : agnoscunt eandẽ etiã inter 100000. & 50000. ut ego affirmo. Quæritur utrum nihil diversitatis animadvertant aures, & utrum harmonia hæc obtineat tantam latitudinem? Respondeo ex meis sectionibus harmonicis Cap: II. quod non. Nam quomodò nihil discernunt inter duas Consonantias, chordarum 100000. 50000. & chordarum 100000. 50363. eodem modo neq; discernent inter duas Consonantias, chordarum 100000. 50000. & chordarum 100000. 49637. quia æqualis hic & illic est differentia binarum consonantiarum. CAP. VIII.

Atsi non juxta totam 100000. pulsetur pars hæc vel illa, sed partes ipsæ, hinc 50363. inde 49637. juxta seinvicem pulsentur: tunc omninò necesse est, partem breviorem emittere sonum acutiorem, partem longiorem graviorem: & hæc differentia sonorum facile deprehenditur ab auribus, in examine unisonarum partium. Patet ergò, quòd aures non aliâ de causâ judicent eandem esse consonantiam inter 50363. 100000. & inter 49637. 100000. ; quàm quatenus 50363. & 49637. æquales esse videntur; id est, quatenus nihil sensibile differunt nec hæc nec illa à 50000. Ergo si respondeant aures secundum Rationis interrogata ; dicent, exactam Harmoniam inter 100000. & 50000. hoc est inter 2. & 1. intercesse. Quare falsum est, exactam esse Consonantiam inter 100000. & 50363.

Idem judicium est de Harmoniâ inter 100000. 67025. nam etsi primò non discernunt eam aures à 66667. justa longitudine Partis verè consonantis: at residuum illius 32075. non est dimidium ipsius 67025. Aliter ergo consonabit duplũ illius 65950. aliter ipsa 67025. cùm inter se collatæ hæ chordæ diversum sonum faciant. Quòd igitur in Harmonia non discernunt illos aures, fit ideò, quia medium numerum probant, si sensus ratione acuatur, scilicet 66667. ut ejus complementum sit 33333. dimidium sc: illius exactè.

Stabilito jam sensus acumine in dijudicatione Harmoniæ 2. ad 3.

itemq; 1. ad 3. sequitur ut similiter etiam de 2. & 3. cum 5. judicemus, deq; 1. & 3. cum 4. Nam si 59785. consonaret cum 100000. atq; sic etiam residuum 40215. certè hoc non est bes de illo; cum tamen Besis Consonantia perfecta justificata jam sit, sc. 60000. cum 40000. Hoc pacto transfertur auditus, si ratione actuatur, ab una sectione ad aliam, incipiens ab unisono, cujus agnitio & dijudicatio est facilima, usq; dum omnes pervadat, probans partes, quas mei numeri signant, repudians Mechanicas primi ordinis.

Vide argutissimam aliam hujus generis contemperationem apud Vincentium Galilæum, non ignorantia demonstrativæ sonorum quantitatis, sed studio singulari factam, Atq; Ego quidem usum ejus Mechanicum agnosco, ut organis eâdem penè libertate intensionis, quæ est in humana voce, possimus uti: ad speculationem verò, imò ad Naturam cantus dignoscendam pernicio sam existimo: quoq; hoc efficiat, ut Organum ingenuitatem humani cantus verè nunquam assequatur.

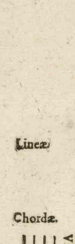
CAPVT IX.

De Diagrammate, hoc est chordarum seu vocum denotatione moderna, per lineas & literas Alphabeti & Notas: deq; Systemate.

Non sine litе res est; sed sequor ego rationes necessarias. Musici nostræ ætatis pingunt chordas, aliter in diagrammatib⁹ Testudinarijs, aliter in cantorijs. Illic enim singulæ lineæ diagrammatis, singulas chordas notant, quarum quælibet pro diversis tactibus, diversos præstant sonitus, si pulsentur: in Cantorijs typis, non lineæ tantum singulæ singulas voces seu chordas, sed ipsa etiã intervalla duarum linearum significant unam chordam inter mediam.

Lineæ.

Chordæ.



Notæ.

Literarum necessitas.

Hoc pacto 4. lineæ transversæ cum tribus intervallis, denotant 7. chordas, & 5. lineæ cum 4. intervallis, chordas novem. Deinde exprimunt voces canori Systematis vel Notis peculiaribus, suo quamlibet loco diagrammatis; quæ Notæ simul temporis mensuram innuunt, vel literis alphabeti primis septem, vel deniq. sex syllabis, *vt, re, mi, fa, sol, la,* vel ut hodie Belgæ, septem istis, *Bo, ce, di, ga, lo, ma, ni.*

Nam quia cantus genera duo sunt, durum & molle, quorum ab una communi voce imâ inceptorum, hæc est differentia, quod tertia & sexta in duro cantu, sunt una diesi altiores quàm in molli; chordæ itaque, tertia & sexta, non possunt manere stabiles in utroq; cantu, sed oportet illas vel geminas facere in instrumentis & organis, ut factum in numeris, fine Cap. VII. vel tactu variare, ut credo factum olim in lyra & syringibus. Eadem de Diagrammate & voce humanâ sunt dicenda. Cùm enim pro utriusq; generis octavis ab eâdem radice surgentibus unum solum diagramma fiat, inq; eo tantum octo loca, octo sonorum

in

indices; ab utroq; verò genere cantus in unam octavam coacerventur principales chordæ decem, per cap. VII. omnivariæ verò tredecim, per Cap. VIII: fit ut duo soni, Diesi vel Limmate distantes, pingantur eodem diagrammatis loco, seu is linea sit, seu interlineare intervallum: quia dieses & limmata non canuntur deinceps, ut Toni & semitonia; qua de causa etiam nolui illas, cum aliquibus, semitonia minora dicere. Hac igitur de causa præfigendæ fuêre lineis & intervallis, chordarum imaginibus, certę Notæ, ex quibus cantus durus à molli internoscerętur, constaretq; locus semitonij, sive ordinarij, seu etiam cæterorum, ex tonis majoribus absciſſorum. Est & alia necessitas occultior, non ex diversitate Generum, sed in quolibet cantu, ex inæqualitate Tonorũ majoris & minoris; ut ij in diagrammatib⁹ sint contra se distincti. Nam syllabas *Ut, Re, Mi*, necesse est esse generales & applicabiles tam majori quam minori Tono: quare utcunq; satisfaciant hæ denominationes, canere discentibus, & Organicis practicis: at Theoricis minimè satisfaciunt. Ex hoc igitur officio hæ literæ, quando præfiguntur Diagrammatis, Claves appellari solent, quòd sine ijs, cantori non pateat ingressus in diagramma. CAP. IX.

Eædem verò literæ etiam adhibentur in organis Musicis; inscribuntur enim manubrijs plectorum in Tensis, aut Epistomiorum in inflatis, à qua inscriptione Manubria illa, privato jure Claves dicuntur, & ordo ipse, seu Systema ex Manubrijs omnibus, Claviarium, das Clavier, & instrumenti genus Clavichordium; quòd chordæ clavibus, hoc est manubrijs foris depressis, plectrisq; intus exsilientibus, pulsentur.

Quin etiam sunt diagrammata, pro Organistis scribi solita, in quibus pro lineis nigris, sunt series literarum, indicantium, quænam Claves tangi debeant: ubi literæ sunt pro Notis, quas adhibebant diagrammata cantoria, in lineas aut intervalla posita. Tabulatura, seu diagrammata.

Circa literas has, aliqua nobis veniunt observanda jucundè. Primùm non omnes literæ suis imponuntur lineis & intervallis, sed solum istæ, *F. G. C.* quoties locus uni earum est super linea, *B.* verò etiam tunc, cùm locum habet in intervallo.

Deinde litera *C.* habet signum longe diversum quale sc: hic ad latus pictũ: puto signum hoc natum ex detorsione scripturæ veteris literæ *C.* Nam quia latis calamorum mucronibus utebantur scriptores; Notæ pleræq; compendiosa scripturâ fiebant quadratæ; nec poterat ijs calamis rotundum *C.* pingi: itaq; *C.* fecerunt, ex tribus lineolis, una tenui, vice cavitatis, & duabus crassis, vice cornuum, ducto in latitudinem calamo sic ⊏. Iam lineola tenuis, properante calamo, ut plurimum facta fuit longior, & extans utrinq; ultra cornua, sic ⊏. Utautem cornua terminarentur, lineolas primæ parallelas duxerũt sic ⊏. Et sic tandẽ ex duabus talibus lineolis una facta est, primæ similis & parallela, totumq; signum tale ⊏, quod, ut Notæ ipsæ in lineis, hiatu claami fit cavum, sic ⊏. Vnde signum

Occurrit tamen & hoc, an non signum hoc ex usu vocis, Scala Musica, fuerit natum, cum figuram præ se ferat scalæ: quasi principium

CAP. IX. Scalæ Musicæ notaverit, ubi ponebatur. An verius, prius ex litera *C.* scalæ effigiem factam, postea ex hujus effigiei crebro usu, scalam dicteptam, quod propriè diagramma erat?

Cùm verò locus non est literæ *C.* in linea (quia olim ut plurimùm lineæ erant tantum quatuor.) tunc locus est literæ *F.* in linearum una: quæ scribitur in cæteris vocibus altioribus genuinâ suâ notâ, in Basso semicirculo recurvo cum duobus juxta punctis: quod signum puto inter initia, priusquàm detorqueretur, fuisse græcum γ gamma minusculum, sic ut duo puncta addita significent Digamma, quia nostrum *F.* est Græcorum duplex Γ. Nam à Græcis defluxisse hanc rationem signandi sonos Systematis per literas Alphabeti, fidem facit Vincentius Galilæus, prolatis Græcarum Cantilenarum exemplis antiquissimis. Et in confesso est, etiam simplex Græcum Γ, in latina nostra Musica locũ invenisse; ut jam dicetur.

De litera *f.*

De litera *g.* Hæc igitur *F.* est altera signata clavis: signantur autem ambæ juxta invicem, ubi commodi loci pro utrâq; occurrunt. Tertia est *G*, quæ in vocibus altioribus exprimitur, cùm ei locus est in lineâ. Signatur ex antiquo more etiam in ima linea diagrammatis. Nam scala Musicæ hodie incipit a voce Γ *ut*, seu *Gammut*, quæ indicat *G* phthongum gravissimum: ut ita Digamma & Gamma, sint idem quod *F.* & *G.*

De litera *b.* Sed & *b.* in molliscantus diagrammate pingitur insuper, ad diffriminandum genus cantus, sive in lineam competat, sive in intervallum: significat ejus præsentia cantum mollem, absentia durum. At non hoc tantum, verùm etiam in alijs lineis vel intervallis, quæ non sũt Clavi *b.* tributa, reperitur nihilominus, & abusũ quodam repetitur litera *b.* pro signo semitonij seu Syllabæ *FA.*

De litera ♮. Contrà quando extraordinariè Semitonium statuitur loco toni, & Syllaba *Mi*, loco Syllabæ *Fa*, tunc notæ præmittitur litera ♮, aut signum ab eâ derivatum. Nam veteres procul dubio sic pingebant ♮; at pro eo nos ♮ vel ♮: quod Galilæus idem lectori dicere velle existimat, quod olim Græca vox diaschisma: satis enim evidenter fissuram exprimit, & indicat nobis abscissiones semitoniorum, de quibus egimus capite præcedenti VIII.

In Manubrijs Tensorum Organorum non committimus hanc ambiguitatem cum litera *b.* loco sc. non suo. Nam primò omnes Claves seu manubria sonorum illorum, qui constituuntur abscissis semitonijs à tono, & qui augent numerum octonarium Systematis octavæ; & eminentia sunt, seu extantia supra manubria principalia plana; & nigra colore; deinde cuilibet nigræ Clavi inscribitur litera vicinæ Clavis, sed caudata, ad distinctionem: (excepto ♮. loco cujus *b.* simplex nigra clavi ponitur) & cauda significat vocem altiorem, ut *f. fe. g. ge, b. ♮. c. ce. d. de*, sed inter *f fe. g ge. c ce.* est limma, & inter *b ♮.* diesis, inter easdem sc. literas, sicut etiã earum binæ voces in uno solo loco diagram-

gratiatis exprimuntur. At inter *d* d_e. est semitonium; sic ut hæ duæ literæ, licet eædem, non tamen adscribantur loco eidem, sed succedentibus. CAP. IX.
Diesis verò est inter d_e, *e*. & competunt hæ diversæ literæ in locum eundem: quæ diversitas concedenda est mori antiquo, & usu mollienda. Deniq; inter *f* g, g_e, *a*, *a b*, ♭ *c*, *d* d_e, *ef*. sunt Semitonia. Itaq; cautio hic est adhibenda, ne per analogiam aliquam ex scriptura eâdem, de intervalli identitate quicquam præsumamus.

Illud etiam præcipuè mirum, & condonandum similiter antiquo mori; quòd in non nullis Clavichordijs & organis (in quibus continuantur octavæ) cùm propter identitatem consonantiæ Diapason eædem literæ jure merito repetantur, non id tamen fit initio facto à prima *A*, sed à secunda *b*. Hic enim est ordo characterum. *C. D. E. F. G. A. b. c. d. e. f. g. a. bb. cc. dd. ee. ff. gg. aa. bbb. ccc. ddd. eee. fff. ggg. aaa. &c.*

Porro quod est diagramma in charta, hoc est Systema in organo, Systema.
series scilicet chordarum omnium, unum intervallum consonum dividentium: quod, ut Cap: V. dictum, primò omnium convenit intervallo diapason: ex eo majoribus omnibus, quanta illa quodlibet Instrumentum complectitur.

Etsi verò non est instituti mei, multum immorari in Musica veterum, cum sit obscuritatis plena: non censui tamen prætereunda nomina, quibus illi sonitus octo in unius octavæ Systemate indigetarint; nam denominatio ista cognationem habet cum literis, de quibus egimus hactenus. Vetusta nomina chordarum.

Igitur veteres Aristotelis tempore sic numerarunt chordas, Hypate, Parhypate, Lichanos, Mese, Parамese, Trite, Paranete, Nete. Hypates vox erat gravissima, dictaq; sic esse videtur à situ suo in instrumento tenso, cùm ad ludendum applicatur: eundem enim situm hodiedum obtinet in Chely, Pandura & Cythara.

Cùmq; affirmet Aristoteles, inter Hypaten & Parhypaten interfuisse diesin (hoc est Platonicum semitonium, qui duobus tonis majoribus ablatis à Diatessaron, relinquebat 243. 256. quod appellavit Diesin) Ergo Hypate eadem erat, quam signamus literâ *A*. Parhypate, quâ litera *b*. signat. Ergo Lichanos (à digito indice sic dicta) est *c*. Mese verò est *d*: dictaq; est hoc nomine, quòd inter septem erat media, quo tempore septè solæ erant chordæ in Psalterio, & pro octavâ pulsabatur prima. Paramese habet literam d_e. vel *e*: hanc vetustiores omittebant, Trite literam *f*; dicta sic est, quòd esset tertia in ordine ab acuto, sicut nos sextam dicimus à gravi *A*. Paranete signatur literâ *g*. Et Nete quasi quæ ultima tangatur a plectro deorsum tracto, redit ad literam *a*. Confirmat hanc distributionem & hoc, quod inter Neten & Mesen Diapente interfuisse dicitur.

Tale autem Systema chordarum octo, non poterat aliter utriq; generi cantus inservire, nisi vel tactu digiti abbreviarentur Parhypate

CAP. IX. Qui veteribus ſtabiles phthongi, & qui mobiles?

b. & parameſe *de.* ut fierent ♭. *e.* vel verticillis intenderentur in duro, aut remitterentur in molli cantu. Et hac occaſione nata eſt diſtinctio phthongorum in ſtabiles & mobiles, ipſaq; appellatio διέσεως, à remiſſione chordarum mobilium.

Proſlamba nomenos.

In compoſitione plurium Syſtematum Diapaſon, ratio veterum fuit intricatior; illud tamen obſervandum, quod aſſumpſerunt unam graviorem ipſâ Hypate, quæ ab hoc ipſo Proſlambanomenos eſt dicta. Hujus rei veſtigium ſupereſt in Scala Muſica, quam ediſcunt noſtri pueri, quæ aſſumit infra literam latinam *A.* aliquam quę ſignificat ſonum graviorem, eum enim extra ordinem ſignat græcâ literâ Γ: ſic enim incipit ſcala, *Gammut, Are,* &c.

Hæc de nominibus chordarum veteribus ſufficiat tetigiſſe hoc loco. Nam infra Capite XI. omnes chordæ quindecim Syſtematis compoſiti explicabuntur vocibus antiquis, ſed poſteriorum Muſicorum.

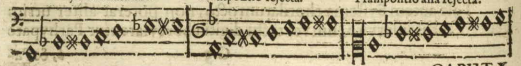
Iam tandem ad noſtrum *Syſtema* naturale unius Octavæ accedamus, eiq; literas applicemus ex Muſica uſitata.

Syſtema naturale a *G.* inci pere.

Statuo igitur Syſtematis hujus naturalis & demonſtrativi vocem graviſſimam eam eſſe, quam veteres Proſlambanomenon, ſcala Muſicalis *Gammut*, ſolet apellare, ei nimirum tribuendam literam *G.* Cauſæ hæ ſunt, quia voces conſtitutæ per ſectiones harmonicas, infra quidé octavam talia determinant intervalla, cum voce chordæ totius, qualia Muſici ordinariè conſtituunt inter *G.* & *b.* ♭. *c. d. de. e.*

Dixerit aliquis, eadem intervalla intelligi poſſe inter *D.* & *F. Fę. G. A. b.* ♭. ſic etiam inter *c.* & *de. e. f. g. ge. a.* Nec diffiteor ego, Muſicos organicos, literas has uſurpare generaliter, nec diſtinguere in ijs tonos, majorem & minorem. Nam quid illos impediat à. *G.* in *d.* Transponere cantum; qui in organis ſuis, Tonos duos, Majorem 8. 9. & minorem 9. 10. conflatos in unum intervallum 4. 5. poſtea præciſè biſecant in duos tonos uſuales, inter ſeſe æquales? Etſi accuratior eſt in hac contemperatione Galilæus. Nos verò ſpectamꝰ hic non ἀτεχνίαν Empiricorũ, ſed Naturæ ἀκρίβειαν; quare imitari illos non poſſumus. Et literam quidem *c.* quominus, ab illa *Syſtema* octavæ naturale conſurgat, vel ipſi abjecerint, hoc argumento: Nam inter ipſorum *ge. a.* eſt Semitonium; & hoc intervallum eſt loco quinto, quia *a.* eſt ſexta à *c.* At in Syſtemate naturali, ante ſextam nobis Dieſi opus eſt. Dieſin autem Muſici ipſi ponunt tantum inter *b.* ♭. & inter *de. e.* Igitur vel ipſis organicis aſſentientibus, vel à *D.* vel à *G* Syſtema noſtrum conſurgere debet, ut exprimatur merum *Syſtema* naturale.

Atneq; à *D.* Syſtema naturale incipere poteſt. Eſt enim ipſis in more poſitum, Semitonium ponere inter *d. de.* in meo verò naturali Syſtemate, eſt imo loco Limma, quod minus eſt Semitonio.



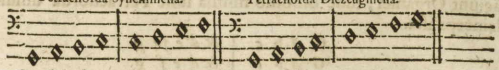
CAPUT X.

CAPVT X.

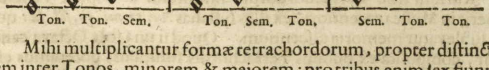
De Tetrachordis & usu syllabarum, Vt, re, mi, fa, sol, la.

Veteribus usitatum erat, Systema octavæ distinguere in duo Tetrachorda, idq; diversimodè pro diversa intentione Musicorum. Vel enim conjuncta erant, Synemmena dicta, uno sono inter medio statuto, qui & cum gravissimo intrà, & cum acutissimo suprà efficiebat Diatessaron, itaq; extremæ efficiebant intervallũ dissonum, Diheptà, & supra tonus unus subintelligebatur accedere: quoties enim ordo postulabat pulsare octavam *a*, pulsabant primam *A*, quasi ex opposito identicum sonum edentem, *ἀνιφωνον*. Hoc pacto non verè duo Tetrachorda erant, sed duo quidem diatessaron intervalla, unũ verò Heptachordum: Vel disjuncta erant Tetrachorda, intervallo unius Toni majoris, Diezeugmena dicta, quod rerum Natura suadet etiam in nostra Systematis divisione, in qua inferius Tetrachordum habet *G. A. b. c.* superius *d. e. fe. g.* ubi inter *c. d.* tonus major interest. Fortassis ipso etiam situ disjunctæ erant quatuor imæ chordæ à quatuor superioribus, relicto sc. interstitio majori, inter binas limitaneas.

Tetrachorda Synemmena. Tetrachorda Diezeugmena.

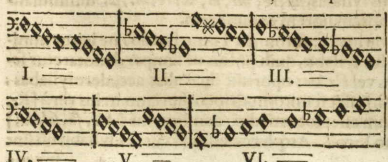


Causa ipsis cogitandi de *Systemate* Tetrachordi, fuit ista, quod videbant in una diatessaron consonantià, esse Tonos duos semis: & nos habemus Tonum majorem, minorem & semitonium in Diatessaron perfecto, in Concordantia scilicet minori (nam 4. 5. & 5. 6. ne quidem pro concordantijs habebantur) omnia elementa concinna; & semitonium quidem vel imo loco, vel medio, vel summo. Omnis igitur Cantus videbatur ipsis comprehendi tribus Tetrachordorum formis.



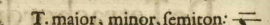
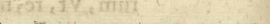
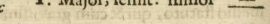
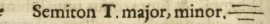
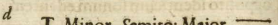
Mihi multiplicantur formæ tetrachordorum, propter distinctionem inter Tonos, minorem & majorem; pro tribus enim sex fiunt, & in uno Diapasõ pleræq; geminæ; itaq; habemus etiam Naturæ quoddam suffragiũ ad distinguẽda Tetrachorda, nã superiꝰ est inferiori quodam-

Brevi linea la semitonium signatur mediocri Tono minor. Longiuscula major.



quodammodo simile in dispositione intervallorum elementarium.

CAP. X.

		Infra Medio Supra.
Prima forma in	c d e f G A ♭ ♮	T. major, minor, semiton: 
Secunda forma in	b c d d♯ d e f♯ g	T. Minor, major, semit: 
Tertia forma in	c d d♯ f G A b c	T. Major, semit: minor
Quarta forma in	♭ c d e	Semiton T. major, minor. 
Quinta forma in	A ♭ c d d e f g	T. Minor, Semito: Major. 
Sexta forma in	A b c d d d♯ f g	Semito: T. minor, major. 

Et hæ sunt tantùm perfecti diatessaron formæ: de imperfectis Cap. XII. agemus.

Sin autem dissimulemus differentiam toni majoris & minoris, ut faciunt Organici, tunc omnino similia sunt Tetrachorda disiuncta deinceps ista.

G A ♭ c	& d e f♯ g
G A b c	& d e f g
Hæc ima	& hæc summa.

Vtrinq; semitonium est loco eodem, vel summo vel medio, differentia solùm illa, quod uno commate altius est semitonium in inferiori Tetrachordo, quàm in superiori: quæ differentia inter canendum non valde sentitur.

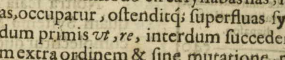
Transpositio. Huic igitur Tetrachordorum similitudini est innixa Transpositio cantus de clave in clavem, usitata Musicis; tantò expeditior, quò dor ganici discrimen Tonorum majoris & minoris, & cætera, sustulerunt.

Vsus syllabarum *Vt, Re, Mi, fa, Sol, La.* Rursum hæc Tetrachordorum similitudo & triplex varietas, peperit in Musica recentiori, sex illas syllabas *vt, re, mi, fa, sol, la:* quibus sublevatur memoria discentium. Quod si una sola Octava caneretur, composita ex duobus Tetrachordis similibus, poteramus esse contenti quatuor solis syllabis, *vt, re, mi, fa, vt, re, mi, fa,* dissimulato discrimine inter Tonos, majorem & minorem.

Sed quia sunt tria loca semitonij in Tetrachordo; ne igitur nimiùm generales essent hæ syllabæ, quin potius ut semper denotaretur semitonium per *Mi Fa*, vel *Fa Mi*: oportuit duas alias accedere syllabas; ut in his [*Vt, re, mi, fa,*] esset semitonium loco supremo: in his verò [*Re, mi, fa, sol*] semitonium esset loco medio; deniq; in his [*Mi, fa, sol, la,*] semitonium esset imo loco. Atq; hæc causa est, cur sex syllabis usi sint inven-

inventores Musices, non octo. Iraq; videat Belga ille, qui pro sex septem fecit, *Bo, ce, di, ga, lo, ma, ni,* quod ex hoc augmento lucrum habeat; Nam si censuit, voces usurpandas æquali numero cum chordis unius octavæ, unâ minùs; ut octava propter identitatem repræsentaretur à primâ syllabâ *Bo*? quid quæso desiderat in literis *a. b. c. d. e. f. g.* jam dudum in hunc usum receptis? CAP. X.

Cùm igitur hoc modo sint natæ sex syllabæ, propter triplicem Tetrachordi formam: inde nata est doctrina Mutationum, per scalam Musicalem modernam, quæ doctrina solummodo circa syllabas has, literis superius explicatis aptandas, occupatur, ostenditq; superfluas syllabas *Sol, la,* æquipollere interdum primis *ut, re,* interdum succedentibus, *Re, mi,* ut possit interdum extra ordinem & sine mutatione, post *sol, la,* inferri *fa*. Mutatio canrus.



1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 6.
Ut, re, mi, fa, sol, la, fa, la,
Ut, re, mi, ut, re, mi, fa, mi.

Est verò & alia quædam dissimilis similitudo Tetrachordorum, fundamentum assimilationis diversarum modulationum inter se concinentium; quas Fugas & Phantasias solent appellare. Nam si sumas Tetrachorda contigua, nulloq; intervallo à se invicem disjuncta, sicut tonus major superit ad implendam octavam suprà vel infrà: occurret in certis quibusdam octavæ Systematibus utrinq; series eadem intervallorum elementarium, hoc est Semitoniorum Diesium & Limmatum; & assumitur ad alteram tonus major, ut pro quartâ efficiatur quinta, quartæ alteri quodammodò similis; & melodiæ duæ, altera prior tempore, intervallum Diapente superiùs, altera posterior tempore, intervallum Diatessaron inferiùs percurrunt, posterior priorem insequens, & quâ licet, illius typum, velut illius æmula quædam, imitans.

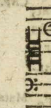
CAPVT XI.

De Systematum compositione.

Etsi unius hominis vox plerunq; intra unius octavæ systema vertitur, plurium tamen Melodiarum concentus docet octavas plures contiguas ordinare. Veteres igitur numerorum affectionibus omnia definientes, Diapason epidiapente Numeris 1. 2. 3., systema perfectum definiuerunt: nobis suprà sectiones harmonicæ singulæ singula reddiderunt systemata, quorũ erat maximum Disdiapason-epidiapente, numeris 1. 5. 6. Etsi nostris Componistis, ut vocant, limes

CAP. XI.

nullus est positus, dum Melodias concinentes multiplicant: quod etiã Creator Deus, in contemperatione motuum cœlestium præivit, Systemate facto ex septem diapason, & eo amplius. Veruntamen quia hic componimus systema, ut omnes omninò consonantias speculemur, perfectas, imperfectas; ad hoc opus sufficiunt nobis duo diapason in unum composita intervallũ, quod etiam Ptolemæus perfectum systema appellavit, in hunc, qui sequitur modum.



Chordæ cum clavibus & intervallis intra Disdiapason.		
gg		
	Semitonium	540
ff♯		
	Limma.	607.
ff		
	Semitonium.	648
ee♭		
	Diesis	675
dd♭		
	Semitonium.	720
dd		
	Semitonium	768
cc♯		
	Limma	810
cc		
	Semitonium	864
bb♭		
	Diesis	900
bb		
	Semitonium	960
a		
	Semitonium	1024
g♯		
	Limma	1080
g		
	Semitonium	1152
f♯		
	Limma	1215
f		
	Semitonium	1296
e♭		
	Diesis	1350
d♯		
	Semitonium	1440
d		
	Semitonium	1536
c♯		
	Limma	1620
c		
	Semitonium	1728
♭		
	D iesis	1800
b		
	Semitonium	1920
A♯		
	Semitonium	2048
G♯		
	Limma	2160

Hic singulæ lineæ significant singulas chordas principales.

Nostra scala Musica, quæ nihil est aliud quàm Systema Musices nostræ Maximum, complectitur duo diapason & unam sextam; quam huc apponam, comparatam cum systemate veterum, & appellationibus chordarũ græcis.

	ee	*la*	
	dd	*la sol*	Appellationes chordarum Græcæ ex perfecto Systemate Ptolemæj.
	cc	*sol fa*	
	bb	*fa* ♮*mi*	
	aa	*la mi re*	
g		*sol re ut*	Nete Hyperbolæon
f		*fa ut*	Paranete Hyperbolæon
e		*la mi*	Trite Hyperbolæon
d	*la sol re*		Nete Diezeugmenon
c	*sol fa ut*		Paranete Diezeugm:
b	*fa* ♮*mi*		Trite Diezeugmenon
a	*la mi re*		Parameſe
G	*sol re ut*		Meſe
F	*fa ut*		Lichanos Meſon
E	*la mi*		Parhypate Meſon
D	*sol re*		Hypate Meſon
C	*fa ut*		Lichanos Hypaton
B	*mi*		Parhypate Hypaton
A	*re*		Hypate Hypaton
Γ	*ut*		Proſlambanomenos

Hic non lineæ tantum sed etiam intervalla inter lineas singula significant singulas chordas seu sonos principales, more hodiernorum Diagrammatum.

De cæteris partibus Musices hodiernę agere non est instituti mei; nihil enim pertinet ad naturam Intervallorum, quæ sit Notarum mensura, varietas, proportio Modorum, Pausæ & similia.

Corol-

Corollaria Arithmetica & Mechanica.

Multiplicatio longitudinis chordæ *gggg* exprimit chordas undecim.

Sit *gggg*	135.
	135.
ggg	270.
	135.
cc♭	405.
	135.
gg	540.
	135.
dd♭	675.
	135.
cc	810.
	135.
--	945.
	135.
g	1080.
	135.
f	1215.
	135.
d♭	1350.
	135.
--	1485.
	135.
c	1620.
	135.
--	1755.
	135.
--	1890.
	135.
--	2025.
	135.
G	2160.

Et hîc decimasexta parte chordæ distant de *f.* ubi minor tonus, & *f g.* ubi major.

Multiplicatio chordæ *cccc♭* gignit octo chordas.

Sit *cccc♭*	192.
	192.
ccc♭	384.
	192.
ff♭	576.
	192.
cc♭	768.
	192.
--	960.
	192.
fe	1152.
	192.
--	1344.
	192.
c♭	2536.
	192.
♮	1728.
	192.
A	1920.

Hic etiam nona parte non totius chordæ, sed ipsius ♮, vel decima ipsius *A.* distant *A.* ♮. & ♮*c♭*.

Vel divide *G.* in 5. quodlibet in 3, & hoc iterum in 3. ut fiant. 45. Harum 12. sunt *ff♭* 15. sunt *dd*, 16 sunt *cc♭*, 18. sunt ♮♮, 20. sunt *a*, 27. sunt *e*, pro inde 24. sunt *fe*, 30. sunt *d*, 32. sunt *cc♭*, 36. sunt ♮, 40. sunt *A*.

Multiplicatio chordæ *ffff♭* gignit sex chordas.

Sit *ffff♭*	288.
	288.
ff♭	576.
	288.
♮♮	864.
	288.
fe	1152.
	288.
d	1440.
	288
♮	1728.

Hic etiã sexta parte ipsius ♮, distant *d* & *fe*.

Alia Monochordi sectio. Divide *G* in 3. & quodlibet, in 2. 4. 8. 16. ut fiant partes 48. harum 12. sunt *gg*, 15. *dd♭*, 16. *dd*, 18. *cc*, 20. *bb*, 24. *g*, 27. *f*, 30. *d♭*, 32. *d*.

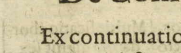
Rursum *G* divide in 5. harum 3. erunt *e*, 4. ♮. Deniq; ♮ in 3. divide, & quilibet in 3. ut fiant 9. earum 8. dant *c♭*, 10. dant *A*. vltimò trisecta *c♭*, & sume harum 4. pro *ge*.

CAPVT XII.

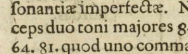
De Consonantijs adulterinis.

Ex continuatione duorum diapason resultant consonantiæ imperfectæ. Nam in commissurâ utriusq; sequuntur deinceps duo toni majores 8. 9. inter *fg*, & *ga*. Itaq; in *f. a.* intervallum est 64. 81. quod uno commate 80. 81. majus est justâ Tertiâ Majore 4. 5. vel

Ditonus.



64. 80. Hoc cum Galilæo ditonum appellemus; idem intervallum est inter *e g*, quia inter *e f.* & *g a.* utrinq; idem est intervallum semitonij.



Sic inter *f bb* ad ditonum abundantem *f a* accedens semitonium, facit intervallum 60. 81. vel 20. 27. quod est commate 80. 81. majus unâ quartâ 3. 4. vel 60. 80.

Idem judica de *e a*, quia ut *e.* semitonio inferior est ipso *f*, sic etiam *a* ipso *b*.

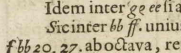
Hæc imperfecta Consona seu abundantia si subtrahantur ab intervallo Diapason, relinquunt imperfecta & uno commate deficientia residua. Nam inter *a ff* unius octavæ erit 81. 128. deficiens sexta mollis.

Idem inter *g ee* si ab octava subtrahas *e g*.

Sic inter *bb ff.* uniusoctavæ, post subtractionen imperfectæ quartæ *f bb* 20. 27. ab octava, restabit diminuta Quinta 27. 40. ideſt 81. 120.

Idem inter *a ee*, subtracto *e a* ab octava.

Addito verò ditono abundanti *f a.* ad Tertiam minorem *ac.* 5. 6.



procreatur 160. 243. Quinta, diapente, *f cc*, abundans uno commate. Nam 160. 240. est 2. 3. & 240. 243. est 80. 81.

Et quinta abundante *f cc* ex octavæ intervallo ablatâ, restat quarta *c f.* 243. 320. deficiens uno commate.

Tabella imperfectarum Consonantiarum sex.

Pro 4. 5. est 64. 81. abundans	
Pro 3. 8. est 60. 81. abundans vel 20. 27.	& 243. 320. deficiens.
Pro 5. 8. est 81. 128. deficiens	
Pro 2. 3. est 81. 120. deficiens vel 27. 40.	& 160. 243. abundans.

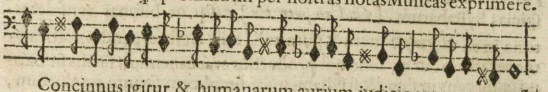
Neq; tamen ideò opus est semitonio seu Limmate Platonico 243. 256. quod ille diversam ob causam, quàm ego, Limma appellavit. Ablatis enim duobus tonis majoribus sc: ditono 64. 81. ab intervallo 3. 4. restabat illi hoc Limma 243. 256. loco semitonij. At mihi non opus est hac subtractione, potius enim augetur mihi 3. 4. intervallum, & fit 20. 27.

CAPVT XIII.

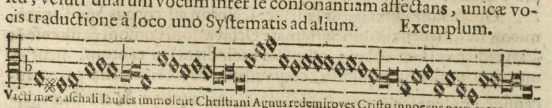
Quid sit Cantus naturaliter Concinnus & aptus.

Nihil dicemus de stridulo illo more canendi, quo solent uti Turcæ & Vngari pro classico suo: brutorum potius animantum voces inconditas, quàm humanam Naturam imitati.

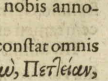
Videtur omninò primus author hausisse melodiam hujusmodi inconditam ab instrumento min⁹ aptè conformato, eamq; consuetudine diuturnâ, cum ipsi⁹ instrumenti facturâ, transmisisse ad posteros, totâq; gentem. Interfui Pragæ precib⁹, quas Legati Turcici sacerdos horis statis ingeniculatus, terramq; fronte crebrò feriens, decantare solebat: apparuit facile, ipsum ex disciplina canere, exercitationemq; & promptitudinem labore comparasse, nihil enim hæsitavit; at intervallis usus est miris, insolitis, concisis, abhorrentibus; ut nemo proprio naturæ ductu & ex seipso ultrò simile quid constanter unquam meditari posse videatur. Conabor aliqd proximũ illi per nostras notas Musicas exprimere.



Concinnus igitur & humanarum aurium judicio aptus cantus est, qui exorsus à certo quodam sono; ab eo per intervalla concinna tendit ad sonos consonos & primo illi, & plerumq; etiam inter se mutuò; dissona cursim pervolitans intervalla, in consonis verò immorans, seu mensurâ temporis, Syllabarumq; longitudine, seu crebro ad illos reditu, veluti duarum vocum inter se consonantiam affectans, unicæ vocis traductione à loco uno Systematis ad alium. Exemplum.



Hic sonus initialis est in clavi *G*, cum quâ in cantu molli concordant *b. c. d. g.* Excurrit igitur Cantus (primùm flexu deorsum facto) ad clavem *c.* consonam, & transilit planè dissonum locum *A*; fuisset autem idem, si attigisset ipsum, sed brevi mora; tota verò series reliqua potissimùm in locis *b. d. g.* intonat, sceletõ octavæ tale exprimens,



in *d.* creberrimè rediens, post in *b.* in superius vero *g.* se interdum efferens, in hæc omnia loca signanter: non sic in *a.* vel in *f.* loca primo dissona: tandemq; redit ad *G.* ibiq; finit.

Circa traditam cantus definitionem multa veniunt nobis annotanda.

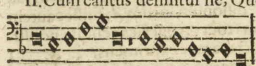
I. Partes Cantus, ex quibus vel omnibus vel aliquibus constat omnis Cantus, Euclides nominat has quatuor, Αγωγὴν, Τονὴν, Πετείαν,

CAP XIII. Πλοκλὼ, quæ quid sint, voces ipsæ indicant. Ἀγωγή enim est traductio vocis à proposita radice ad locum usq; radici consonum, aut ab uno consono, ad alium vel illi vel primæ radici consonum. Τονή est commoratio in loco vel primo vel illi consono, vel etiam priori consono, licet primo non sit consonus. Πλοκή, implicatio, est species quædã vel color ἀγωγῆς, ut περίεια, lusitatio, τονῆς; & ut Ἀγωγή ad Τονλὼ, sic πλοκή ad περίειαν; quia ἀγωγή quasi directè transit, πλοκή vagatur in transitu circa ἀγωγήν, ut canis, circa viatorem.

Itaq; ἀγωγή est motus veluti directus, πλοκή motus varius: τονή verò est quasi terminus motus, seu quies in loco Systematis petito: περίεια est multi termini minutiorum motuum, & veluti quietes. In exemplo nostro, Syllabæ [*demit Oves Christus in*;] perpetua quædam sunt τονή, duabus solis Syllabis exceptis: at Syllabæ [*cens rec li peccat*,] exprimunt περίειαν. Quod si in hac cantilena ligaturas respicias Syllabarum, [*laud an patr tor*] easq; ut bisonas consideres, tunc in eâ ἀγωγή mera & pura nulla erit. At si perpendas, rusticano more factum, ut ex sono qui productiùs erat canendus, factus sit bisonus assurgens in fine; & si syllabis hisce simplicem sonum productum, qui est ligaturæ primus, restituas: invenies puram ἀγωγλὼ inhis [*Pascali laudes*] item, [*immolent*] item [*Christiani*] item [*Innocens patri*] & brevis in [*catores*] πλοκή verò mera, licet non naturalis, est in exemplo Turcico.

Quemadmodum igitur se habet sceleton ad corpus apud anatomicos, sic se habent in uno Systemate Octavæ, soni consoni & inter se & cum radice vel basi octavæ, ad ipsam melodiam seu cantum. Sicut enim caro implet sinus ossium, eaq; vestit ad decorem; sic hæ partes recensitæ, implent sceleton octavæ, præsertim ἀγωγή & περίεια, pererrantes loca dissona, inter consonos sonos interjecta, conformant & quasi corporant Melodiam.

II. Cùm cantus definitur sic, Quòd exordiatur à certo quodam sono,



qui basis sit Systematis octavæ; id non semper de actu est intelligendum; cùm enim delectet varietas, & serviat emphasi: sæpissimè velut ex abrupto incipit melodia à clavi vel loco alio: potestate tamen subintelligitur principium quodpiam certũ positum, quod ex toto Melodiæ tractu undiq; enitescit; ut in hoc vetustissimo Germanico, facile intelligitur, etsi actu à *d.* fiat initium; radicem tamen esse *G*.

III. Similem habet exceptionem, quòd cantus regularis dicitur cum sua τονῇ vel περίειᾳ collimare ad loca consona radici Octavæ. Nam frequenter hæ partes in medio longioris melodię tractu, versantur cir-

ea loca dissona à primâ radice; sed id fit varietatis causâ; estq; perinde, ac si priori melodiæ nova melodia misceretur, cujus in dissono illo novum quoddam figeretur initium, aut novum signaretur Octavæ sceleton. Est velut excursus in Oratione seu digressio: itaq; non commoramur in talibus, sed citò revertimur velut ad principale sceleton. Et quamdiu circa dissona versatur τονή & πετηλεία; intelligimus, cantum nondum finiri: Nam in ipso vero fine redeundum est non tantum ad consona, regulariter quidem, sed etiam ad ipsam propriæ octavæ radicem. Ab hac articulatione cantus, & affectatione consonantiarum, veteres etiã simplicem cantum, Harmoniam dixisse videntur: non secus atq; decens & aptus membrorum responsus, quæ formæ anima est, harmonia diceretur, quasi pulchritudo: fuit enim & fœminæ nomen Harmonia. CAP. XIII.

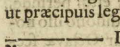
IV. Quòd Ἀγωγὴν attinet, ea rursum varia est, non semper enim actu omnia loca interjecta transit, sed sæpe transilit aliqua, saltuq; fertur ab una ad consonantem illi; estque tunc solã potestate ἀγωγή; & fere mera πετηλεία vel τονὴ; qui mos est frequentissimꝰ nostrorũ Tubicinum, cùm classicum aut incentivum equestre modulantur; tunc enim ferè nihil nisi sceleton octavæ auditur, Cogita an hujus generis fuerit ille veterum Νόμων ὀρθίων. Saltus.

V. Cùm Concinnus cantus constet suis Elementis, quæ sunt intervalla concinna, primum illa sunt definienda accuratius.

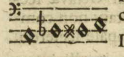
Duplici namq; sensu dicuntur intervalla concinna vel inconcinna. Primùm enim intervalla seorsim singula, respectu ortus sui, concinna vel inconciana dicuntur, illa quidem, quæ natura admittit in divisionibus intervallorum consonorum, hæc verò, quæ ex comparationibus Consonantiarum non resultant, aliena prorsus ab Harmonice, ut explicatum Cap. IV. Deinde respectu ipsius Cantus seu Melodiæ, discrimen hoc est inter ipsa etiam Musica, seu primo sensu Concinna intervalla, quòd quædam ex ij, junctim considerata, quamvis Naturâ sint concinna, sc: orta ex comparatione & abstractione harmoniarum, usu tamen à Melodijs certo respectu pro inconcinnis rejiciantur. Illum sensum præsupponunt & respiciunt τονή & πετηλεία; hunc verò potissimum Ἀγωγή, tam actualis, quàm desultoria. Hæc igitur inconcinna fiunt, rursum duobus nominibus: vel enim respectu Generis, aut sceleti Octavæ, quòd ea planè in illo non usurpentur, neq; forment illud; aut si alio disponantur ordine, quàm supra Capite VII. natura docuit; ut si quis vellet tria semitonia deinceps ordinare; semitonium quidem, primo sensu concinnum est, at hic ordo semitoniorum concinnus non est, hoc secundo sensu. Ita Diesis Naturâ concinna, est tamen vel in duro Genere cantus, vel in Molli, seorsim inconcinna: Vel deniq; non canuntur deinceps, nec licita sunt saltui vocis Melodicæ, nec Ἀγωγῇ convenientia. Inconcinnã quotuplicia.

Sunt

CAP. XIII. Sunt igitur hoc secundo sensu inconcinna & vetita intervalla, his ut præcipuis legibus comprehensa.

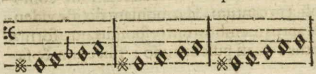


I. Diesis ante vel post semitonium regulariter non canitur.



II. Duo semitonia licet deinceps ordinentur in ordine minimorum intervallorum Capitis VII. non possunt tamen tribus sonis deinceps cani, sed debent cum duobus alijs elementis in duos tonos coalescere.

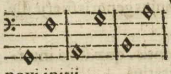
III. Duo semitonia intra complexum unius quartæ vel quintæ, quæ sit imo loco sceleti octavæ, ordinariè non canuntur.



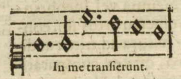
Nam efficeretur, ut vox ordine quarta vel quinta, non consonaret cum primâ, neq; perfectè neq; imperfectè, itaq; non esset quarta vel quinta verè.

T. T. Tó. Tó.

IV. Quatuor toni deinceps non canuntur, nisi in suprema Octavæ parte, quando coloris & varietatis causâ, mutatur sceleton; non igitur ordinariè.



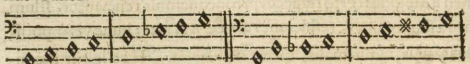
V. Septima & omnia dissona supra octavam, sonis post radicem deinceps ordinatis non canuntur ordinariè; nisi præcedens habeat quodammodo rationem finis, sequens rationem novi initij.



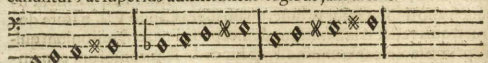
In me transierunt.

VI. Sextas, etsi consonæ, rarius admittimus, & tantùm minores.

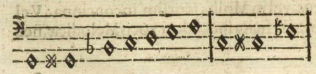
VII. Tetrachorda duo unius octavæ, non existente eodem loco semitonij in eorum utroq;, rarius canuntur; scilicet coloris causa, aut Syncopationum (de quibus capite XVI.) neq; tamen libertas est mera locandi semitonij, restringitur enim ad eum locum quem admittit Genus Cantus.



VIII. Affine est hoc, quod tres Toni deinceps imo loco octavæ non canuntur; at superius admittuntur legibus jam dictis.



IX. Duo semitonia in unum tonum naturaliter non conflantur, licet sit parvum in auditu discrimen; ut si octava incipiat ab *E.* inter *cę. dę.* fieret n. intervallum *225. 256.* ex compositione quod naturaliter est inconcinnum, vide Cap. IV.



In

X. In genere omne Octavæ Systema est inconcinnum, quod non statuit & Diatessaron & Diapente infra.

CAP. XIII.

Harum legum plereq; jam nobis servient in constituendo numero Tonorum Cap. sequenti.

VI. Quantum attinet ad illud membrum definitionis, *Dissona cursim pervolitans, in consonis immorans*: etsi non est instituti mei in opere isto, de mensuris disputare: illud tamen in genere moneo, præcipuam esse gratiam cantus Harmonici in mensuratione. Nam quod generalissimè dictum est, *Dissona cursim* &c. id in specie sic verum efficitur. Primùm Latini habent distinctionem inter longam & brevem Syllabam, quarum hanc faciunt unius, illam duorum Temporum, et sic longitudinis duplæ. Quanquam hodie non carmina tantùm, sed etiam prosa canitur; in qua penitus negligitur ab hodiernis musicis distinctio longæ & brevis Syllabæ; respicitur verò unicè ad morem pronunciandi, quamvis is hodie sit corruptus; habeturq; pro longâ Syllabâ, quæcunq; cum accentu acuto solet proferri, pro brevi, quæ cum gravi. De Mensuris. In Prosa.

Id non mirum in Latina lingua fieri, cùm idem etiam Græci posteriores fecerint: qui quàmvis purè scriberent, pronunciationem tamen vitiosissimam sunt amplexi, in qua nulla amplius est distinctio accentus acuti à Syllabæ longitudine, gravis à brevitate, cùm tamen ad hoc signis abundent, quæ apud Latinos non tam frequenti in usu habentur, Itaq; Græci abrogato more pangendi carmen, ab aliquot jam sæculis ceperunt scribere versus Politicos dictos; in quibus Syllabæ numerantur non mensurantur, obtinetq; versus penultimam, non quæ natura longa est, sed quæ accentu acuitur in sermone populari. Id igitur imitantur etiam in Latina nostri Musici; adeò ut ne carminibus quidem, nisi perrarò, nec unquam in totum parcant: credo quia dupla & tripla perpetua in Cantibus est recepta; cùm carmina has inæqualiter misceant, excepto Hexametro, quod proportione æqualitatis in spondæo, & duplâ perfectâ in dactylo contentum est. Brevem igitur syllabam, aut quæ est loco brevis, quando spondæus succedit jambo, & in genere syllabam cum accentu proferendâ, Musici deputant dissono sono, si per illum sit transeundum, longam consonis, vel quasi. Græcorum versus Politici. In Metris.

Secundò linguæ Ionicæ, quæ Rhythmo utuntur Teutonica, Gallica, Hispanica, Italica, faciunt vel ultimam Carminis acutam vel penultimam, efferuntq; totum versum sic, ac si alternis acuta vel gravis syllabę semutuò insequantur, sive sit hoc, ut in apto Teutonico versu, sive non sit, ut crebrò in Gallicis. Itaq; omnis illorum versus aut Trochaico similis est, aut Iambico, ijsq; aut Acatalectis Schöpffer Himmels vnd der Erden. Nun bitten wir den Heylgen Geist. aut catalectis. Deß sich wunderet alle Welt. Er ist der Morgenstern. Igitur Musici sonis dissonis sedem in gravibus vel correptis syllabis figunt, Consonis in acutis. In hodiernis Metris.

Tertiò, cùm verò cant⁹ accipit mensuram non à Syllabis textus, sed à Tactu; atq; is vel duplam sequitur proportionem vel triplam; primam quidem tactus partem Consonis, posteriorem, & in tripla breviorem, quæ significatur elevatione manus, dissonis potissimùm reservant: In tactu.

caventq; quantum fieri potest, ne primum tactus semissem alia occupet syllaba, quàm quæ est acutè proferenda, neve longæ binæ in ultimam tactus partem intrudantur.

CAPVT XIV.

De Modis Melodiarum, quas Tonos vocant.

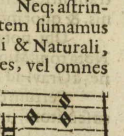
De modis dicturus primum hodiernos admoneo Musicos, quos illi Modos appellare solent, sc: proportionem tactus duplam, triplam & similes, (quales Modos fortè fecerunt olim tibijs, in comœdijs Romanorum) de ijs mihi præterquàm quod jam est dictum, sermonem non fore. Modos ego dico, quos ipsi cum veteribus solent appellare Tonos, cùm quæritur, cujus Toni sit Cantus. Sunt enim certæ Cantus concinni seu qualitates seu species, duabus summis Generum differentijs, Duri & Mollis, contra se dirempti.

Græci Τρόπους & ἤθη dixêre, illud à forma Systematis, hoc ab Effectu Cantus in homine, quia pleriq; legislatorum censuerunt, Modos cantuum facere ad Mores conformandos.

De horum igitur Tonorum numero & discriminibus non hodie tantum magnæ sunt inter Musicos controversiæ, sed & jam olim fuerunt: quarum aliquas apud Ptolemæum, pleraſq; apud Vincentium Galilæum, videre est. Mihi verò nec examinare quorumcunq; sententias est propositum, neq; refutare: itaq; non expectet Musicus à me quàm aliud in hac quæstione, quàm id unicum, ad quod mea me ducunt principia hactenus explicata. Etsi enim Toni ab eo dicti videntur, quòd Modus unus altero vel altiùs vel profundiùs incipiat unius Toni (vel Semitonij) intervallo: Tonos tamen Ego non ipsâ per se Cantus altitudine vel gravitate discrimino, quod solum observasse quosdam Vincentius Galilæus testatur: sed numerum eorum ad numerum specierũ unius Diapasõ cum Ptolemæo exigo; dicoq; totidem esse Tonos, quot possunt esse sceleta Systematis Octavæ legitima & Concinna, Generibus, Ordine concinnorum intervallorum, & situ Tetrachordorum, seu electione Medietatum binarum Harmonicarum inter se differentia. Tres nimirum sunt res, quæ Tonos variant, interq; sese distinguunt: Genus, Sequela Concinnorum, & Articulatio sceleti ex Consonantijs minoribus.

Primum Genera duo, Cap. VI. constituta divisionis Systematis Octavæ, constituunt nobis duos principes & Naturâ primos Tonos, cum ipso sc: Systemate unius solius Octavæ ortos. Deinde in utroq; genere Systematis tam duro quàm molli, ex compositione duorum Diapason in unum majus & perfectum Systema, quam tradidimus Capite XI. dantur Systemata singularium Octavarum, differentia radicibus seu metis, quibus includuntur, sunt autem illæ metæ Loca Systematis naturalis

ralis diversa, seu hodierno vocabulo Claves aliæ atq; aliæ, quas consequitur necessariò diversa altitudo, respectu systematis naturalis, quod à *G* incipit; & per illam diversus etiam situs semitonij, quod est vel tertio vel penimo vel imo loco Octavæ. Nam quod attinet altitudinem ipsam, absolutè consideratam, illa per se nihil mutat speciem cantus, cùm eadem species vel altè possit intonari vel humiliter. Neq; astringimur ad hoc, ut Tonorum reliquorum dimidiam partem sumamus cum Ptolemæo profundiorem Systemate *G* principali & Naturali, dimidiam altiorem. Possumus enim vel omnes altiores, vel omnes humiliores sumere, cùm idem utrinq; sequatur Ordo Concinnorum, tunc nimirum, si Systema duplicis octavæ naturaliter compositum, incipiat à clavi *G*. At si partem humiliores, partem altiores faciamus cum Ptolemæo; Systema naturale sic erit componendum, ut infrà Diapente addamus, suprà Diatessaron; & sic Systema compositum duplicis Octavæ incipiet à *C*. CAP. XIV.



Tertiò deniq; datur in Systematibus sic constitutis, electio duarũ Medietatum Harmonicarum, in quas colliment τονή & πεδεία, partes cantus; seu quod eodem redit, datur situs Tetrachordi vel summo vel imo loco Octavæ, vel in medio duarum Tertiarum.

Hujus igitur diversitatis causa, subjungendum hic ante omnia ex Capite XI. concinnatum Rete quadratum ex duodecim Ordinibus intervallorum duodecim minimorum Naturalium: non quidem ideò, ut cum Aristroxeno secundùm numerum illorum totidem Tonos faciamus, incipientes unumquemq; uno tali minimo intervallo altiùs: sed ut his minimis in usualia concinna contractis, appareat, utrùm nova aliqua species Octavæ ab unoquolibet minimorum incipere possit.

Rete intervallorum in Systematibus, pro indagandis Tonorum diversis speciebus.

I.	*II.*	*III.*	*IV.*	*V.*	*VI.*	*VII.*	*VIII.*	*IX.*	*X.*	*XI.*	*XII.*	Ordines
S	*L*	*S*	*S*	*D*	*S*	*L*	*S*	*S*	*D*	*S*	*L*	Supra.
L	*S*	*L*	*S*	*S*	*D*	*S*	*L*	*S*	S	*D*	S	
S	*L*	*S*	*L*	*S*	*S*	*D*	*S*	*L*	S	S	*D*	
D	*S*	*L*	*S*	*L*	*S*	*S*	*D*	*S*	*L*	S	S	
S	*D*	*S*	*L*	*S*	*L*	*S*	*S*	*D*	*S*	*L*	S	
S	*S*	*D*	*S*	*L*	*S*	*L*	*S*	*S*	*D*	S	*L*	
L	*S*	*S*	*D*	*S*	*L*	*S*	*L*	S	*S*	*D*	S	
S	*L*	*S*	*S*	*D*	*S*	*L*	*S*	*L*	*S*	S	*D*	
D	*S*	*L*	*S*	*S*	*D*	*S*	*L*	*S*	*L*	S	S	
S	*D*	*S*	*L*	*S*	*S*	*D*	*S*	*L*	S	*L*	S	Infra.
S	*S*	*D*	*S*	*L*	*S*	*S*	*D*	S	*L*	S	*L*	
L	*S*	*S*	*D*	*S*	*L*	*S*	*S*	*D*	*S*	*L*	S	
G	*Ge*	*A*	*b*	*h*	*c*	*ce*	*d*	*de*	*e*	*f*	*fe*	

Nota S est Semitonium: D. Diesin L. Limma.

Vides, ex duodecim discriminibus altitudinum Octavæ nullam esse quæ cum altera conveniat in elementorum ordine.

CAP. XIV.

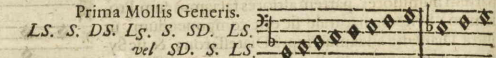
Ortus 14. Systematũ octavæ differentium specierum.

Videamus nunc, quot hinc existant species Systematum Octavæ si prima differentia Octavarum, quæ est Generis, admiscatur; hoc est, an omnium Ordinum 12. minima 12. intervalla possint concinnè contrahi in septem unius Octavæ usualia intervalla, distincta locis octonis, & quot modis quilibet.

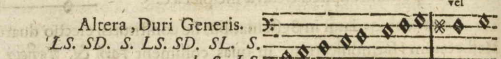
Ubi nota quod *LS.* vel *SL.* sit nota Toni Majoris, *DS*, vel *SD.* Nota toni Minoris, *S.* nota semitonij: & procedent nostræ descriptiones à Gravi ad Acutum, seu ab infrà ad superiora.

Certum est igitur, in Octava *G.* duas existere species pro duplici situ semitonij in altero vel tertio loco ab imo.

Prima Mollis Generis.
LS. S. DS. LS. S. SD. LS.
vel SD. S. LS.



Altera, Duri Generis.
LS. SD. S. LS. SD. SL. S.
vel S. LS.

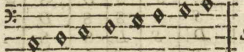


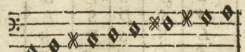
At in *Ge.* ut & in *Ce.* cum duo semitonia non componant unum concinnum, nec deinceps canantur ἐμμελῶς; imum ergò semitonium stat solum; per leges 9. & 2. prioris Capitis. Esset ergo distributio

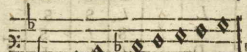
Vel talis *S. SD. SL. S. SD. SL. SL.* inconcinna ex lege 3.

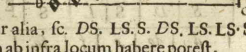
Vel in *Ge.* quidem talis *S. SD. SL. SS. DS.* &c. & hæc inconcinna ex lege 9. Nulla igitur species Octavæ concinna ex *Ge* incipit.

In octava *A.* pro triplici situ inferioris semitonij possibili, trib⁹ etiã modis contrahentur elementa in Tonos: vel enim sic *S. DS. LS. S. DS.* &c. quod coincidit cum eo quod jam est rejectum; vel sic, ut hinc nascatur

III.  Tertia
S. DS. LS. SD. S. LS. LS.

IV.  Quarta
SD. S. LS. SD. S. LS. LS.

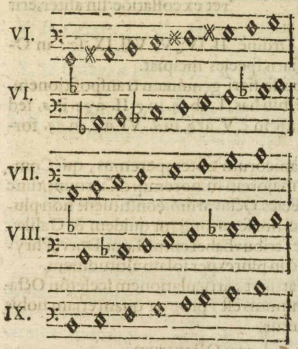
V.  Quinta
SD. SL. S. SD. SL. SL. S.

V.  In Octava *b.* unica potest esse Elementorum contractio, quæ coincidit cum quinta formâ, nec datur alia, sc. *DS. LS. S. DS. LS. LS. S.* quia semitonium non nisi tertium ab infra locum habere potest.

In

Iu Octava ♭ quia non licet conflare duo ſemitonia loco ſecundo, per legem 9. nec deinceps ordinare, per 2. diſtribuenda igitur ſunt in to- CAP. XIV.
nos ſic, ut ſolitarium ſtet vel primo, vel ſecundo loco.

Quod ſi primo loco ſequetur, ut alterum ſolitarium ſtet vel quarto loco, quod rejicitur lege tertia, vel ſexto, & quatuor toni inferiori loco octavæ deinceps ſequentur contra legem quartam. Quare ſemitonium ordinandum eſt loco ſecundo, ut hinc exiſtat ſpecies

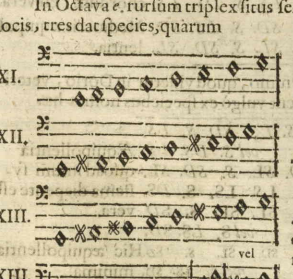


Sexta
SL. S. SD. SL. SL. S. SD.

In Octava C. pro duplici ſitu poſſibili ſemitonij dantur duæ diſtributiones: prima coincidit cū 6. *LS. S. DS. LS. LS. S. DS.* altera eſt numero Septima *LS. SD. S. LS. LS. SD. S.* De octavæ *c* forma unâ dictum eſt paulò anteà, altera coincidit cum ſequenti. VIII. *S. SD. SL. SL. S. SD. SL.* In Octava *d.* pro triplici ſitu ſemitonij in imo Tetrachordo, dantur tres ſpecies, Octava *S. DS. LS. LS. S. DS. LS.* Nona *SD. S. LS. LS. SD. S. LS.* Decima *SD. SL. S. LS. SD. SL. S.*

In Octava *d.* nulla concinna diſtributio fieri poteſt: exularet enim primis tribus locis ſemitonū, quod eſt contra legem octavam prioris C.

In Octava *e.* rurſum triplex ſitus ſemitonij poſſibilis in tribus imis locis, tres dat ſpecies, quarum



Vndecima
S. LS. LS. SD. S. LS. SD.

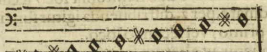
Duodecima
SL. S. LS. SD. SL. S. SD.

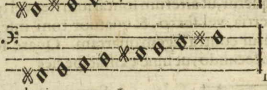
Tredecima
SL. SL. S. SD. SL. S. SD.
eſt eadem, cum ſequentis forma priori.

In Octava *f.* ſemitonium habet unicum ſitum loco tertio, quare una exiſtit ſpecies, ſc: eadem tredecima biformis *LS. LS. S. DS LS S. DS. vel SD. S.*

Deniq;

CAP. XIV.

I. 

XIV. 

Deniq; in Octava *fe* duo sunt loca semitonio, vel in penultimâ sede, vel in ultimâ. Quod si igitur sic ordines *SL. S. SD. SL, S, SD. SL.* species erit prima, ut apparet ex collatione: sin aliter, erit quarta decima S. LS. SD. SL. S. SD. SL.

Apparet igitur causa cur in Ordine II. IV. V. VII. IX. sc: in Octavis *Gę. b. ♭. cę. dę.* nulla peculiaris species incipiat.

Apparet secundò, nullam posse fieri genuinam transpositionem, ut maneat eadem species Octavæ, nisi has, I. ab *fe.* in *g.* II. à *gę.* in *a*, sed formæ rejectæ. III. ab *a.* in *b.* IV. à ♭. in *c.* V. à *cę.* in *d.* VI. à *d.* in *dę.* formæ rejectæ. VII. ab *e.* in *f.*

At si vulgò Musicorum Organicorum obtemperemus, qui Comma negligunt, nec inter Tonos, majorem minoremq; discernunt; tunc omnes quatuordecim nostræ species Octavarum, constituent non plures, quàm tres Modos, pro triplici situ semitonij (ut quidem & Galilæus temp° fuisse ait, cùm non plures tribus haberentur Toni, Dori°, Phrygius, Lydius) multiplicantur verò in plures per solam altitudinem.

Nam quod tertiam causam attinet, articulationem sceletôn Octavæ, ea nobis cum illis adhuc communis est; propter quam etiam nobis plures quam XIV. species nascentur.

Ecce tres ordines vulgares Octavarum.

I. Ut semitonium sit loco imo, quem puto à veteribus dictum Phrygium, æquipollent illis ex nostris speciebus hæ.

III. In Octava *A.*	*S. DS. LS. SD. S. LS. LS.*	Æquipollentia quo-
VIII. In Octava *cę.*	*S. SD. SL. SL. S. SD. SL.*	ad imum Tetra-
In Octava *d.*	*S. DS. LS. LS. S. DS. LS.*	chordum, est vera.
XI. In Octava *e.*	*S. LS. LS. SD. S. LS. SD.*	Mediocris æquipol
XIV. In Octava *fę.*	*S. LS. SD. SL. S. SD. SL.*	lentia.

II. Ut semitonium sit loco penimo, quod videtur in Dorio, veteribus dicto, factum esse, æquipollent vulgò ex speciebus nostris hæ.

In Octava *G.*	*LS. S. DS. LS. SD. S. LS.*	
I.	*vel S. DS. LS.*	Æquipollentia
In Octava *fe.*	*SL. S. SD. SL. S. SD. SL.*	quoad imum sy-
VI. In Octava *c*	*LS. S. DS. LS. LS. S. DS.*	stema diapente est
In Octava *♭*	SL. S. SD. SL. SL. S, SD.	vera.
	vel S, LS. SD.	
XII. In Octava *e.*	SL. S. LS. SD. SL. S. SD.	Hic æquipollentia
	vel S. LS. SD.	minima.
IV. In Octava *A.*	SD S. LS. SD. SL. S. LS.	Æquipollentia
	vel S. LS. LS.	mediocriscum su-
IX. In Octava *d.*	SD. S. LS. LS. SD. S. LS.	perioribus.
	vel S. DS. LS.	

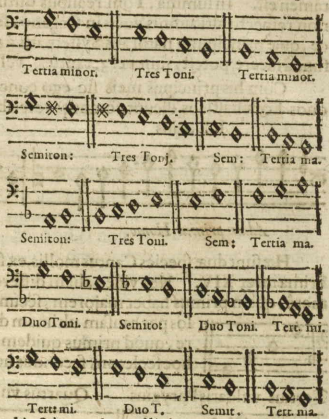
Ut

III. Ut ſemitonium ſit loco tertio, ut in Lydio fuiſſe credo, æqui pollent vulgò ex ſpeciebus noſtris hæ. CAP. XIV.

II. In Octava *G.* | *LS. SD. S. LS. SD. SL. S.*
vel S. LS. Æqui pollencia in i-
VII. In Octava *c.* | *LS. SD. S. LS. LS. SD. S.* mo diapente vera.
vel S. DS.
V. In Octava *A* | *SD. SL. S. SD. SL. SL. S.*
vel. S. LS. Æquipollentia mi-
X. In Octava *d.* | *SD. SL. S. LS. SD. SL. S.* nor.
vel S. LS.
XIII. In Octava *e.* | *SL. SL. S. SD. SL. S. SD.*
In Octava *f* | *LS. LS. S. DS. LS. S. DS.* Æquipollentia mi
vel SD. S. nima.

Poſſunt ergò ſecundùm vulgi de Tono majori & minori ſententiam, plurimæ fieri tranſpoſitiones Melodiarum de literis in literas, mediantibus ſignis *b* & ✕.

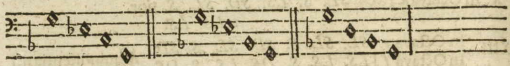
Reſtat ut examinemus quenam ex noſtris XIV. ſpeciebus Octavæ per articulationem elementorum concinnorum poſſint fieri multiplices. Nam ſpecierum diſcrimen quintuplex oritur à contiguitate Tonorum; aut enim tres toni ſe invicem ſequuntur deinceps, aut bini tantùm. Quod ſi tres, oportet ut vel in medio octavæ ſtent non naturaliter, utrinq; habentes ſingulos tonos & ſingula ſemitonia: vel ut ad alterum Syſtematis extremum vergant, & tunc neceſsariò in illo extremo eſt ſemitonium, propter leges 8. & 3. Si autem bini tantum Toni ſe inſequuntur, intercedentibus ſemitonijs, tunc ſemitonio locus in extremitatibus non eſt; & duæ tonorum bigæ vel ſuprà ſtant, vel infrà, tertia mollis in extremo contrario, eaq; inferiùs recta, habens ſemitonium ſuprà; ſuperiùs inverſa, Semitonium infrà habens.



Hoc

CAP. XIV. Hoc pacto in noſtris XIV. ſpeciebus reperiuntur interſperſæ aliæ X. quaternis primis locis coincidentes cum prioribus, aut etiam quinis; ubi verò incipiunt differre, præmiſſa eſt particula, *vel*,

Quod ſi jam acceſſerit ultima cauſa, diſcriminans Tonos, ſcilicet τονὴ & περίοδος: triplicabitur Numerus, & fient 72. ſpecies. Omne enim ſceleton Octavæ ex omnibus 24, habet & tertiam & quartam concordantem cum primâ, & quintam & ſextam. Si ergò hæ partes cantus potiſſimùm circa quartam & ſextam occupentur, tunc ſtatuunt infimo loco Diateſſaron: Sin circa tertiam & ſextam, Diateſſaron eſt

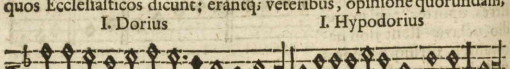


in medio, ſin deniq; circa tertiam & quintam, Diateſſaron eſt loco ſupremo.

Hæc autem non ideò dico, quod neceſſaria ſit tam minuta conciſio, cùm ſciam, plerumq; miſceri ternas formas in uno cantu: ſed ut ex hoc numero poſſit judicium ferri de diſcriminibus Tonorum, quæ Moderni tradunt; quæ partim talia ſunt, vt mihi videantur illorum tot ſtatui poſſe, quot ſunt omninò cantiones, cætera unius Toni. At ſi obſervamus hæc principia, numerus Tonorum utcunq; magnus, finitus tamen eſt. In ſummâ, Toni realibus diſtincti metis & diſcriminibus, non reſpectu altitudinis vocis in Organo, ſed in ipſâ etiam humana voce, quæ principium naturalis Syſtematis à quacunq; voce altâ vel profundâ facere poteſt, ſunt vel 3. tantùm, vel 14, vel 24, vel 72.

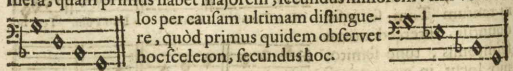
Cum his principijs meis ſic ego concilio Tonos octo vulgares, quos Eccleſiaſticos dicunt; eranteq; veteribus, opinione quorundam,

I. Dorius I. Hypodorius

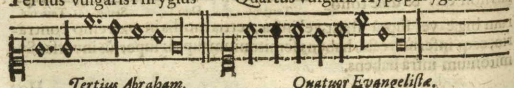


Adam primus Homo. *Noe ſecundus.*

Hæ ſunt duæ ſpecies Cantus mollis, ex ſpecie octavæ, quæ eſt mihi Prima inter XIV. Nec video aliam differentiam, quàm in altitudine merâ, quam primus habet majorem, ſecundus minorem: niſi velis illos per cauſam ultimam diſtinguere, quòd primus quidem obſervet hoc ſceleton, ſecundus hoc.



Tertius vulgaris Phrygius Quartus vulgaris Hypophrygius.

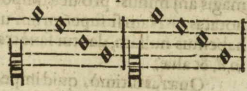


Tertius Abraham. *Quatuor Evangeliſtæ.*

Nihil

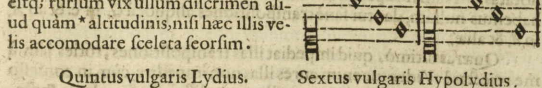
CAP. XV.

Nihil manifestius quàm hos duos Generis duri pertinere ad nostram speciem XI. & scribendos ex *e*, estq; rursum vix ullum discrimen aliud quàm * altitudinis, nisi hæc illis velis accomodare sceleta seorsim.



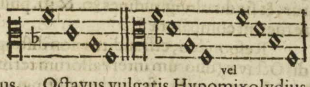
* Triplex est altitudo Toni 1 absoluta & materialis quodāmodo, ut in voce humana etiamq; in Organis si ex G ascēdat radix Systematis in g. ubi non mutatur forma Systeatis: de hac jam nihil. 2. Formalis ipsius radicis cujusq; Toni in Systemate naturali compositio ex duobus diapason. Neq; hæc hoc loco intelligitur: importat enim mutationem Toni permutatā Clavi radicali Systematis 3. sterū formalis altitudo Melodiæ respectu suæ radicalis clavis, qua manente manet quidem Tonus idem, sed aliud quasi schema induit: ut si non ad Octavam radicis ascendat, sed infra sextam, quintam aut quartā se continet, vel infra radicem sese crebro demittat, rediens tamē in finem ad radicem. Itaq; sceleta ista non sic suntintelligenda, quasi Melodia omnes ejus articulos vel notas hic pictas pervadat: sufficit si aliquas, aut si earum diapason inferiores Hos ign. sese sic demittēs infra radicem possemus cum antiquis appellare Plagios: cæteros Authentas.

Quintus vulgaris Lydius. Sextus vulgaris Hypolydius.



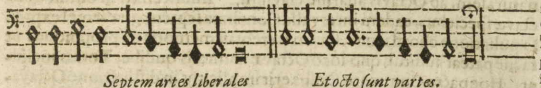
Quinq; libri Mosis *Sex hydriæ positæ*

Et hi similiter manifestissimè scribendi sunt ex *f.* suntq; generis mollis, distinguunturq; altitudine vel sceletis hisce, ex nostra XIII.



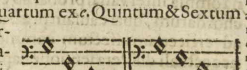
vel

Septimus vulgaris Mixolydius. Octavus vulgaris Hypomixolydius



Septem artes liberales *Et octo sunt partes.*

Etsi apparet consilium inventorum, quòd Primum & Secundum ex *d.* scribere voluerint, Tertium & Quartum ex *e.* Quintum & Sextum ex *f.* Septimum & Octavum ex *G.* certumtamen est ex ijs quæ supra disputavimus, etiam hos generis Duri cum Primo & Secundo ex eadem clavi *G.* scribi debere, quibus ex nostrâ specie II. competunt hæc sceleta.



Hac igitur applicatione vulgarium octo Tonorum ad meas species Octavæ I. XI. XIII. II. ego multò evidentius discrimen ostendere possum inter hos Tonos, quàm Musici nostri, quia comma contemnunt. Qui enim ex *G.* scribuntur, omnes quatuor habent consonantias legitimas, tertiæ, quartæ, quintæ, & sextæ cum primâ. Qui verò ex *F.* & *e.* consonantijs utuntur adulterinis, infrà quartā majori *e a.* & *f bb.* & quinta majori *e* ♭♭. & *f cc.*

Quid igitur cum reliquis decem speciebus, inquies? cùm omnes usitati Toni redigantur ad quatuor? Nimirum ad hoc serviunt, ut sciant Musici, si Systemata principalis Octavæ ex *G* descriptæ, temperemus ut natura suadet; tunc nequaquàm ita facilè & variè transponi posse cantum sine mutatione sinceritatis suæ, ut ipsi habent in usu. Liberum igitur illis est, vel rejicere omnes resíduas 10., & cum ijs etiam transpositiones suas: vel fateri, quòd plures Formæ Melodiarum, plures nempe Modi vel Toni possint existere, ijq; differentes ab his positis, alij

CAP. XIV. magis alij minus; pro ut æquipollentias ad marginem supra vides annotatas. Nam si superiorum unius Octavæ intervallorum rationem habemus nullam; dantur sanè transpositiones aliquot à *G.* in c. & ab *A.* in *d.* & aliæ.

Quæras ultimò, quid impediat illas transpositiones, toties jam à me rejectas? Videntur enim aures illas non impedire, cùm in confesso sit, Commatis excessum in intervallis, quæ disjuncta sunt locis Systematis, ab auribus non dijudicari. Esto enim systema quàm optimè tensum, ad naturæ leges hactenus explicatas, pulsentur *G a*, & *a h*. rogenturq; omnes homines, quotquot audiunt, utrum intervallorum horum sit majus, nescire se dicent; nec priùs discernent, quàm conjuncta fuerint intervalla loco eodem Octavæ; hoc est, ubi spacio chordæ per circinum dispuncto, pars octogesima prima chordæ intersepiatur, & sic duæ longitudines 80. & 81. pulsatæ momentis proximis, inter se fuerint comparatæ?

Respondeo, etsi auditus non distinguit, pulsatis tribus solis chordis Octavæ (duorum intervallorum terminis) at pulsatis omnibus unius Octavæ chordis, sic tandem distinguit Octavam *G.* primogenitam & naturalem, ab Octavis aliarum clavium. Insunt enim in omnibus Octavæ speciebus, eadem intervalla Concinna septem, quæ semel expressa pulsatione chordarum, statim hærent in memoria de propinquo; ut facilè pateat auditui, quo loco Octavæ naturalis quilibet Tonus incipiat. Hoc pacto Commatis sensus erit implicitus in distinctione Octavarum. Quemadmodum enim Auditus Consonantias ipsas, & Concinna omnia intervalla, probat ab effectu, licet non numeret longitudines chordarum, quæ causam præbent concordantiarum: sic idem auditus advertit etiam affectum commatis 80. 81. etsi id non numeret, adeoq nec actuali discreta sensione capiat seorsim.

CAPVT XV.

Qui Modi vel Toni, quibus serviant Affectibus.

Hactenus de principiis, ex quibus Toni constant, & contra se distinguuntur: jam pauca dicam de effectu, consentanea quidem meis principijs.

Primùm admonendus est lector, non hic agi de dispositionum animi differentia, quæ efficiunt, ut homo potius canat, quàm ut oratione planâ & sedatâ utatur: neq; de ijs, quæ hinc cantum, inde simplicem orationem consequuntur in auditore. Nam ut alacritas animi est, quæ omnem omninò cantum in canente præcedit, eiq; veluti dictat Melodiam; sic etiam omne genus Cantionum concinnarum voluptas audientium consequitur.

Separanda est nobis hæc generalis dispositio Animi, seu potius; loco

loco materiæ subjicienda illi affectuum diversitati, quam hic quærimus. CAP. XV.

Cùm autem omnes partes Cantus concinni & naturalis comparatæ sint ad ciendos affectus, imitatione sonorum, quos edunt animalia, ad testificanda sua desideria: hinc patet, variam & multiplicem esse hanc disputationem, adeóq; infinitæ similem; quæ cum meos lacertos superet, rectiùs transmitteretur universa Empiricis, hoc est, Musicis practicis: quippe qui sine præceptionibus, solo naturæ ductu, admirabilium Melodiarum subinde authores existunt: quod ipsis longè est facilius, quàm ut, quid sit cantus, & in quo consistat, aut quomodo factus sit, oratione longâ & disertâ eloquantur.

Cùm enim, ut Oratio prosa, Carmine, sic voces & gestus Animatum Cantu repræsententur & veluti depingantur: certè ut Poëtice, sic etiam Musica cantus componendi facultas, usu & exercitatione sola, si fuerit ingenium etiam Naturâ factum ad hoc, est addiscenda.

Quia tamen pars est honestissimarum Animi recreationum, indagare rerum causas, aut ab alijs repertas comminus intueri: adeò quidem ut etiam Aristoteles Problematum suorum partem non minimâ contemplationibus dederit Harmonicis: conandum etiam hîc est aliquid, proferendiq; Philosophiæ fines, & Methodi legibus adhibitis coërcenda illa disputationis infinitas, adq; generalia capita revocanda; ut per singularia postmodùm de similibus idem possit esse judicium.

I. Cantus ipsius, affectuumq; qui cantus species sequuntur, proportionalia sunt elementa, totidem ferè numero utrinq;: Nam etiam voces ipsæ Partium Cantus, ἀγωγή, τόνη, περίοδος, πλοκή, ad affectus alludunt certos. Prima simplicitati servit; ultima luxuriæ; illa corpori similis est, hæc coloribus; Tones æqualitas attentionem movet; Pertia, seu lusitatio ad delectationem & recreationem est comparata. Hæc sunt generalia per omnes Modos Musicos.

II. De Agôge hoc peculiare monet Galilæus, duas ejus esse differentias, unam sursùm, alteram deorsùm, quarũ illa lætitiæ serviat, hæc mœstitiæ & fletui. Causa est naturalis: infrà enim vox gravis motu tardo editur, suprà vox acuta motu concitato: cùm ergò vox descendit, quieti appropinquat: cùm ascendit, in motu proficit, propterea in chorali cantu plerumq; in imo desinimus: illic igitur vox languescit, hic viget. Atqui etiam in mœrore languet mens omnesq; functiones, in hilaritate vivit & actuosa est.

III. Est etiam saltûs vis magna; qui est veluti potentialis Agoge: habet enim temeritatem, motum, audaciam, est militaris, virilis, impudens, si creber sit, præsertim per diapente, cujus figura, Trigonus, acutis constat angulis, totumq; circulum tribus lineis absumit. Contrà saltus per sextam mollem unicus ascendens, sequente Agoge deorsùm, magnitudinem doloris exprimit, aptus ejulatibus, ob similitudinem vocis: ut in *In Me transierunt* Orlandi.

IV. Multum etiam inter est, quantam altitudinem in Octavæ systemate ab imâ radice cantus potissima pars occupet. Nam si totam Octavam percurrat, aut excedat, animosus cantus est: sin Diatessaron solum, modestus & jucundus: Diapente mediocritatem habet: Tertia mollis

CAP. XV.

demissionem & pusillanimitatem. Hoc quidam tribuunt descensui infra radicem per diatessaron; hujusque formæ tonos appellant plagios, seu plagales suorum Authentorum.

V. Inter generalia elementa referenda est potissimùm etiã celeritas & tarditas rhythmi, seu tactus; quarum illa iræ, motui, pugnis, hilaritati apta est; hæc affectionibus, quibus per quietem fruimur, mœrori, amori, desiderio, voluptati ex potiundo.

VI. Adde & modũ, hoc est Rhythmum ipsum: alia enim tripli dicti, alia dupli est vis; quam fortè multam trahit ex imitatione saltantiũ chorearum: q̃ motuum in ijs alternata varietas cùm omnibus nota sit, admonet statim audientes, eos velut in rem præsentem adducens. Triplus igitur turbulentus & actuosus est, duplus quietior, pacatior, modestior. Sed de Rhythmis eorũq; signis, nihil hoc libro; quare missos eos faciam⁹.

De Enharmonio scribit Aristoteles, eo impleri animos furore divino: contra magistratus spartanorum, quod effœminatũ hoc & fucatum genus cantus haberetur, authoré eius recipiendi notatum ignominia vrbe pepulerũt.

VII. Veniendum nunc est ad illa, quibus propriè Tonos discriminari diximus; quorum præcipuum est, diuersitas generum Cantus. Atque hic seges disputationum copiosissima succreuit, quodnam ex tribus veterum generibus cui fuerit affectui tributum: quam nos intactam præteribimus; cùm nec naturalis sit distributio cantus in genera numero tria, nec veteres sibi constent in hac materia. Mihi de naturalibus duobus cantus generibus sermo erit, Duri scilicet & Mollis; quæ voces quos affectus cieant, ipsæ produnt. Nam ut fœmina ad patiendum potissimùm facta est, mas ad agendũ, præsertim in generationis negocio; sic Molle genus passionibus animi fœmineis, Durũ actionibus virilibus accomodatur; quarũ rerum discrimina ex sequẽtibus magis elucescent.

VIII. Non enim Genera tantum cantus, sed etiam Toni in vniuersum situ semitonij differebant. Hic semitonij situs animat afficitq; tàm Genus quàm Modum seu Tonum: aliter tamen de hoc situ disputandũ est, respectu generum, aliter respectu tonorum omnium. Genera enim diximus oriri primum omnium in Octavâ principali, quæ à Γ incipit, in qua semitonij situs loco penimo format Genus molle, loco antepenultimo, genus durum: illic imo loco est tertia mollis, hic dura. Quæ est igitur hujus situs connexio cum affectionibus? aut quid commune tertiæ minori cum fœminis, cum passionibus, cum mollitie; quid item Tertiæ duræ cum virilitate, duritie, actionibus, efficacia?

Primùm igitur memineris, Tertiam duram ortam esse ex Pentagono; pentagonum vti sectione secundùm Extrema & Medium, quæ proportionem formant diuinam. In hac verò proportione pulchra inest Generationis idea. Nam sicut pater gignit filium, filius alium, quisq; sibi similem: sic etiã in illa sectione, cùm pars major additur toti, continuatur proportio, capitq; composita locũ Totius, & quę prius erat tota, locum partis majoris. Quæ ratio etsi numeris exprimi nequit, datur tamen aliqua series numerorum, quæ cõtinuè propiùs ad verum accedit, in qua serie, ipsa differentia numerorum à terminis genuinis (qui sunt nõ numerabiles sed ineffabiles) admirabili vicissitudine mares fœminas progignit, membris sexus indicibus distinctas. Vt si pars major sit primò 2. minor 1. totum 3. Hic nõ est planè 1. ad 2. vt 2. ad 3. differentia enim est vnitas, quo minus rectangulum extremorum 1. 3. æquet quadratum medij 2.

medij 2. Tunc addito 2. ad 3. fit novum totũ 5. & addito 3. ad 5. totũ 8. Etc. Rectangulum ex 1. 3. fœminam creat, deficit enim à quadrato de 2. vnitate; Rectangulum ex 2. 5. marem; excedit enim quadratum 3. vnitate; Rectangulum ex 3. 8. fœminam, deficit enim à quadrato de 5. vnitate. Rursum ex 5. 13. mas oritur, respectu quadrati de 8. ex 8. 21. fœmina, respectu quadrati de 13. hoc sic in infinitum.

Hæc cùm sit natura hujus sectionis, quæ ad quinquanguli demonstrationem concurrit; cùmq; Creator Deus ad illam conformaverit leges generationis; ad genuinam quidem & seipsâ solâ perfectam proportionem ineffabilium terminorum, rationes plantarum seminarias, quæ semen suum in semetipsis habere jussæ sunt singulæ: ad junctas verò binas Numerorum proportiones (quarum vnius deficiens vnitas alterius excedente compensetur) conjunctionem maris & fœminæ: quid mirum igitur, si etiam soboles quinquanguli Tertia dura seu 4. 5. & mollis 5. 6. moveat animos, Dei imagines, ad affectus, generationis negocio comparandos? Vbi repetendum ex capite III. quod quamvis 1. 6. sit ex sexangulo, Residuum tamen 5. 6. non consonet propter sexangulum, sed propter derivationem ex tribus circuli decimis, per terminorum duplicationem & dimidiationem; itaq; etiam Residuũ hoc, ejusq; Soboles, Tertia minor, est ex Quinquangulari figurarum classe. Hoc igitur stabilito, quòd societas duarum Tertiarum repræsentet societatem maris & fœminæ: nullo jam negocio cuiq; sexui sua assignatur Tertia. Major enim tertia virilis evadet, Minor, fœminea; cum eadem sit ipsorum etiam corporum, viriumque tàm corporis quàm animi proportio. Cùmque major sit ex imparilaterâ, sc. ex Quinquangulo, minor verò originaliter ex parilatera Decangula; consentaneum est etiam Pythagoræ placitis, qui, numeros impares mares dixit, pares, fœminas; (quod confirmatur illa excessuum & defectuum speculatione, cùm impar sit & excedens) vt illa masculini sexus habeatur, hæc fœminei.

1. 1. 2. 1. 2. 3. 3. 5. 3. 5. 8.

Accedat his rationibus etiam intervallorum concinnorũ contemplatio, quorum minimũ est Semitoniũ; semper enim Semitonium succedens, invitat vocem ad se superandũ, ob parvitatẽ; est enim instar jugi in clivo molescẽte; Et quotie Semitonium versus superiora occurrit; illa quædã quasi meta cantus habetur, ad quam tendat, indeq; veluti jugo superato, confectoque conatu, reverti crebrò solet ad inferiora. Certè, si canamus RE, MI, non satiatur auditus, sed expectat vt & FA addatur. Cùm igitur tertia dura, quæ habet imum locum in Tono Octavo, careat semitonio, quod demum accedit ad complendum Diatessaron: meritò habetur pro actuosa, & conatuum plenâ, cujus vis γόνιμος, & ἀκμὴ ἀσχέλος, quærens finem suum, scilicet Diatessaron, cujus semitonium est ei quasi ἔκχυσις, toto conatu quæsita. At tertia minor imo loco Toni Primi consistens, cùm semitonium complexa sit, à quo superato solet fieri reversio; quasi seipsâ contenta, suâq; naturâ ad superationem & passionẽ facta: semper se, veluti gallina, sternit humi, promptam insessori gallo. Et ecce causas affectuum in Generibus, inq; Tonis systematis primarij, ex *G* surgentis

CAP. XV. Nunc eundem semitonij situm contemplemur etiam respectu Tonorum promiscuè omnium: ubi attemperabo orationem, ut hactenus etiam, ad Tonos vulgares, uti eos ex meis principijs distinxi. Nam de reliquis X. speciebus Octavæ, quas addidi comparationis causâ, an Toni dici mereantur, Musicorum erit judicium.

Sæpe dictum, naturaliter quidem, ex concinnis intervallis majora, sibi postulare locum imum dari, ut magna magnis associentur. Nam & soni graves, qui sunt itidem infrà, magnitudine aliqua, id est, longis chordis determinantur, acuti brevibus: seu quod idem est, sonus gravis magno & tardo motu editur, acutus parvo & celeri. Naturalis igitur series est, cum in Tetrachordo perfecto, primo loco est Tonus major, secundo Minor, tertio & supremo Semitonium. Atqui cùm omnia secundùm naturam habent, læti sumus: Læti ergo Toni sunt, qui Tetrachordum inferius sic diuisum habent: habent autem Septimus & Octauus; quos mirâ inconstantiâ nunc, Phrygios, nunc, Mixolydios à veteribus appellatos, putant: quanquàm ego magis incline, vt Lydios potius Veteribus dictos credam; quia testantur de suo Lydio, quod impleat animos furore diuino, id est alacritate & spiritibus militaribus; quales sunt nostri, Septimus & Octavus.

Cùm igitur eversa est ratio, vt imo loco sit Semitonium; quod fit in Tertio & Quarto Ecclesiasticis, qui Phrygij veteribus: verso naturæ ordine, querulum, fractum, & lamentabile quippiam sonari consentaneum est. At cùm Semitonium est loco medio, medius est affectus tranquillitatis, humanitatis, jucunditatis ex colloquijs & narrationibus: quibus apti Primus & Secundus, generis sc. mollis & fœminini; quos Dorios olim dictos putant. Dorium sanè sic describit Vincentius Galilæus, quòd sit Naturâ stabilis, quietus, sine violentia, aptus ad gravitatem & severitatem: quod de duobus hisce secundùm magis & minus verum est. Nam semp molliores oportet esse Tonos pari numero dictos, qppe plagales suis authentis, ab impari denominatis, ex causa quæ paulo antea No. IV. allata fuit. Itaq; etiam Galilæus Plagium Primi facit languidum flebilem meticulosum; motum enim versus gravia languoris, versus acuta vigoris esse. Etsi malim ego & temperare ista Epitheta, & causam distinguere. Non est n. Doriorum proprietas languor, fletus, & metus sed in genere excursuum ad gravia & descensus crebri infra radicem.

IX. Hactenus de situ semitonij; nec dum tamen omnibus Tonis suas assignavimus proprietates. Sequitur igitur ut etiam de consonantijs imperfectis & adulterinis dicamus, qbus articulantur scelera octavarum. Et primum quidem illarum veluti essentia erit inspicienda, postea locatio in Systemate.

Cùm igitur naturalis & primæva est systematis Octavæ dispositio, in quâ cum imâ chordâ perfectè consonat tertia, quarta, quinta & sexta: Tonus talis omnia illa in animo ciet, quæ habent secundùm naturam, mollis quidem passiones, durus actiones, vel affectus ijs aptos. Hæc proprietas cõpetit Primo & Octavo ex *G* surgentibus: quo nomine non injuria Galilæus affirmaverit Octavum cum primo coincidere; intellige tamẽ, servata cuiq; sex^{æ} seu generis proprietate. Ita duplici nomine Septim^{us} & Octav^{us} cæteris pstat, tam ob situ semitonij, q̃ etiam ob pfectionẽ

E contra

E contrario, Quintus & Sextus, Tertius & quartus consonantijs infrà utuntur adulterinis & auctis, ille Diatessaron, hic Diapente: quæ res vim illis conciliat mœstitiæ & affectuum ab humana temperatione discedentium. CAP: XV.

Nam in Quinto & Sexto, Diatessaron quidem est ὀρθιον, naturali situ semitonij in summo, non minus quàm in Septimo & Octavo; at duo majores toni sunt infimo loco, post eos semitonium; ex quibus conflatur Diatessaron commate abundans.

Quare magnitudinem etiam ij modi promovent affectus, ut Devotionem, Admirationem, Amplificationem, Dolorem; rursum Spem, Fiduciam, quasi elevationem mentis supra sortem præsentem.

In Tertio verò & Quarto, præter ipsius Diatessaron formam inversam, accedit etiam hæc consonantiarum fermentatio, augetq; tristitiam & languores animi.

Quòd si liceat analogiam prosequi ultrà tonos usitatos, ad speciem III. ex meis, cantus mollis, ex *A* descriptam; quia illa semitonium quidem infrà, Diatessaron verò perfectum habet: hanc igitur ego jucundæ tristitiæ accommodarem: ut cùm nobis placemus in mollicie animi, in Amoribus & Desiderijs; aut cum lacrumas gaudium exprimit.

Hæc de Consonantijs ratione sui; nunc ratione loci in systemate, quid efficiant, videamus.

Cùm igitur τονή & πεπλεία circa quartam & sextam chordas potissimùm occupantur, sic ut appareat, Diatessaron loco imo ab ijs statui; quia hoc est Tetra chordi intervallum, quodomnes tres concinnorum species est complexum, eòq; præcipuum est in hac Tonorũ animatione: tunc hæc forma cantum ad humilitatem invitat; ex causa eâdem quam suprà No IV. usurpavi. Sin occupentur hæ partes cantus circa tertiam & quintam, statuentes Diatessaron superiùs; excitatur etiam & elevatur cantus, præsertim si ad octavam excurrat: qualis fuisse videtur Νόμος ὀρθιος veterum: Si deniq; circa tertiam & sextam; ut Diatessaron redactũ sit in medium, quod in Primo & Secundo frequentiùs fit, quàm in Septimo & Octavo: medius etiam promovebitur affectus. Crebrò autem inter se permiscentur hæ sceletõn articulationes, ut in diversis partibus cantus sint diversæ, pro varietate textus, & ingenio artificis, textum cantu pingentis.

X. Quòd si verum est, quod quidam imparis numeri Tonos I. III. V. VII. faciunt altiores; paris II. IV. VI. VIII. humiliores, etiam respectu radicis Octavæ: certè altitudo respondet excitationi Animi, profunditas demissioni: tunc sanè distribuere poterimus quatuor classium affectus in classes octo, secundùm tonos totidem: ut habeat Septimus iram, violentiam, fortitudinem; Octavus hilaritatem, alacritatem, voluptatem acutam; Tertius dolorem acutum, desiderium; Quartus fletum, amorem, Primus festivitatem, nuptias, comessationes; Secundus modestam hilaritatem, colloquia, narrationes; Quintus Panegyres, exclamationes, fiduciam, spem; Sextus devotionem, dolorem magnum, &c.

Et

Et jam tempus est, ut ad principium revertatur oratio. Nam illud admonendus est lector philosophus; quòd Musici nostri omnes promiscuè affectus in omnibus Tonis exprimunt, id ipsos ita & facere, quia omnis promiscuè cantus voluptatem parit auditori, alacritatem requirit in authore; & posse facere quia instrumenta ciendis affectibus plura sunt, partim initio recensita, quæ passim per omnes promiscuè Tonos adhiberi possunt. Si tamen omnia præsidia studuerint adhibere, ad idem intentum facientia; non facilè negligent Tonorum delectus, ad affectuum hypothesin idoneos. Verùm ij viderint de eo, quod est illorum praxi permissum; mihi hactenus Theoreticè processisse sufficiat.

CAPVT XVI.

Quid sit Cantus per Harmoniam, seu figuratus.

Etsi vox, Harmonia, veteribus usurpatur pro Cantu; non est tamen intelligenda sub hoc nomine, Modulatio per plures voces, harmonicè consonantes. Novitium enim inventum esse, veteribusq; planè incognitum, Concentus plurium vocum in perpetuâ harmoniarum vicissitudine, id probatione multâ non indiget. Videatur hac de re Vincentius Galilæus in opere Musices Italico. Solet quidem objici, relegatio cantus per Harmoniam, à Republica Platonica, quasi jam tunc ille fuisset in usu: at intelligitur locus de Organis, de Syringe, Vtriculo, Testudine, cùm una vox aut perpetuò intonat, aut intermittit, locum cedens appropinquanti dissonæ. In illo more nullum erat apud veteres majus artificium, quàm apud nostros utricularios.

His ultimis sæculis, hæc ratio canendi, Figurata ideò dici cæpit quia primi authores diagrammata non ita simplicia fecerunt, ut sunt in Chorali cantu: sed varijs usi sunt figuris & coloribus, & punctis; quorum signorum aliqua silentium, aliqua sonum imperant, quædam longum, alia brevem; aliqua ad Tonos, aliqua ad Modos mensurales discriminandos, ad Fugas, ad Repetitiones, & similia, adhibita.

Nobis igitur Concentus harmonicus sic definiatur; quòd sint duæ tres, quatuor vel plures voces seu Melodiæ Concinnæ & aptæ, quales Capite XIII. descripsimus, omnes ejusdem Generis, ejusdemq; aut cognatorum Modorum, sic simul incedentes; ut concordantias aut meras, aut brevissimo Concinnarum dissonantiarum interpunctu fermentatas faciant; non eas tamen perpetuo tenore identicas, nec easdé deinceps; sed ipsâ succesionum alternatione ad delectationem variatas. Quemadmodum enim est in proportione, Consonantia duarum vocum ad Vni sonum: sic est Cantus Harmonicus ad simplicem unius

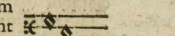
vocis

CAP. XVI.

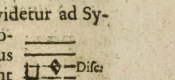
vocis Melodiam; à quo principio dependent omnia definitionis membra, quæ deinceps explicabo.

I. Primum igitur hic illud circa pluralitatem vocum occurrit adnotandum, quod Artifices vel maximè consentaneum Naturæ constituerunt, ut quamvis sæpe concinant voces benè multæ: omnes tamen quatuor solummodò nominibus appellentur, ad numerum perfectæ harmonicæ mediationis in uno perfecto systemate diapasôn. Discantum enim nominant, vocem acutissimam, Altum, quæ illi proxima, Tenorem è gravibus superiorem, Bassum infimam. Nam inter duas Diapasôn sonantes voces, duæ solùm intersunt medietates harmonicè simul consonantes cum extremis identisonis, ut capite III. explicatum.

Discant. Altus. Tenor. Bassus.



Quamquam origo vocabulorum istorum Italica, videtur ad Systema compositum magis respicere, ut in eo partes oppositas teneant Altus & Bassus, non ille quidem altissimus existens; sed quia hæ duæ crebrò (licet non in fine) faciunt diapasôn, illa quidem superior & acutior, hæc inferior & gravior. Sic Tenori, vocabuli origo dat Ideam & modulationem cantus simplicem, Discanto nomen dedisse videtur perpetua volubilitas & divagatio à plagâ, Tenori per diapasôn oppositâ. Itaque si comparemus partes Cantus Cap. XIII. ex Euclide allatas, etsi omnes illæ sunt Vocum omnium; Tenor tamè potissimùm in Ἀγωγῇ occupatur, Discantus in Πλοκῇ, Altus in Τονῇ, Bassus in saltu per intervalla harmonica; omnium verò quatuor communis est Πεπεία, insignior tamen in Alto.



Hæ proprietates quatuor vocum ex ipsa rerum Natura desumptæ sunt. Nam quia per definitionem traditam, concentus perpetuò mutandus est ex alio in alium; necesse fuit id fieri sic, ut intermediarum una, comparatione ad cæteras, in angusto Systematis spacio obversaretur. Nam si omnibus laxa ex æquo sit libertas, necesse est id consequi, ut inferior crebrò superioris oberret spacium & vicissim; fietque insana confusio, & irrita reddetur distinctio Vocum quatuor. Has verò angustias mediarum potius una debuit occupare, (Altus vel Tenor) quàm extremæ, Discantus vel Bassus.

Nam si tale quid in extremis factum esset; omnis intervallorum variatio in unam solam plagam versura fuit, puta vel in acutum vel in Grave. Melius igitur erat, Concentum ex aliqua intermediâ voce, velut uno partium ipsius termino, in angusto loco figi seu alligari; variationem verò intervallorum, ab ea partim sursum tendere, partim deorsum. Non debuit verò mediarum vocum, quæ est inferior, coarctari; quia Idea cantus, Tenori, mediarum inferiori, adscripta, debet & libera esse, & per mediam totius Systematis quantitatem incedere, ut sint voces circumstantes, nihil aliud quam illius colores & ornamenta seu Emblemata. Inferiora verò intervalla semper majora sunt superioribus cognominibus. Vt igitur Tenor medium quantitatis locum haberet, oportuit illum esse inferiorem ex medijs; atq; sic Altum

CAP. XVI.

in angustum oportuit redigi, non Tenorem. Restant igitur pro Discanto & Basso evagationes, sed cum hoc discrimine, quòd Bassus qui grave sonat, magnoq; motu & longis chordis exprimitur, tardis etiam mensuris, & magnis, eoq; harmonicis intervallis vagetur, Discantus qui acutum sonat, supervolitatq;, & brevibus chordis, celeriq; & angusti spacij motu elicitur, brevibus etiam, eoq; crebrioribus mensuris, minimisq; concinnis intervallis omnia pervagetur. Hæc igitur vocum proprietas est. Nunc & reliquas definitionis particulas declarabo.

Dissonantiæ.

II. Nam quod attinet primarium illud & præcipuum Cantus Melodici condimentũ, Dissonantiã; Primùm illas oportet desumptas esse nõ ex intervallo quocunq; ἀναρμόστῳ, sed ex intervallis concinnis. Nam quia voces singulares, ad communem concentum concurrentes, nulla admittunt intervalla nisi concinna, inter sonos deinceps succedentes; sunt verò ejusdem generis & Toni, ut in definitione præmissum: facile patet, si una aliqua inter tales constituatur harmonia (cùm harmonia omnis in concinna dissolvatur elementa) nullâ singularum divagatione ab Octavæ suæ radice fieri unquam posse, ut binæ inter se aliud quam concinnum faciant intervallum; licet id non semper sit consonum. Secundò etsi præstantes artifices utuntur interdum dissonantijs majoribus, sic ut dissonans vox tono integro distet ab illa, quæ consonantiam faceret; id tamen non fit aliter nisi ad gravissimos animi motus exprimendos & eliciendos. Ordinaria verò, & cum jucunditate conjuncta eòq; naturalis quodammodò dissonantia, semitonio conficitur. Hujus rei causa rursum, ut respondeant ultima primis, repetenda est ex penitissimis Geometriæ fundamendis, ex cap: I. Axiomatibus II. & III. exq; libro primo & contemplatione Quindecanguli. Cum enim semitonium contineatur numeris 15. 16. & verò non tantum Sedecangula figura demonstrationem habeat, sed etiam Quindecangula: parum equidem abfuit, quin 15. 16. nobis definiret proportionem harmonicam, nec minus & derivatæ ab ea 15. 8. & 15. 4. & 15. 2. & 15. 32. & 15. 64. ante omnes 15. 1, illæ sc. quas creberrimè componistæ admittũt, ad dissonantias legitimas conformandas: nec erat nobis exceptio alia, quàm hæc, quòd demonstratio Pentekædecagoni non esset conformata numero angulorum figuræ immediatè, vt cæteræ, eòque non propria, sed ex differentibus figuris, Trigono & Pentagono transsumpta, & sic mutuatitia & remotissimi gradus: item, quòd angulus quidem Pentekædecagoni congrueret alijs ad implendum locum planum, at tota figura cum omnibus angulis congruentiam non admitteret. Cùm igitur 15. 16. & sociæ, ratione causæ conformantis tam propè Consonantias accedant; quid mirum illas etiam vsũ crebro inter consonantias admisceri. Contrà verò Toni 8. 9. & 9. 10. alteris terminis Nonangulo participant, figura penitus indemonstrabili. Quare non suaves sed omninò horridæ sunt dissonantiæ, per illos, eorumque socias proportiones (4. 9. & 2. 9. & 1. 9. & 9. 16. & 9. 32. sic 9. 5. & 18. 5. & 36. 5. & 9. 20. & 9. 40. &c.) admissæ; multòque horridiores, quæ ex Tritono, & mutilo Diapente, similibusq; intervallis cõflantur: de quibus vide

Vide Ioannis Mariæ Artusij Bononiensis lib. II. de arte componendi, qui totus est de dissonantijs.

Vis Pentekædecagoni in delectu dissonantiarum.

Artu-

CAP. XVI.

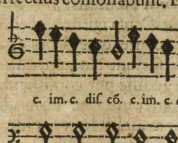
Artusium: oriuntur enim post Tonos, Majorem & Minorem & Semitonium, sc. ex horum ut Elementorum compositione non naturali: semper autem quantum à Natura, tantum à suavitate discreditur.

Tertiò cæteras dissonantiarum leges alterum earum nomen insinuat, cùm Syncopæ appellantur: etsi hoc est commune accidens tam dissonantiarum, quàm imperfectarum consonantiarum, sed nunc de dissonantijs agimus. Ordinariè enim hoc tenent, ut eâ utantur ceu fermento aut sale aut acero in Opsonijs; scilicet, ut ex illis non fiunt integra fercula; sic etiam hîc non totæ cantiones, nisi magnę emphaseos causâ, scatent dissonantijs; nec cum ipsò tactus principio vox una aliqua incipiens incurrit in cæteras consonantes, ipsa dissona: sed furtim & veluti tergiversata, dissonantiam admittit; dum in uno loco systematis, quem occupavit sublato tactu, & sic posteriori minusq; principali parte tactus incipiens sonum certum, consentientibus reliquis, post illas finitas, ipsa diutius & ultra principium sequentis tactus moratur, sic ut voces aliæ omnes, plærumq; graviores ipsâ (ut illa sc: parvitate & imbecillitate & celeritate, quippe acuta existens, minus obstrepat) communi concentu ad principium tactus sequętis, locum occupent ab illius loco dissonum, priusquàm ipsa illo suo loco excesserit, indeq; illam veluti lentam expellant, inq; inferiorem plerumq; protrudant: qua occasione etiam concordantijs & clausulis, quæ dissonantias absumunt, natum esse nomen Cadentiarum, videtur. Syncopatio. Cadentiæ.

Quin etiam hoc observant, ut pugna Dissonantium ordinariè committatur non tam crebrò ex intervallo propinquo, & inter secundas, quàm inter septimas: ut ita vox superior, depulsa hoc pacto de illo suo loco, per Semitonium aut Tonum defluat ad sextam, aut evolet ad Octavam cum prævertentibus designandam.

Sunt & aliæ dissonantiæ creberrimæ, minus artificiosæ, cùm vox gravis continuat sonum suum, manens in unisono, at vox acuta ab illius soni gravis diapason, excurrit celeribus sonitibus, ad aliquam per diapēte vel diatessaron illi consonam, per loca concinna intermedia omnia pervolitans, sic ut alternis consonet dissonetq;: semper autem ordine prior consonat: dissonātia & brevis est, quippe in transcensu, & in sono, qui est ordine posterior: ut si Tactus proportionis duplæ, quinq; Discanti sonos cum uno Bassi copulet, prima, tertia, quinta Discanti consonabunt, secunda & quarta dissonabunt, aut imperfectius consonabunt. Ecce. Dissonantiæ vulgares.

III. Hujus igitur rarioris mixturæ, ratio est eadem naturalis, quæ illius alterius frequentissimæ & perpetuæ; dum variātur Consonantiæ. Quemadmodum enim in simplici Melodia, deductio vocis unius singularis, à radice systematis, per intervalla dissona, sed Concinna tamen tendit ad loca harmonicè contemperata Radici, inq; iis immoratur: sic concentus melodicus, ab unisono ferè incipiens, per Concordantias minores, vulgò imperfectas dictas, aut etiam per dissonantias has, tendit ad ma-



Alternatio consonantiarum.

CAP. XVI.

jores & perfectas consonantias, & plerumq; (præsertim in fine) ad Identisonantiam.

Imperfectæ consonantiæ.

IV. Rursum sicut in Cantilenis simplicibus earum linguarum, quæ Rhythmo constant & longitudine vel brevitate syllabarum, brevium quidem ratio habetur non magna; longas verò syllabas, & fines versuum, ad loca primo sono consona dirigimus: sic etiam in concentu, sunt consonantiæ, minores dictæ & imperfectæ, quas cursim pervolitamus: sunt & pfectæ, ad quas tendimus, quæ ideò dictæ sunt Clausulæ.

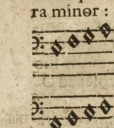
Clausulæ.

Perfectæ nõ deinceps locandæ.

V. Amplius sicut ipsæ Consonantiæ singulæ seorsim consideratæ, sunt eo nomine gratæ, quòd non planè identicè sonant, sed figuratæ sunt q.-dammodò & diversisonæ, & latitudinem aliquam qualitativam occupantes in auditu, naturam trahentes à figuris planis regularibus, à quibus & oriuntur: sic jam Concentus Harmonicus, seu sequela plurium Harmoniarum perpetua, sine earum varietate gratiam omnem perdit.

Cur duo dimpente &c. deinceps.

Ex hac explicatione definitionis, causæ tradi possunt legum, quas observant Componistæ in coaptandis concordantijs. Nam quæri potest, Quæ sit causa naturalis, cur licitum sibi putent, Tertias & Sextas naturales aliquot ordinare deinceps; Quartas & Quintas & Octavas & similes, ex speciebus singulis aliquot, non admittant deinceps?



Respondeo, causam hanc esse, quòd Tertiæ vel Sextæ se mutuò consequentes altitudine, sint plerumq; reverâ diversæ, una major, altera minor: & quamvis interdum duæ Tertiæ minores proximè consequantur invicem; sunt tamen minimæ consonantiæ & imperfectæ. Canat enim primus *Vt Re Mi Fa*, secundus ijsdem Temporis articulis *Mi Fa Sol La*. quatuor se mutuò consequuntur Tertiæ; quarum prima *Vt Mi*, est major; secunda *Re, Fa*, & tertia *Mi, Sol*, sunt minores; quarta *Fa La*, rursum est Major. E contrario, Quartæ omnes habentur vulgò pro intervallis magnitudinis ejusdem; ut & Quintæ, & multò maximè Octavæ. Itaq; si hæ perfectæ concordantiæ plures ejusdem speciei ordinarentur deinceps, altitudine differentes, Cantus consonantijs varius non esset.

Sed alia præcipua causa impedit, Quintas aliquot ordine in altum cani, quæ non impedit cani Octavas: de quo quærendum sibi putavit Aristoteles in problematibus: Cur modulentur Octavas, (verbi causa, Mares cum Fœminis, Viri cum Pueris) Quintas & Quartas non modulentur? Causa igitur hæc est, Quod cùm duæ Tertiæ faciant consonantiam Diapente, duæ Octauæ, consonantiam Disdiapason: contrà duæ Quintæ faciunt Nonam, duæ Quartæ Septimam, intervalla dissona. Vox ergò illic per consonantias Octauas & Tertias decurrens æqualiter, manet in Tono seu modo, observans eandem speciem Octavæ: hic si per æqualia decurrat, modum vel Tonum mutat insigniter, quòd est contra definitionem.

VI. Circa delectum concordantiarum aliqua etiam sunt notanda; primò quòd in genere magna intervalla magnos animi motus exprimant; (vt in illis Orlandicis, *Vbi est Abel*, & *Tristis est Anima mea*) parva & alta, læta; humilia & parva, tristia.

Deinde

CAP. XVI

Deinde cùm cantus harmonicus plerunque desinat in Identisonantiam: ut igitur magnum, pro hypothesi textus, intervallum in fine complectamur; oportet non Bassum tantum descendere, sed etiam Discantum, contra naturam finiendi cantum, ascendere, imitatione fistularum & chordarum Panduræ. Atque tunc vel maximè enitescit vis semitonij, priori capite explicata; quòd naturalis & ordinarius finis cantionis per ascensum, amat in fine superare semitonium, in ijs quidem Tonis, qui non habent semitonium proximè supra radicem suæ Octavæ.

Tertiò quæstione dignum censuit Galilæus, cur Diapente epi diapason jucundiùs sonet, quam Diapente simplex, & sic consequenter, semper una Harmonia sit jucundior alia. Causas, quas ipse attulit, non est operæ examinare, cùm obscuræ & incertæ sint. Ex meis verò principijs causæ hujus rei apparent clarissimæ. Nam quia per Axioma II. capitis primi, gradus scientiæ, quibus differunt inter se latera figurarum, transplantantur etiam in ipsas proportiones, figurarum soboles: consentaneum equidem est, ut etiam illi gradus, quibus distant & Partis circuli, & Residui demonstratio, discriminent suavitatem & Partis & Residui. Ergò quæ Harmoniæ existunt immediatè per ipsam sectionem circuli, quæ sc. sunt inter Totum & Partem rescissam, perfectiores & jucundiores sunt ijs, quæ sunt inter Residuum & Totum, quæ demum derivantur ex prioribus, per admixtionem Identisonantiarum ex bisectione vel duplicatione Chordarum. Sic 1. 3. primas tenet, est igitur jucundior, quàm 2. 3. & 1. 6. quàm 5. 6. & 1. 5. quàm 4. 5. & 1. 4. quàm 3. 4. & 2. 5. quàm 3. 5. & 3. 8. quàm 5. 8. Priùs enim Pars fit consona, per se ipsam, non propter Residuum; posteriùs, & sic imperfectiùs, Residuum demonstratur esse consonum, scilicet propter Partem sociam vel alienam. Cur magna intervalla jucundiora

Reliquas artis Compositoriæ Regulas, Artificibus ipsis relinquo comprobandas, aut rationem earum reddendam. Mihi enim quæ huc usque disputavi, abunde sufficiunt, cùm ad naturam Cantus illustrandam, primis saltem & generalibus ejus fundamentis in Natura monstratis, tum maximè ad speculationes libri V. sequentis: cujus libri materia mihi unicus in toto opere finis est propositus. Astronomus enim ego sicut de figuris regularibus disputo, non tam geometricè (nisi ubi illa adhuc incompleta visa est) quam astronomicè & metaphysicè; sic etiam de cantus proportionibus scribo non tam musicè quàm geometricè, physicè, deniq; ut prius, astronomicè & metaphysicè; quia sicut corporibus quinq; regularibus ex Geometria, sic etiam Proportionibus, totoq; apparatu Harmonico ex Musicâ, opus habeo ad explicandas causas proportionis Orbium cœlestium, Eccentricitatumq; & motuum in Apsidibus. Artem verò componendi cantus, quæ praxis est Musica, nequaquam profiteor; quam ex Artusij supra dicti, exq; Sethi Calvisij, amici quondam mei libris, de arte compositoria Cantus editis, rectiùs qui volet petet: quos ipsos tamen, non quòd optimos putem, sed quia alios non vidi, nomino. Scopus totius hujus operis.

De tribus Medietatibus

Digressio Politica.

Vide locum pulcherrimum in Bodino de Repub:

FOlio 29. linea 9. paragraphus sequens loco suo excluſus est, quod operæ foliæ exemplaris incautè distribuissent. (quippe 7. 10.)

Neque tamen ob id reprehendendi sunt authores, qui proportiones hujusmodi titulo Harmonicarum, in Remp. recipiunt. Nam etsi paucæ ex sic formatis, meras Harmonias definiunt, reliquæ omnes ab Harmonijs alienæ sunt: omnes tamen hujus definitionis hoc habent, quod contemperatæ sunt ex ambabus proportionibus, Arithmeticâ & Geometricâ: ex quâ contemperatione ineſt illis hæc in Rep. aptitudo. Viciſſim verò in Rep. ſi qua vis eſt Harmonicarum, ut Harmonicæ; neque noſtræ medietates Harmonicæ ſperni poterunt, quas laxiori definitione ſic trado:

Medietas Harmonica quid verè ſit.

Quòd ſit omne id, quod intercedit inter duas voces conſonantes, conſonans & ipſum cum illarum utrâq;. In ſectionibus igitur &c.

Hactenus omiſſa. Cum autem Bodini meminiſſem in margine, jamq; finito libro tertio, & addito ſuperiori paragrapho, ſatis operatum eſſe Mathematicis ſpeculationibus cenſuiſſem: ſin tâ hac ſpinoſa materia, placuit ex ipſo Bodino præcipua diſputationis hujus politicæ capita tranſcribere, verbis & ordine ut plurimum ex meo loci illius captu conformatis: ut & lucis aliquid afferrem loco per ſe obſcuro, quippe Bodinus ex Mathematicis diſciplinis non ſatis ad hanc ſpeculationem præſidij attulit: & ut tædium moroſarum demonſtrationum Mathematicarum, quibus totus liber conſtat, interpoſitione popularis jucundæ materiæ lenirem, uſusq; ejus non nullius in cognoſcenda Rep. guſtum exhiberem. Incipiam autem ab explicatione rei Mathematicæ fuſiori, adq; lectoris non Mathematici captum accommodatiori.

Quando numeris aliquot, non attentâ eorum magnitudine, adduntur æqualia, tunc eſt proportio Arithmetica. Vt

	3.	9.	5.	10.	17.	38.
Adde	3.	3.	3.	3.	3.	3.
	6.	12.	8.	13.	20.	41.

Quantum enim 6. major eſt quàm 3. tantum (totidem ſc. unitatibus) 12. eſt major quam 9.

Hæc proportio in hoc exemplo eſt disjuncta. Ergo proportio conjuncta vel progreſſio arithmetica eſt, quando initio facto ab aliquo numero quocunq;, adduntur illi æqualia continuè.

Vt 3	vel	38
3		3
6		41
3		3
9		44
3		3
12		47

Cum ergò inter 3. 6. 9. 12. item inter 38. 41. 44. 47. ſit progreſſio continua arithmetica; ſit ut trium talium numerorum deinceps locatorum medius appelletur Arithmetica medietas; ut inter 6. 12. Medietas eſt 9. inter 38. 44. Medietas Arithmetica eſt 43.

Quando verò numeris aliquot, attenta eorum magnitudine adduntur ſimilia, tunc eſt proportio Geometrica.

Vt

Vt

Politica.

3.	9.	5.	10.	17.	38.
9.	27.	15.	30.	51.	114.
12.	36.	20.	40.	68.	152.

Nam ſicut ad 3. additur triplum 9. ſic ad 9. additur triplum 27. quod eſt tanto majus quàm 9. quanto 9. eſt majus quam 3. & quanto 15. eſt majus quàm 5. &c. Sicut ergò 3. ad 12. ſic 9. ad 36. Et ſicut 3. ad 9. ſic 12. ad 36.

Rurſum hæc proportio in hoc exemplo eſt disjuncta. Ergo proportio Geometrica conjuncta ſeu progreſſio eſt, quando initio facto ab aliquo numero, ſemper additur illi vel pars vel multiplex ſimilis.

Vt	3	10	8
	9	30	4
	12	40	12
	36	120	6
	48	160	18
	144	480	9
	192	640	27

Ad initialem additur triplum in duobus primis exemplis, dimidium in tertio: Rurſumque ad eum qui hinc eſt natus, additur eadem multiplex vel pars. Ergo ut 8. ad 12. ſic hic ipſe 12. eſt porrò ad 18. ſic etiam 18. ad 27. Ubi 12. eſt medietas Geometrica inter 8. & 18. Sic 18 medium Geometricum ſeu proportionale eſt inter 32. 27. &c.

Hæc prius ſunt cognoſcenda, ut intelligatur, quid ſit proportio Harmonica. Nam illa ſic definitur à Bodino, quòd *in ea Rationes æqualium & ſimilium ſint modicè confuſæ*, id eſt rationes priores arithmeticæ, & poſteriores Geometricæ.

Porrò hæc definitio vera non eſt. 1. multi enim modi ſunt etiam in numeris non harmonicis, quibus modis rationes æqualium & ſimilium poſſint eſſe modicè confuſę: neq; tamẽ hoc ſufficit, ut ſit proportio harmonica; oportet enim accedere alias etiam numerorum habitudines, ex cap. I. II. III. petendas. 2. Multæ viciſſim ſunt copulationes numerorum harmonicæ, in quibus neq; æqualium neq; ſimilium rationes continentur. 3. Quin etiam ſunt harmonicæ proportiones, in quibus eſt ſimplex Geometrica proportio, ut 1. 2. 4. etſi Identicæ ſunt, nec gratiam ſolę pariunt præcipuam: adeò ut Bodinus neget illas ex ſeipſis efficere concentum ullum, intellige figuratum: ſunt viciſſim aliæ harmonicæ proportiones in quib⁹ eſt ſimplex Arithmetica proportio ut 1. 2. 3. ſic 2. 3. 4. quas etiam Bodinus ſui oblitus pro harmonicis agnoſcit, etſi nihil habeant analogiæ Geometricæ admixtum. Sic 3. 4. 5. ſic 4. 5. 6. ſic 1. 3. 5. ſic 2. 5. 8. &c. quas poſteriores Bodinus perperam negat harmonicos efficere concentus, authoritate veterum contra ſenſum auditus inſurgens.

Eſt ea

DIGRESSIO. Est tamen assertio vera quadamtenus de ea proportione, quam veteres falsâ persuasione dixerunt Harmonicam. Dico, quadamtenus; si nimirum pro *Rationibus æqualium*, intelligas Mediationes Arithmeticas, in alios numeros transformatas, in quibus non sit expressa æqualitas Excessuum actualis, quæ erat in primis tribus. Nam Veterum Harmonica Medietas propriissimè sic definitur, *quòd sit excessuum inter tres numeros, eadem proportio, quæ extremorum*, ut in 3. 4. 6. Quicunq; tales tres numeri sunt, sive verè sint harmonici, sive non sint, semper in ijs verum est, *rationes æqualium* (seu potiùs arithmeticas) *& similium*, (seu Geometricas) *esse confusas* uno certo modo. Modus autem est hic. Datis extremis, ut 2. 5. datur medium arithmeticum, quod ne fractionem habeat, sumantur hic extremorum dupli 4. 10. horum medium arithmeticum est 7. Iam in tali mediatione arithmetica 4. 7. 10. excessuum 3. 3. æqualium, semper constituuntur duæ proportiones, una maior, inter terminos minores 4. 7. altera minor, inter majores 7. 10. Qui jam vult mediationem Harmonicam efficere ex hac Arithmeticâ mediatione, & ei aliquid admiscere Geometricæ mediationis, is ponat
7.10. 4.7. minorem proportionem loco priori, & majorem loco posteriori, sic & quærat numerum, qui sic habeat ad 10. sicut 4. se habet ad 7. erunt tres numeri sic 7. 10. 17½. in integris inter se primis 14. 20. 35. Huic trigæ est admixtum aliquid de Arithmetica progressione, non manente tamen ejus æqualitate expressâ. Nam vtraque proportio mediationis Arithmeticæ inter 4. 7. 10. collata huc est, tantùm situ mutato: sicut enim ibi priores termini, scilicet 4. ad 7. sic hic posteriores 20. ad 35. Et sicut ibi posteriores 7. ad 10. sic hic priores 14. ad 20. Est eidem vicissim etiam admixtum aliquid de Geometrica mediatione. Nam minor proportio, 7. 10. posita est ad terminos minores 14. & 20. major 4. 7. ad majores, 20. & 35. & denique fit, vt sicut est minimus terminus 14. ad maximum 35. sic sit differentia minor 6. ad majorem 15. Hæc omnia verò sapiunt similitudinem aliquam Geometricæ proportioni familiarem; quia in ea ut minimus terminus ad medium, sic est medius ad maximum.

Hæc tenenda sunt ex Mathematica: quæ Bodinus non satis videtur percepisse, dum Harmonicam proportionem proponit in quinque numeris 3. 4. 6. 8. 12. deque ijs affirmat, *quòd æqualia & similia spacia quodammodo temperata existant*. Nam cùm videret excessus esse 1. 2. 2. 4. æqualitatem expressam agnovit in 2. 2. similitudinem in 1. 2. 4. Atqui in definitione veterum sufficiunt tres: nulla etiam in eâ cõtinetur temperatio æqualitatis expressæ cum similitudine. Nam in 3. 4. 6. nulla est æqualitas expressa excessuum.

Iam est operæ precium, videre, quomodo Bodinus, qui hac in materia copiosissimus est, applicet ista ad Moralia & Politica variè: Cui plerumque hoc accidit, vt pro Harmonicis mediationibus tàm veterum, quàm veris, meras compositiones proportionum Arithmeticarum & Geometricarum arripiat, vitiosæ suæ definitioni innixus: quod sicut statim initio præfandum fuit, ita in sequentibus sæpius erit iterandum.

I. Cum tres sint Politiarum formæ, Popularis Optimatum & Regia; popula-

pularem ille comparat Arithmeticæ proportioni, Optimatum Geometricæ, Regiam Harmonicæ. Nam sicut in Arithmetica æqualia sunt incrementa numerorum omnium, tam magnorum, quàm parvorum, sic in Rep. populus vult æqualia esse omnium onera, & commoda, & honores, & magistratus; nec vult tolerare respectum ullum personarum; vult exempli gratiâ omnibus esse jus venandi, sive nobiles sint, sive ignobiles, sive divites, sive pauperes. Quod si qua res est, quæ non patitur divisionem inter multos; eam populus vult sortiri; quia sors cæca est, non internoscens nobilem ab ignobili, divitem à paupere, benè meritum ab immerito, virtuti deditum à vitioso, ingeniosum à stupido. Tum demùm enim aliquis se putat æquari cæteris, si cum ijs sortitur super talibus, sive jam bona, sive mala sorte adipiscatur. Vbi sortis loco possunt esse etiam alia acquirendi media; ut si electio permittatur ei, cujus nihil interest, aut qui personas non respicere creditur. Ita Romæ Consulatus erat communis omnium certi ordinis; eumque licebat petere à populo, at non largitionibus, ne corrumperetur populus, & divites præferrentur tenuioribus. Etsi in hoc casu tacito consensu respicitur virtus, deque ea & de benè meritis, judicium permittitur populo. POLITICA.

E contrariò sicut in Geometria, Excessus numerorum assimilantur numeris ipsis, ut magnus numerus magnum habeat excessum, parvus parvum: sic in Optimatum Rep. distinguuntur personæ, distinguũtur & onera, præmia, Magistratus, munia; & præstantissima reservantur Optimatibus, reliqua relinquũtur populo. Vbi necesse est, seorsim inter singulas factiones admitti etiam arithmeticam proportionẽ: de ijs enim quæ sunt populi, sortientur omnes, qui sunt in populo; de ijs, quæ Optimatum, omnes Optimates. Nisi enim hoc fiat, perpetui erunt etiam in populo gradus Optimatum, usque ad imam populi fæcem; perpetui etiam inter Optimates, usque ad Reip. Principem; qua ratione Resp. non erit, sed Regium civitatis genus.

Regius verò status, etsi vel maximè proportioni Geometricæ assimilatur; eo quod omnia jura Majestatis Regi reservantur, sicut ipse vel Nobili prosapia, vel armis vel virtutibus præstat cæteris omnibus: gubernandi tamen ratio in hoc statu rectissimè potest temperari ex utroq; Proportionis genere. Nam unus Rex arbiter omnium, non cœco impetu, ut fors, sed virtutis, meritorum, ordinis, graduumq; rationibus, qua licet, omnia inter Optimates populumq; dispensat, omnes justitiæ distributivæ & commutativæ partes exsequitur; quæ utriusque proportionis conjunctio Bodino sufficit ad proportionem Harmonicam constituendam; at juxtà omnia consilia non tam ad singulos, vel Ordines vel homines, quàm ad totum Civitatis corpus, ejusque salutem mutuamq; charitatem & concordiam refert; non secus ac si in numeris, proportiones ab æqualitate & à similitudine non nihil deflexæ, sic ut illæ destruantur si est opus, ad communem omnium harmoniam referantur: quomodo meis medietatibus Harmonicis utetur.

II. Ex Cyri pædia exemplum proponit Bodinus, quo omnia tria genera proportionis explicari possunt. Cyrus puer, cùm hominem pro-

Digressio.

Judicium Cyri pueri.

cerum curtâ tunica indutum conspicatus esset, pumilum juxtà tunicâ laxâ, censuit commutandas illis esse tunicas, ut cuiq; quod commodum esset obveniret: Magister cuiq; suum relinquendum edixit. Quod si procero fuisset injunctum, ut pumilo aliquid pecuniæ solveret, & sic demum permutatio fieret: optimè conciliatus fuisset Magister discipulo. Hic Cyrus Geometricam ursit proportionem, admensus corporibus vestes, Magister arithmeticam, possessiones utriq; suas tuitus: at tertius ille, respexisset utrumq; simul, tam corporum indigentiam, quàm copias cuiq; suas salvas: itaq; Harmonicam in sensu Bodini asseruisset proportionem, quippe ex utraq; priorum mixtam: harmonicam verò etiam in sensu meo; quia non dubitaret, alteri quod esset panni superfluum, alteri pecuniam eripere, ut utriq; consuleretur: quia commune utriusq; commodum comparatur suavitati concentus. Accidere autem dixi, ut interdum Geometrica proportio sit etiam harmonica, ut 1. 2. 4., sicut hic commodum est, ut procerus longam vestem habeat; interdum verò Arithmetica proportio est etiam Harmonica ut 2. 3. 4.: sicut hic commodum est, ut possessor longæ vestis pumilus, retineat quidem suum, sed in pecuniam commutatum, qua rectius uti potest, quàm superfluo vestis.

Justitiæ species.

III. Cùm gubernandi rationes omnes complexa sit justitia, ex Aristotele allegat partes ejus duas, commutativam in æqualitate arithmetica versantem, distributivam in similitudine Geometrica; Ipse tertiam speciem justitiæ suadet ex utraq; priorum conflatam, quæ & rerum copiam certis personis viliori precio vendi vult, quàm cæteris, & non semper magnis magna distribui: & sic, utrumq; genus justi violari quadamtenus, si salus universorum id postulet, aut si commodum inde publicum emergat. Non benè conflatur proportio ex speciebus duabus alijs, si utramq; peremit. Est igitur applicatio hæc meis mediatibus Harmonicis aptior. Vt in numeris 2. 3. 5. nec arithmetica est excessuum æqualitas, nec Geometria progressio, est tamen inter eos Harmonica.

Hucin fine libri Poetas accommodat, qui Themidis (quæ justitia est) tres fingunt filias Εὐνομίαν, ἐιρήνην, εἰρήνην: Leges, Æquitatem, Pacem, quasi trium proportionum Tutelares, Arithmeticæ, Geometricæ, Harmonicæ.

Leges connubiales.

IV. Leges connubiorum, præcipuum civitatis vinculum, luculentum exemplum submini strant trium proportionum. Si Patricij patricias ducere jubeantur, plebeij plebejas, Geometrica similitudo est. Sin jus omnibus promiscuè connubia vel sorte quærere, vel formâ, opibus, virtute, sine generis respectu, contendere quantum possis, nec ulla conditio vetita: hæc erit æqualitas arithmetica. Verùm ibi civium animi divelluntur in factiones, hîc confunduntur ordines; utrumq; perniciosum Reipub. Suadet igitur Bodinus, Patricijs tenuioribus interdum permittere connubia plebeia opulenta, Plebejis divitibus patricias inopes. Hoc enim utriq; ordini commodum, nobilibus quidem, ut aucti opibus tueantur locum quem obtinent, & fœminæ hujus ordinis maritentur; plebi verò, ut patefacto ad honores aditu, virtuti

dent

dent operam; deniq; Reip. ipsi, ut Ordines mutua sese charitate com- POLITICA
plectantur.

Rursum hic peremit Geometricam Analogiam, ut Harmonicam efficeret, neq; tamen eam ad meram æqualitatem Arithmeticæ progressionis redegit. Ut si 1.3.9. Geometrica perimatur, fiatq; 1.3.8. quantum hic recessum est ab 1.3.9. tantum illic derogatum patricijs: & quãtum in 1.3.8. quorum excessus 2.5. (cum prius essent 2.6.) accessimus ad progressionem arithmeticam 1.3.5. (quia horum excessus 2.2. æquales) tantum illic datum plebi: ut in numeris quidem Concordantia constitueretur inter 1.3.8. in Rep. verò concordia inter Patritios & plebem, manente tamen distinctione ordinum. Hæc commutatio 1.9. in 1.8. occurret libro V. etiam in cœlo ipsõ.

V. Inepta est Arithmetica æqualitas in Symposijs, si promiscuè omnes accumbant, nulla sexus, conditionis, ætatis, habita ratione: insulsa vicissim mera similitudo Geometrica. Nam si docti tantùm doctis jungantur, quid proderunt imperitis? si fœminæ solis fœminis, quæ voluptas? si clamosi clamosis, quis author ijs modestiæ? At si neq; cæcam æqualitatem admittas, neq; morosam similitudinem, sed misceas utramq;, modicè tamen & cum judicio rationis, proportio erit harmonica: Efficies enim, ut Series juvenum, Viri fœminarum aspectu gaudeant, juvenes prudentiâ senum, fœminæ virorum authoritate regantur, tetricos urbani excitent, vicissimq; & vereantur, nec in scurrilitatem sese profundant. Rursum hæc non compositio est integrarum specierum. sed violatio nonnulla, ut Harmonica existat. Lex Symposiorum.

VI. Ad arithmeticam pertinet æqualitatem, quòd antiquitus Patres cum plebe promiscuo consessu ludos spectare soliti; ad geometricam proportionem, quod postea Patres à plebe sejuncti. Hoc quidem sic est, si solos ludos consideres. At si universa Reip: commoda uno mentis complexu teneas; cùm ex ijs plurima Patribus vindicata fuerint ratione geometricâ, populo secluso: pertinuit equidem hæc ipsa in ludis, utriusq; ordinis exæquatio, ad contemperationem illam, sensu Bodini harmonicam totius gubernandi formæ: quippe qua & plebs deliniebatur, ut pueri solent rebus leviculis, adq; diligendos Ordines superiores invitabatur, neq; quicquam derogabatur dignitati ordinum. Quadrat etiam ad meas Medietates, quatenus proportio non tenetur, ut teneatur concordia. Priùs in certis personis Ordinum, derogabatur Analogiæ, nunc in certis præmijs. Consessus inludis.

VII. Amicitias animat harmonica contemperatio. Quod enim est in proportione Concordantia, hoc est in totius humanæ vitæ ambitu Amor, qui fundamentum est Amicitiæ. Quòd si mera æqualitas officiorum inducitur, lege arithmeticâ, nulla erit nisi inter æquales amicitia: et si inter inæquales mera & exquisita similitudo Officiorum Geometrica: neutrobiq; amicitia erit, sed ibi perpetua negociatio nundinatioq; officiorum, comodi sui causa: hìc necessaria Patroni & Clientis consociatio, nulla Amoris demonstrandi libertas, nihil spontaneum. Amicitia etsi consistere cum crebris injurijs non potest, leges tamen respuit, omniaq; ad sobrium & sanum Amoris arbitrium refert, nunc æ- Amicitia.

Digressio.

qualia rependens nunc proportionalia, est ubi neutra, semper talia, quæ pro re natâ facere videntur ad conservationem Amoris: qui etiam ut Harmonia dissonantijs, & ut ignis ferri stylo, foditur injurijs nonnullis, earumque condonatione gratuita vires renovat.

Regula Lesbia.

VIII. Æqualitatem Arithmeticam Bodinus pulchrè comparat Regulæ Polycleti ferreæ, quæ frangi priùs quàm flecti posset; similitudinem Geometricam, Regulæ Lesbiæ plumbeæ, quæ omnibus angulis accommodabatur. Ipse Harmonicam proportionem, suæ definitionis, adumbrat Regulâ ligneâ, quæ flectitur quidem, at è vestigio redit.

Leges Æquitas.

IX. In gubernatione omnis generis Politiarum, rigor legum & Judicis officium comparantur æqualitati Arithmeticæ, qua non tantum suum cuique ad amussim tribuitur, sed etiam pœnæ irrogantur delinquentibus æqualiter, sine personarum respectu, & qua astringuntur Judices ad leges, adq; allegata & probata, ut secundum eas judicet, etiamsi iniquæ leges videantur. Vicissim Æquitas, & arbitrium Magistratus merum, qui tamen bonus sit, & ex conscientia agat, Geometricæ Analogiæ naturam induit. At Bodinus Harmonicæ contemperationis exemplo, medium interponit officium vel superiorum Curiarum, vel omnium, vel summi Magistratus, quibus neque licet ex arbitrio agere mero; & tamè permittitur, ut leges pro ratione circumstantiarum flectant non frangant, & eas in judicijs secundum æquitatem interpretentur; ut tamen per singulares curiarum sententias nihil legi derogetur. Vult leges haberi similes suæ Normæ, ut cedant quidem in flexum, at statim redeant. Quamquam hoc loco Bodinus exemplo suo verum demonstravit, quod de Juris consultis affirmaverat antea; ipsos Mathematica ista propter sui obscuritatem minus percipere. Nam non quadrat ejus de Numeris disputatio ad normam nostræ disciplinæ; cùm ait, fieri non posse, ut Proportio Geometrica, quæ est inter quatuor terminos, ullâ terminorum transpositione pereat; eandemq; asserit analogiam esse in 6. 3. 4. 2. quæ est in 3. 2. 4. 6. Minimè 3. est ad 2. ut 4. ad 6. E contrario Proportionem Harmonicam putat turbari transpositione. Sanè, si proportionem inter duos terminos solos, agnoscit nullam, vincit.

Quid mihi proportio.

Hæc est n. nonnullorum subtilitas loquendi, conjuncta cum summa obscuritate, ut id quod Græci λόγον appellant, Latinè Rationem velint dicere, Proportionem verò, quod Græci Ἀναλογίαν. Vellem equidem id imitari posse, ut feci me memini ante hac: at λόγος Græcis nunq̃ in cõmuni usu loquendi sumitur pro voce εἶδος, Latinis verò Ratio creberrimè sonat causam, vel Modum. Oportet igitur tenere morem à Barbaris Græcorum Elementorum interpretibus introductum, & proportionis vocem tam pro λόγῳ quàm pro Ἀναλογίᾳ sumere; quod toto hoc libro crebrò facio.

Jam igitur distincta sunt, Proportio & Concordantia, & hæc illius veluti qualitas quædam, illaq; hujus subjectum. Concordantia verò inest Proportionibus primò & per se, quatenus illæ sunt inter duos terminos; non quatenus est inter plures terminos continuitas quædam pro-

proportionis. Et consonant duo proportionis termini non causâ situs, in quo prius est & posterius, sed quatenus simul pulsantur eodem tempore duæ chordæ; nec mutatur hæc concordantia, mutato situ characterum in scriptura aut in Testudine eversâ. Proportioni verò, quæ est inter tres vel plures terminos, accidit concordantia secundariò, propter singulares terminorum bigas: in quibus etsi mutari potest mutato situ, Analogia, id nempe, quod in illis est de Geometrica proportione admixtum; nequit tamen simul mutari qualitas Harmonica. Quare quod disputat Bodinus, quatuor ista, Legem, Legis actionem, Æquitatem, Magistratum, comparari quatuor numeris, Harmonica proportione colligatis; & quemadmodum transpositis numeris pereat concentus, ita si Processus forenses & exsecutio potiores habeantur Legibus, si Magistratus prior æquitate, civitatis harmoniam turbari: id quidem nulla ratione ad id quod in proportionibus est Harmonicum, sed simpliciter ad ipsarum proportionum naturam, quâ Geometricam quâ Arithmeticam, est referendum, hoc est, ad id proportionis genus, quod ex utraque temperatum, Veteres persuasione quadam infirmâ, Harmonicum appellarunt. Commune enim hoc est omnibus Analogijs sive simplicibus, sive mixtis, contrà quàm tradit Bodinus, ut vel mutentur in species alias, transpositis terminis, vel planè destruantur. Sed ad rem redeo. POLITICA.

Si merum arbitrium habet Magistratus gubernandi sine legibus, neq; legem observat Naturæ, neq; boni & innocentis viri officio fungitur: non magistratus erit, sed Tyrannus. Cùmq; bonorum Principum numerus oppidò parvus existat, non est consultum Reipublicæ, sese huic periculo committere, quoties renovatur magistratus. Etsi verò contingat illi bonus quandoque magistratus, diuturnus tamen esse status iste nequit: ac nec salutaris Reipub: quia ut bonus sit Moderator, prudens satis non semper erit, qui quid æquum sit, sine legum norma videat; & ut ipse videat sequaturque, quod rectum, cives tamen calumniabuntur etiam optima; nisi leges sint, quibus ille facta sua tueri ad populum possit: Cives legum disciplina sunt erudiendi, pœnarum imagine, quæ legibus præscribuntur, à malefactis absterrendi. Legibus igitur carere Resp. nequit. Legum necessitas.

Vicissim leges, Græco vocabulo Νόμοι, distributivam justitiæ partem signant; quæ in statu populari sequitur arithmeticam æqualitatem. Quod si omnia ad legum rigorem examinentur, iniuria fiet plurimis. Leges enim de factis statuunt, nullâ circumstantiarum varietate definitis; facta verò singula circumstantiis suis descripta sunt, quibus vel mitigantur, vel aggravantur: quarum cùm sit varietas: nullis unquam legibus illæ comprehendi possunt. Neutra igitur ratio per se sola tuetur Resp. sed miscendas docet Bodinus, ut & leges sint, sed paucæ, quia legum multitudo seges est uberrima litium; & multa Magistratus arbitrio reserventur, non facta tantùm singularia, sed etiam integræ nonnullæ factorum species, certæque aliæ legum materiæ, imprimis Æquitasque.

DIGRESSIO. pœnarum intensio & remissio, legumque ipsarum interpretatio, & ad facti circumstantias applicatio. Hic non de triplici Reip. forma, sed de uniuscujusque gubernandi forma triplici agitur; mera æquitatis ratio, soluta legibus, est aristocratica gubernandi ratio, etiam in Populari, inque Regio statu. Legum vincula, gubernationem popularem faciunt, etiam in Regio. At si Leges quidem sint, ijs verò derogetur in loco & tempore, pro arbitrio gubernatoris, à suma potestate constituti; gubernator iste, licet à populo detur, Regulum quendam agit. Tales plerumque Præsides Provinciarum, Is igitur aut leges observat, aut ex æquo judicat, eatenus, dum Reip. salus patitur: si secus, non dubitat exorbitare. Vt si quis proportionum species, quæ harmoniam faciunt, admittat, ut 2. 3. 4. vel 1. 2. 4: quæ dissonantiam, eas turbet, inque consonantes commutet, ut 1. 3. 9. in 1. 3. 8. & 3. 5. 7. in 3. 5. 8.

MULCTÆ. X. In legibus ipsis, quæ sunt de mulctis pecuniariis, ut plurimùm quidem arithmetica servatur æqualitas, ut mulctam legibus statutam solvat, quicunque deliquit, sive dives sive pauper. Videre tamen est, ubi & Geometrica similitudo sit, ut si mulcta cuique pro ratione census irrogetur, aut si temerè litigans aliquotam partem amittat æstimatæ litis. Sin autem inter locupletes omnes, major aliqua mulcta nuncupetur, inter tenues levior, eaque à singulis cuiusque ordinis exigatur æqualiter; temperamentum id erit proportionis, Bodino dictæ Harmonicæ. Non mutantur hic proportionum species, sed componuntur, aut distribuuntur potius in distincta subiecta, ad idem totum pertinentia.

LEGES SUMPTUARIÆ. XI. Leges vestiariæ plurimum habent de proportione Geometrica; ut quanto quisque altiori dignitatis gradu consistit; tanto preciosior ei permittatur ornatus vestium: æqualitas Arithmetica intolerabilis hic est. Quia tamen neque sola varietas ordinum, in vestitu distinctionem postulat, sed aliqua hic ratio habenda copiarum, aliqua meritorum; neque facilè omnes Ordines unâ lege possunt enunciari: temperamentum aliquod utriusque proportionis, partim legibus ipsis inseri solet, partim arbitrio Moderatorum permittitur. Id temperamentum Bodinus harmonicum censet, quia Harmonias coniunctione duarum specierum proportionis definit. Mihi harmonicum non, est cùm affectetur proportio alia, & exprimeretur perfectè, si posset.

PŒNÆ. XII. Idem ferè de ijs Legibus dicendum, quæ cùm de pœnis sint, personas illustres periculo capitis, Nobiles suspendio eximunt, pœnarumque genus commutant, more à plurimis gentibus recepto. Nam reus dignitatem quam habebat amittes graviùs hoc dedecore punitur, (Geometricâ lege observatâ) quàm si qui in dignitate nulla fuit, virgis cædatur publicè: itaque dissimilium pœnarum æqualitas quædam esse potest, & distributio Harmonica sensu Bodini, qui hic Aristotelem rejicit, qui in præmiis quidem Geometricam proportionem, in pœnis verò Arithmeticam servandam docuerat.

SATISFACTIO. XIII. Est & alia in Legibus pœnalibus observabilis proportio eodem temperamento; quæ non delinquentem attinet, sed personæ læsæ honorem & vindictam. Graviùs enim punitur qui Principem Civitatis, qui ve

qui ve unum è Collegio Electorum occidit, quàm qui agricolam; gravius qui liberum, quàm qui servum. Nam etsi hæc varietas ad Geometricam est referenda similitudinem inter personam & illatæ eidem injuriæ vindictam; rara tamen est: plurimum vicissim in pœnis homicidii æqualitatis arithmeticæ, præsertim inter Christianos, ex lege divina, qua homo homini æquiparatur, & sanguis sanguine rependitur. Hæc igitur utriusque generis rationum confusio pertinet ad Bodino dictam Harmonicam: Inprimis illud, quòd in lege divina sicarii omnes morte puniuntur arithmetica æqualitate, at genus mortis in potestate judicis est, Geometrico responsu, factis, circumstantiarum varietate dissimilibus, irrogandum; ut Bodinus refert, puto ex Rabbinis. POLITICA.

Neq; tam personis singulis læsis hæc pœnarum inæqualitas tribuitur, quàm saluti totius reip. quę omnes hostes patriæ impune occidi permittit, civium simul omnium salutem in Principis, Optimatumque incolumitate, inque tranquillitate publica conservata, tuetur. Sæpius autem dictum, Bonum publicum habere responsum quendam ad suavitatem concentus Harmonici. Quæ una summa lex, legum omnium mater, si observetur: Vt id sanctum & legitimum esse jubeatur, in quo salus vertitur Reip. jam statim constat de similitudine cum Harmonicis rationibus, ex mea ipsius etiam sententia descriptis, etiamsi nihil lex illa simile prætereà contineat neque Geometricæ, neque Arithmeticæ proportionum. Nam neque hi numeri 15. 20. 24. 30. qui Harmoniam continent dulcissimam, proportionem observant vel unam vel alteram: excessus enim sunt 5. 4. 6. neque æquales, neque similes proportione, terminorum proportionibus, sed neque eodem cum illis ordine crescentes.

XIV. Aliud exemplum, Geometricæ disciplinæ familiarius, affert Bodinus in Legum de mulctis interpretatione; ut quæ antiquitus statutæ sunt multæ pecuniariæ, pro ratione præsentis publicæ opulentiæ vel inopiæ æstimentur. Hic intolerabilis æqualitas Arithmetica omnium temporum; neq; tamen observatu facilis proportio Geometrica in omnibus. Itaque pro sua prudentia judex, proque rerum circumstantiis, medium sectabitur harmonicum, cavebitque ne vel leges violasse videatur, vel legum interpretatione malitiosa inopes opprimantur, locupletibus ac potentioribus peccandi licentia detur. Quin etiam eiusdem harmoniæ studio interdum pecuniariam, quæ contemneretur, in corpoream permutabit. Æstimatio mulctæ.

XV. Legem quæ fures suspendio punit, Bodinus eatenus probat, quod nititur ratione, ne fures augeantur, ut peccata quæ frequentia futura fuerūt, gravius puniatur, quod Geometricam sapit proportionem. Eandem reprehendit ob æqualitatem Arithmeticam. Frequentissima quippe actio furti per omnia oppida pagosque, judices plerumque plebejos habet, qui dum æqualiter omnes ad supplicia rapiunt, non intelligunt se iniquissimam inducere pœnarum inæqualitatem, dum peccatis circumstantiarum varietate inæqualissimis eandem pœnam irrogant. Plerisque reis de est judicij firmitudo, qua sibi magis ab infortunio, quàm à magnitudine sceleris cavere deberent: quos occasio, fames, Pœna furti.

DIGRESSIO. mes, liberorum studium, fiducia latendi, alienæ opulentiæ opinio, fures facit; cùm ipsum per se facinus, ad alia comparatum, naturali judicio vilipendatur, quod etiam lex divina, quæ quadrupli tantùm restitutio, ne furtum punit, confirmare videtur. Si tamen æquum & sanctum est, illam hominum partem, quæ dolis & tenebris nata, murium naturam refert, parietes perfodit, non fortunarum tantùm, sed etiam vitæ securitatem publicam turbat, Reip. potius causa, ut cæteras feras rapaces, minui; certè respectus Reip. ut sæpè dictum, respondet concentui harmonico, nec sine accuratissima temperatione harmonicâ, quæstio hæc exerceri debet; ne, dum Reip. consulitur, multis qui spem boni civis in posterum præbere possunt, vita temerè ob hoc genus criminis eripiatur.

XVI. Etiam illud in pœnis irrogandis ad Geometricam pertinet æquitatem, quòd pueri quàm adulti, juvenis quàm senis, fœminæ quàm viri pœna est lenior. Nihil hic iniquius æqualitate arithmetica perpetuâ; quæ tamen si adimatur prudentiæ judicis, pro re natâ usurpanda; turbabitur nihilominus Harmonica proportio.

Pœna excusati.

Relapsi. XVII. Harmonicam proportionem Bodinus in ijs legibus demonstrat, quæ cùm primum actum sceleris æqualiter in omnibus levi mulctâ ulciscuntur, veluti admonitionis loco, relabentes posteà gravius puniunt, tertiò peccantes iterum gravius, & denique morte plectunt. Est enim mixta æqualitas arithmetica in primo actu, Geometricæ proportioni in repetiti, eoque gravioris sceleris graviori pœna. Hæc Bodino compositio duarum in unam, visa est harmonicam constituere proportionem.

Talionis. XVIII. In genere quòd pœnæ sive legibus sive judicis arbitrio pro diversitate & magnitudine criminum dispensantur, universumq; adeò jus Talionis Geometricæ analogiæ tribuendum est: quòd quidam legislatores æqualiter inæqualia generibus peccata vindicant: arithmetica hæc ratio inter homines locum non habet, in Deo, cujus æqualiter omnes creaturæ sumus, querelis nostris ut reprehendatur, fas non est. At quòd legumlatores quædam leviora per se crimina gravissimis, irrogatione pœnarum, Reip. causâ exæquant, & quòd in jure talionis non dens pro dente, sed loco dentis æstimatum precium, de quo inter litigantes convenire potest, rependitur, nec ei qui mihi de duobus oculis unum eruit, cùm ipse unoculus esset, cæcitas mera infligitur, eruto suo: id Harmonicæ Bodino contemperationis est: Sic enim & singula peccata pœnas habent arithmeticè æquales; & diversa, pœnis etiam distinguuntur.

propositi. XIX. Qui conatus animi puniunt pœna non leviori, quàm si voluntatem consequatur effectus, & qui factum puniunt, à quo aberat animus, plebeiam arithmeticam æqualitatem vitio non levi stabiliunt, illic in dissimilibus animi conatibus, hìc in dissimilibus facinoribus. Qui distinguit hìc inter conatuum varias formas, ut pœnam sceleris habeat, qui omnia fecit, quæ animus meditatus ad eventum afferre potest, sive perpetraverit, sive scopo aberraverit; non habeat, qui occasionibus quidem insidiatus est; ad rem tamen, cuius imagine consceleratâ ad

rem

rem tamen, cujus imagine conscleratâ poterat absterreri, non venit: hic geometricam æquitatem observat: nec minus qui nudam persuasionem sceleris levius punit, quam in patratore scelus ipsum: & contrà qui authorem & impulsorem graviùs, quàm ministrum, ut qui alienum scelus patravit: qui denique levius eum, quem vis magna libidinis vel iræ trasversum rapuit, quàm qui quietior ab iis, omnia præmeditato animo peregit. Idem de eventuum varietate tenendum. Eandem pœnam meretur, qui viatorē spoliat triobolo, si animo magnę prędę inhiavit, quam, qui talentum eripuit: minorem contrà, qui cùm totum posset auferre pondus auri, modicū abstulit, quàm qui crumenam eripuit, in quâ pauculi asses. Has quidē Geometricas distinctiones Bodinus ad philosophicam criminum æstimationem refert; pœnas verò, quibus exempla publicè statuuntur, ad publicam tranquillitatem pertinentes, omnimodâ illâ æqualitate eximit: ut ita crebrius in facta, quæ in civium oculos incurrunt animadvertatur publicè; crebrius conatus à scopo aberrantes, quippe inconspicui vulgò, impuniti, aut levius quàm geometricè par erat, puniti transmittantur, ut crudelitatis minus penes judicem reperiatur. Tot respectus boni publici Harmonicum quid sapiunt. Politica.

XX. In judicio inque consultationibus Arithmetica est ratio suffragiorum, si ea numerentur; Geometrica, si ponderentur, seu gravitate ferentis, seu bonitate argumentorum: harmonica (Bodini sensū) mixtura fuit ap. Romanos, quorum Consulares sententiam oratione explicarunt, cæteri pedibus in eam ibant sententiam, quam probabant. Mihi quod necessitatis lege factum (nō sufficisset enim tempus audiendis omnibus) id Harmonicæ proportioni non videtur comparandum. Lex suffragiorum.

XXI. In commutativa justitia requirebat Aristoteles Arithmeticam æqualitatem. Bodinus nec hic analogiam exulare dicit Geometricam. Etsi exempla confusa videntur. 1. Vt si quis publicè scandalo dato etiam privatum læsit; privato quidem seorsim satisfaciet æqualitate arithmeticâ, nec plus ei pro re sua restituetur ab homine nobili, quàm ab agricolâ: exemplum verò pessimum aliter luet ille, aliter iste, proportione servata statuum Geometricâ. Quo loco conciliatur Aristoteles Bodino. Commutativa justitia

2. Quod verò bona eius, qui non est solvendo, pro crediti cuiusque magnitudine distribuuntur, sine creditorum respectu, dummodò tempore & qualitate crediti pares fuerint, id equidem proportione fit merè geometricâ; quod ut non negavit Aristoteles, ita omissum ab illo per incogitantiam videtur, rectèque à Bodino suppletum. Etsi hoc fundatur æqualitate arithmetica soluti & crediti, si Bona sufficerent. Nec tamen vetatur penitus superior magistratus harmonicâ contemperatione uti, & creditores inopes aliquatenus & pro renata, præferre locupletioribus. Creditores.

3. Illud etiam harmonicum quippiam (sensū Bodini) sapit; quòd gentium quarundam more res furto ablatæ non simplo pensantur, sed quadruplo, res aliæ quintuplo; æqualiter quidem ab omnibus, inæqualiter tamen diversæ res, in quibus æstimatur geometricâ ratione injuriæ diversa magnitudo, non nudum rei precium. Restitutio furti:

DIGRESSIO. Damna. 4. Evidentior est harmonica ratio in pensatione damnorum non dolo malo illatorum: ubi plurimum situm in contrahentium utriusq; factorum circumstantijs, quæ aliquando, vel legibus vel Magistratu jubente, æqualem & arithmeticam compensationem, aliquando nullam, est ubi & ex æquo & bono moderatam requirunt.

Arbitri. Hujus generis videtur & illud, quòd superior magistratus non ex æquo omnibus inter se jure experiri concedit, nec in causis omnibus, sed prout circumstantiæ fuerint, arbitros vel ipse dat, vel eorum electionem litigantibus permittit; ut vel utriusq; commodis vel Reip: consulatur.

Vsuræ. 5 Etiam usuræ ad commutativam justitiæ partem spectant; neq; tamen æquales omni hominum generi ab omnibus legislatoribus permittuntur; sed geometricâ mixturâ, inæquales diversorum ordinum personis, æquales singulis ordinum: quæ compositio Bodino harmonica est.

Remuneratio. 6. Egregiam exceptionem ab arithmetica commutationis æqualitate verbis Bodini exscribam. *Medicus ad calculum diviti detrahendum aureos sæpe D. accipit* (imò exigit) *ab egente verò X. aut V.* (imo nihil, ex formula juramenti Hippocratis): *ac siquidem arithmeticam aut geometricam undiquaq; Analogiam consectarentur, alter quidem calculo, alter fame interiret: sed harmonica ratione huic quidem opes, salus illi* (non equidem eâdem certitudine) *comparantur.*

Merces judicis. 7. Quam quidem ad rationem & judices suam operam & honorarium in causis disceptandis exigere consueverunt. Litium n. sæpe levissimarum difficultas major est, quam si de rebus gravissimis quæratur, judicibus tamen infructuosa. Æquum igitur est, ut ex rerum amplissimarum vindicijs adjudicatis plusculum exigatur mercedis: tunc scilicet, si judices non sufficiens à Rep. salarium capiunt, sed consilio minuendarum litium, ex partium litigantium tributis operæ locatæ compensationem quærere jubentur. Quanquàm hunc ego concentum Harmonicum authori Bodino Gallo remitto: penes nos Germanos judicia in præcipuis civitatibus & provincijs procul arcentur ab hujusmodi sordibus; nec ultra legum præscriptum quicquam licet exigere.

Hæreditatũ divisio. 8. Hæreditatem distributio æquabilis in capita sexus utriusq;, arithmeticis legibus peragitur: ut origine æquales, proportionibus etiam substantiæ ab eodem patre relictæ æquentur. At dum Reip: consulitur, prædia ad masculos, qui militiæ necessariæ sint apti, pecuniæ ad fœminas & ad personas deo consecratas devolvuntur, dumq; primogeniti cæteris vel majori portione, vel totius assis possessione præferũtur, reliqs vel portionibus inter se æqualibus, vel legato vel usufructu solo providetur ut imago quædam principatus, utilis reip: in familijs statuatur; id fit rationibus harmonicis, quæ interdum duræ sunt admodum & dissonantes, quoad singulos, quippe turbatâ arithmetica æqualitate: ad conservationem tamen universæ civitatis conspirant.

Formæ Reip. XXII. In populari imperio, quod ex Arithmetica æqualitate conformatum est, & in optimatum, quod ex Geometrica similitudine; sæpe tamen aliqua contemperationis ratio habetur. Utcùm Populus ipse

rerum

rerum potens, sponte sua patricijs potissimùm, honores, magistratus, sacerdotia mandat; aut cùm Optimates plebem honorum nonnullorum participem faciunt, fructuosissima munera solis plebejis concedunt, injurias eis ab Optimatibus illatas gravissimè ulciscuntur, libertatem tribuunt fruendarum voluptatum; quæ per se statum popularem sapit; suffragij quoddam jus plebi permittunt, in Candidatis ex gente Optimatum certo numero nuncupandis, ex quo numero ipsi postea Optimates, quibus volunt, Magistratus credunt. POLITICA.

Quæ communio, quandiu sponte ejus Ordinis penes quem summum est imperium, consistit; suavissimus concordiæ civium concentus durat: at si revocetur, primùm querelæ emergunt partis multatæ, deinde discordiæ, quasi turbato concentu, deniq; vel transfertur imperium, vel tota civitas hostibus succumbit. Idem de Regio statu, cui familiaris est harmonica ratio, tenendum erit: in quo unus quantum cæteris omnibus præstat, tantum etiam solus summum jus imperij possidet: cæteri sub illo degunt arithmetica æqualitate.

Hac igitur in Politiæ forma, potest esse gubernandi ratio trium generum, quod supra etiam No. IX. tangebamus, sed illic de re, hic de personis, seu Ordinibus, Reip. membris agimus. Nam si omnia munia Rex ex æquo communicet, nulla distinctione nobilitatis à plebe, popularis erit & arithmeticæ similis moderatio, non decora majestati summæ: quippe summus ipse cum infima fæce copulabitur, nullo medio interjecto ordine, quod Natura tamen amat. Quin imò cives generosæ indolis regno excedent, si nullus generis respectus.

Sin omnia conferat in nobilitatem, secluſa penitus plebe, Geometrica hæc imperandi forma erit, sed periculosa, & harmonicâ suavitate carens: populus enim pollens multitudine, tandem offensus, Nobilitatem Magistratibus & honoribus, Regem ipsum imperio expoliabit. Et quamvis argutiùs distinguat Moderator Ordines in plures gradus, distinguat & munia; si tamen cuique ordini sua soli conservet; ut Romæ Tribunatus plebis solius erat, Consulatus patritiorum tantum: alienabuntur ab invicem Ordines, nec firmâ inter se concordiâ in unum corpus coalescent. Nam munia inferiorum cum ipso ordine contemnentur: adeò ut Romæ Tribunatum gerere patritius non potuerit, nisi ejuratâ nobilitate; & cùm extorsisset aliquando plebs consulatum, tamen plebeij Consules ipsi pauci numero, plebem exinde cõtemnerent.

Harum disputationum ideam Bodinus in numeris proponit: & primùm in his 4. 6. 7. Hic 4. Regem representat. 6. Nobilitatem, interq; hos esse harmoniam monet, 7. verò plebem, quem numerum rectè affirmat ab utroq; priorum discordare. Potuisset melius uti hisce 4. 6 9. Nam ut 6. cum 9. harmoniam facit, 4. cum eodem 9. nullam facit, ita Nobilitati facilior est consociatio cum plebe, quàm Regi: & ut 6. est mediùm Geometricum inter 4. & 9. concordans utrique: sic Nobilitas pro vinculo interjecta est inter Regem & plebem infimam.

Aristocraticam verò Regni gubernandi formam repræsentat numeris proportionis Geometricæ disjunctæ 3. 6. 5. 10. Disjunctionem comparat dissidijs in Civitate, ex ordinum secluſione nimium accuratâ;

DIGRESSIO. non inepte. At hoc male, quod hanc disjunctionē discordantię reā agit. Omnes n. hi numeri 3.6.5.10. cōmunem harmoniā faciunt. Nihil enim ad Harmoniæ affectionē attinet Analogia Geometrica, ut sępe dictum; nihil illius analogiæ differentia, disjūctio. Ac tametsi se veluti corrigens eâdem pagina aliud numerorū exemplū subjiciat disjunctæ proportionis, eidem intento destinatū, scil. 2.4.9.18: in quibus verè dissident soni per 2.4. notati, à sonis 9.18. non est tamen hæc discordantia musica, ab illa disjunctione Geometrica, sed à suis causis proprijs, ex eo sc. quod latus Nonanguli nō est inter Ἐπιςητά. Deniq; temperamentū utriusque gubernandi formæ in statu Regio; ut sc. Nobilitatis munijs misceantur aliqui plebeji, sed pauci, & copijs oneri pares, aut virtute aliave re commendati; utq; interdū Nobilium tenuiorū unus plebeiæ fructuosæ functioni præfectus, decus illi circumjiciat splendore generis, quo magis id sit in posterū ad plebem cōmendabile: ut Duūviratus ex Nobili & plebeio constituatur, solatio utriq; ordini: ut curiæ constituātur ex omniū ordinū personis; ut in deliberationib⁹ de bono publico tenues locupletibus misceantur; ut nō meri virtutis & pietatis cultores habeant omnia, sed aliqua etiam fortibus aliqua ingeniosis, aliqua prudentibus, aliqua experientiâ pollentibus reserventur; cuiq; illa, ad q̄ dotes aptas & præsidij plurimū affert: hoc inquam temperamentū exprimit Bodinus Numeris 4.6.8.12. ratus se, ut ipse loquitur, continentis Analogiæ, ut Geometræ verò, cōtinuæ proportionis specimē edere. Rursum fallitur; non est enim 4. ad 6, ut 6. ad 8: at hoc verum, omniū quatuor 4.6.8.12. vel in minimis 2.3.4.6. cōmunem esse concordantiam, quantumvis aliter 2.3. consonent, aliter etiam 3.4. aliter deniq; 2.4. vel 3.6. Quicquid igitur similitudinis est in numeris cum Rep: id illis inest, quatenus seorsim à Musica geometricis vel arithmeticis progressionibus consociati sunt, vel mixturâ utrarumq;. Aut vicissim si quam lucem Politijs cognoscendis afferunt proportiones Numerorum Harmonicæ; faciunt id per se, seorsim à respectu proportionum geometricarum.

Regiæ Gubernationis Temperamentum.

Atq; ego sanè si Reip. notitiam mihi comparassem, & hoc libro Politicum agerem; distinctione rerū usus, totum Bodini locū sic interpolarem, ut & Aristoteli sua placita manerent incōcussa, & Bodinus ex mea hac Harmonica, seorsim ab illo, disceret melius in politia philosophari. Aliud dicerem esse statum Civitatis, ejusq; gubernandi formā, aliud justitiæ administrationē, differunt enim ut pars & totū; quemadmodum in Mathematica aliud sunt Geometricę Arithmeticæq; numerorū proportiones, aliud cōcent⁹ Musici numeris expressi. Judicia sanè constituunt, qui rerū potiuntur, sive un⁹ sit, sive pauci, sive omnes: at ijdem tutelâ Reip. sunt occupati, judicia rarò ipsi exercent, nisi cùm licet arbitrio uti, soluto legib⁹. Contrà Judicibus rarò superiora munia mandātur; leges potiùs pręscriptę sunt, quibus tenētur. Itaq; Geometricā Arithmeticamq; progressiones ad judicia relegarē cum Aristotele, nō admixto respectu concentuū harmonicorū, qui ijs accidunt. Nā quæ Bodin⁹ hactenus in judicijs temperamenta desideravit: ea provocationibus tandem ad ipsum Reip. summum moderatorem devolvuntur. Atque tunc ille cùm proportionibus, quas Aristoteles Iudiciis & justitiæ dedit, derogat; non

Harmonice vera, idea Optimæ Reip.

Proportiones Geometr: & Arith: non ad Rationem status pertinere, ut Harmōicas, sed ad judicia tantum.

non jam judicat, sed officio superiori fungitur, tuens Remp. & singula ejus membra. Huic sanè Moderatori, sive rex sit, sive Optimates, sive Populus universus, ego suaderé proportiones Harmonicas, nulla geometricę Analogiæ, nullo Arithmeticę æqualitatis, sed nudo concentuũ respectu; juberéq; subtiles illas Analogias Harmonicis concentibus, fierigidâ utriusq; justitię administratione sumis imperijs & saluti Reip. in loco cedere. Proh Deum quanta hic disputationũ seges, si quis comparando per singula vellet ire? Considera n. naturam utriusq; rei. Geometrica analogia cõmunis est Numeris & quantitati continuę, sic ut posteriùs in numeros veniat, tunc nimirũ, cùm figuratio quantitatib⁹ hoc dat, ut numero efferri possint. Iam creberrimè fit, ut ineffabiles sint termini Analogiâ Geometricâ cõplexi, & quo progredimur longiùs, hoc magis ab Effabilitate degenerét. E cõtrario numeris effari potest omnis Harmonica proportio. Quid hoc sibi vult aliud, ad politica applicatũ, quàm sententias judicũ justissimas, adque legũ æquitatisq; normâ, ventilationib⁹ Jurisprudentiæ subtilissimè exactas esse oportere: moderationẽ contrà Reip. solutam tantis necessitatibus, prout tempora fuerint, sine multo strepitu, ad salutem universorum, arbitratu imperantis accomodandam. Hic diducenda esset quæstio in partes, quomodo Arithmeticæ progressionis ratio rudis, sine nobili aliqua forma, solis materiæ dimensionibus insistens, comercijs, opificiis, victui plebeio assimilaretur, Geometrica similitudo (legem unam solam observás, nec quicquã pensi habens, linea quam intuetur, latus quinquanguli sit, an trianguli, effabilis an ineffabilis) simplex judicum officium adumbret; at rationes Harmonicæ, ex multis ortæ figuris regularibus scibilibus, genere differentibus in unum compaginatæ, multa distincta imperij munia repræsentent, quorũ unicuique sua propria lex, secreta à cæteris. Hîc cum Ptolemæo (infra in appendice ad lib. V.) ex generibus harmoniarũ & cant⁹, Molle quidem Paci daretur, Durum bello; diffidiaq; generum eadem, quę in civitate utrorũque temporũ. Verum hęc alijs curanda relinquo, quibus vitæ ratione magis conveniunt: ipse nunc ad sequéres meę professionis materias propero. Itaque Bodinum prius expediam. Ad ejus enim libri finem, simulque ad hujus mei tertij principium pervenio. Politica. Pax à Gent. Molli, Bellũ a G. duro

XXIII. Jam enim Bodinus totus ad musicam, ut est à me descripta seorsim à proportionibus Geometricis, transiens: eamque ut mihi quoq; placet, Politijs accomodans, nihil speciosius toto libro disputat, q̃ de Regni forma expressa numeris 1. 2. 3. 4. q ut primi sunt naturâ, & unitas q̃dem numerorũ principiũ; Ita quantitatũ principio Puncto, indeq; specieb⁹ earum tribus, 2 lineæ, 3. superficiei, 4. corpori, penè eodem modo, quem initio hujus III. libri ex Pythagoricis recensui, jucundo ingenij lusu comparati sunt. Deinde unitas illi Rex est, Dei præpotentis in Rep. vicarius. 2. Sacer ordo. 3. Militaris seu Equestris. 4. Populus, & is quidem omninò quadruplex: Agricolæ, Scholastici, Mercatores, Opifices. Hic inter hos numeros harmonias comprehensas eodem modo recenset, q, ego suprà sum usus: vanam tamen met⁹ causam habet, ad q̃narium progrediendi, quasi turbetur harmonia, quod falsum esse ex toto hoc libro patet. Sint sanè & valeant aliæ causæ subsistendi in Quaternario. Quin etiam in Homine ipso relucere demonstrat hanc Reip. formam Regni idea in Numeris

Digressio. ex Platone, in qua 1. Mens, 2. Ratiocinativa facultas, in syllogismos sese
Anima. diffundés, 3. Irascibilis, 4. Cõcupiscibilis facultates; quarum etiam sedes in cerebro, in pectore, in ventre, Plato harmonicis etiam intervallis dislocatas demonstrat: earumq; primæ Imperium, secundæ Consilium, tertiæ Militaris ordo, quartæ Plebs assimilantur, ejusq; plurimum possident. Hinc quatuor Rerump. columnæ, Iustitia, Prudentia, Fortitudo, Temperantia, verè cardines dicti, cuiq; Ordini sua potissimùm commendata. Adeoq; musicus est factus Bodinus, dimissa Geometria & Arithmetica, ut ne dissonantiarum quidem fuerit oblitus; cujus rei sub imagine, suadet interdum etiam immerito alicui magistratus, honores, cæteraq; virtutũ præmia non iniquo animo permittere: quia ut ex oppositione unius dissonantiæ, concentus reliquus tanto melius dignoscitur, tantoque avidiùs hauritur; sic quicunq; fucum hujusmodi commodorum Reip. intuentur exsecranturq;, universi ij vitia consimilia fugere, virtutes sectari, magis atq; magis consuescant.

XXIV. Tandem Bodinus Regnum à se conscriptum mũdo ipsi com-
Mundus. parat, ostendens, quomodo deus creator junctis æqualium & similium rationibus in unum concentum Harmonicum, opus illud suum exornaverit. In proposito illi assentior, ut qui maximè; quæq; ipse aut præcedentes philosophi ne attigerunt quidem, de harmonica contemperatione accuratissima motuum cœlorum; ea libris sequentibus ego suppleo, demonstrationibusq; clarissimis in lucem profero. Non desino tamen, ne in calce quidem, obloqui Bodino hallucinanti: non existunt enim veræ Harmoniæ ex mixtis æqualium & similium rationibus, ut sæpius dictum. Ergo Bodinus, Harmonias in mundo se demonstrare putans, medietates potius geometricas demonstrat & æqualitates, & similitudines: 1. Harmonicas quidem in facultatibus Animæ; at illas Symbolicas tantùm, nulla demonstrationum evidentia in solidam aliquam effigiem, ut Mathematica amant, expressas; quippe cùm intelligi non possit, quomodo insint in Anima quantitates, proximum &
In quavis sc. ejus facultate numerus ille ipse, quem ei Bodinus assignat. immediatum harmoniarum subjectum. 2. Æqualitatem inter Mundi corpus, & universam vim materiæ. 3. Similitudinem (qualitativam potius ex figuris, quam Relativam quantorum terminorum) inter Archetypum æternum & Mundi formam; quo loco Bodinus præcordia mihi tangit, materiâ Mysterij mei Cosmographici, quanquam per ignorantiam, attactâ.

Quantò verò plausibilius in meæ Epitomes Astro: Copernicanæ libro IV. hæc æqualium & similium commixtio de Mundi partibus præcipuis est demonstrata, de Motore sole, Locante sphera fixarum & Intermedio, quod mobilibus concessum. Æqualitas enim est in partibus materiæ statuta; ut tantundem sit ejus in Sole, quantum vel in extimæ sphæræ orbe, vel in spacio intermedio. Materiæ verò, ut populo, debetur arithmetica æqualitas. Vicissim Geometrica proportionis similitudo in densitate trium horum corporum; & rursum alia inter diametros Solis motoris, regionis Mobilium, & sphæræ stellatæ Locantis immobilis. 4. Medietates porrò Geometricas quodammodò: ut inter duo genera motuum, alterum in ortum, alterum in occasum, tertium Trepidati-

pidationis motum, sed ex quibus duo posteriores solâ visus imaginatione, secundum Copernici placita constant. 5. Inter terram & tophum, argillam. 6. inter metalla & lapides, ærosas glebas, 7. Inter stirpes & lapides, Corallia. 8. Inter animalia & stirpes Zoophyta. 9. Inter Quadrupedes & pisces, Amphibia. 10. Inter aves & pisces, volantes pisces. 11. Inter Homines & Bruta, Simias, aut Mulieres ex Platone. 12. Inter bestias & Angelos, Hominem, mortalem corpore ut illos, immortalem animo ut hos. 13. Inter cœlestia beatorum habitacula & Elementarem regionem, cœlum stellatum. 14. Quibus adde ex principio libri hujus, bina media; scilicet Aërem & Aquam inter Ignem & Terram; & cætera. POLITICA.

At non paulò melior admonitio de ijs, quæ in mundi gubernatione, rationem habent dissonantiarum: in Anima vitia; in animalibus mõstra; in Cœlo deliquia; in Geometria ineffabilia (quæ tamen necessitate materiæ quantitativæ cùm existant; sequentibus libris longè rectiùs cœlestium motuum varietati comparabuntur) in providentiæ operibus Exempla iræ & ultionis divinæ: inter Rationalia Diabolus: Quæ omnia à Deo supremo moderatore ad bonum finem, rerumq; omnium Concentum absolutissimum diriguntur: cui omnis spirabilis creatura meritissima laudum sacrificia indesinenti pietatis exercitio deferat; ipseq; adeò si visum illi fuerit, non moriar sed vivam, librisq; sequentibus narrabo Opera Domini.

Finis Libri III.

Lectori.

Tirocinium Operarum cum aliquo damno libri hujus III. in quibusdam exemplaribus conjunctum fuit; id ne longius à calce totius operis petendum esset, hoc ipso librofinito, quomodo sarcires, monendum censui. Nempe

Fol. 23

&

&

Et fol. 29. in 1. diagrammate

Notam muta

Et fol. 35. primum diagramma tale fiat.

Passim aberrant nonnihil Numeri à Notis suis præsertim superpositi & suppositi, ut fol. 41. ubi pro 66. scribe 96. fol. 45 lin. 12. Lege minorem fol. 47. lini: 5. pro 40. lege 405.

Et pro scribe

Fol. 57 Et permuta voces *superius*, *inferius* in non nullis Exemplaribus.

Fol. 60. lin. 9. à fine, Pro 3. 4. est &c.

Cæteri leviculi in paucis exemplaribus occurrent.

JOAN-

IO: KEPLERI
HARMONICES MUNDI
LIBER IV.

DE CONFIGVRATIONIBUS HARMONICIS RADIORUM sideralium in Terra, earumq; effectu in ciendis Meteoris, alijsq; Naturalibus.

PROCLUS DIADOCHUS
Libro I. comment: in I Euclidis

De Mathematices usu in Physiologia & Politica: quæ potissimùm partem illius Harmonicam de Radiationibus concernunt.

Ad contemplationem Naturæ præcipua omnia suppeditat, declarans Rationum ordinem pulcherrimum, secundùm quem fabricatum est totum hoc Vniversum; proportionumq; Analogiam, quæ omnia mundana inter se connectit; ut loquitur alicubi Timæus, quæq; amicitiam inter pugnantia, responsum & mutuam affectionem inter longissimè dissita, conciliat. *Et post pauca* Inde & angulationes commodas possibile est ratiocinando venari. *Rursum.* Ho copinor & Timæus significare voluit, dum passim per voces mathematicas, tradit contemplationem de Natura totius universi, ortumq; elementorum, Numeris & Figuris depingit, facultatesq; & affectiones illorum, etiamq; effectus, his (*figuris*) acceptos fert; angulorum acuta vel obtusa, laterumq; aspera vel lævia, &c. causas constituens omnivariarum mutationum.

Ad Politicam verò dictam doctrinam, quì negari possit, illam plurima & mirabilia conferre; dum opportunitates rerum gerendarum dimetitur, variosq; circuitus totius universi &c. Numerosq; Harmonicos, vitæ moderatores, aut incongruentiæ authores, & in universum impetus aut remissionis opitulatores &c.

Cum S. C. M. Privilegio ad annos XV.

LINCII AVSTRIÆ,
Excudebat Johannes Plancus.

ANNO M.DC.XIX.

Præambulum & Ratio Ordinis.

PRoportiones Harmonicas in abstracto consideratas tribus primis libris formavimus, quorum primus figurarum singularum proprietates Geometricas, secundus junctarum Congruentias exhibuit, tertius ex figuris harmonicas proportiones propagavit.

Restabat ut Harmonicas rationes hactenus descriptas in Mundum introduceremus tribus libris alijs, quorum primus Deo cœlorum Conditori, secundus Naturæ motuum variorum administræ, tertius Homini, vocis, quæ ex motu gignitur, compoti, tribueret Harmonias: verùm persuasit nobis conditio rerum dicendarum, ut non tantum ordinem verteremus, initio ab humano cantu facto, transituri inde ad Naturæ opera, & sic demum ad opus Creationis, quod omnium primum & perfectissimum fuit; sed etiam finem speculationis abstractæ cum principio concretarum Harmoniarum in Cantu, conjungeremus eodem libro tertio. Initio igitur facto hujus in Mundum introductionis libro antecedenti; & transcriptis Harmonijs humano cantui, quem Artis generali vocabulo complecti solent alij; sequitur nunc quartus liber, qui in hoc ordine inverso secundas Harmonices concretæ partes Naturæ tribuit.

Etsi verò sparsim libro III. disputationem de harmoniarum Essentia tetigi; plenam tamen hujus metaphysicæ disputationis tractationem in principium hujus libri quarti eodem consilio reservandam censui. Cùm enim vulgò philosophorum Harmonias non alibi quærant nisi in cantu; sitq; inopinabile plerisq; Acroama, cùm docetur aliud quid esse sonos, aliud Harmonias, quæ inesse putantur in sonis: dandum aliquid fuit imbecillitati captus, & Harmoniarum ortus explicandus terminis potius Musicis vulgò notis; nec turbanda fuit aviditas lectoris importunâ subtilitate metaphysicarum quæstionum.

At jam porrò, cùm Harmonias in Natura inq; Cœlorum motibus patefacere sit animus; vulgus verò philosophorum statim ad primam Harmoniæ mentionem concipiat siderum Musicam vocalem, auditu percipiendam; & cum Scipione Ciceroniano arrectis auribus adstet, excepturus *tantum & tam dulcem sonum*: Cùm proclive sit, rerum impitos cum illo ipso somniatore Cicerone argumentari, *Non posse silentio tantos incitari motus*, & cum Pythagoræis ex Aristotele rationem reddere, cur cœlestis sonus non exaudiatur in Terris: quæ præconceptæ opiniones plurimùm obstant lectoribus, ad Naturæ penetralia contendentibus; adeòq; & absterrere possent multos judicio pollentes, veritatisq; sectatores, ut nugamenta ista Pythagorica, vix eminus agnita, aspernantes, librum non lectum abjicerent: his de causis idoneus mihi visus est hic ipse locus, in quem disputationem hanc summè necessariam referrem.

At qui Socrates apud Platonem, citante Proclo lib. I. in Eucl. Musicũ illũ definit; q ab ijs Harmonijs q̃ insunt in sensu ꝓgreditur ad insensiles harmonias, ꝓportionesq; earum investigandas. Qui tãdem evadit ipsi in Philosophũ, expgefact⁹ harmoniâ utraq;, ad contemplãdũ Primũ verum Ens, veritatemq; ipsam.

Mo-

Movit me & Ptolemæi exemplum: qui cùm libris 2. prioribus operis sui Harmonici absolvisset doctrinam Harmonicam, quæ est de cantu, jamque libro tertio demonstrandum susceperit, omnes naturas perfectas Harmonicâ vi participare: disputationem & ipse incipit ab hac eâdem quæstione: *Sub quod genus rerum referenda sit Natura seu vis Harmonica, ejusque scientia.* Etsi igitur examen & censuram Ptolemæi, ego in hujus mei operis appendicem rejeci; at quid ad hanc Ptolemæi quæstionem ex meis principiis respondendum videatur, id ob dictam causam hoc quarto libro præmitti debuit. Nec id tantùm ad præmuniendum lectorem, avertendasque siniſtras opiniones pertinet; sed etiam ad explicationem fundamentalem totius quarti libri; ut quia de Harmoniis radiorum sideralium dicturi sumus, quæ & quot sint numero, quibusque geometricis principiis formentur; prius sciamus, quæ sit Harmoniarum essentia, citra & sonorum, qui hîc nulli sunt, & ipsorum etiam radiorum consideratione; & quodnam earum proprium subjectum, qui termini; sintne in rebus extra intellectum, an in solâ animâ, quo medio percipiantur, introrsumque recipiantur; quâ re dijudicentur; quis effectus hanc perceptionem & agnitionem, quo authore seu primo motore, consequatur: quibus rebus tam generaliter quàm specialium subjectorum collatione explicatis, postea nobis facile erit de Animorum, ipsiusque Naturæ sublunaris essentia & proprietatibus, Metaphysicè disserere, Naturæque arcana paulò, quàm erant hactenus, in majori luce locare.

Capita libri IV.

Caput I. De Essentia Proportionum Harmonicarum tam sensilium, quàm Intellectualium.

Caput II. Quot qualesq; sint Animæ facultates secundùm Harmonias.

Caput III. Quæ sint Genera rerum seu sensilium, seu immaterialarum, in quibus expressæ sunt Harmoniæ, sive à Deo, sive ab Homine, & quomodo?

Cap. IV. Quid discriminis sit inter Harmonias hoc libro quarto, & inter illas libro tertio consideratas.

Cap. V. De causis efficacium Configurationum, earumq; Numero & Ordine gradium.

Cap. VI. Quæ sit cognatio Aspectibus cum Consonantiis Musicis in Numero & causis ejus.

Cap. VII. Epilogus habet contemplationem Naturæ sublunaris, facultatumq; Animæ inferiorum.

CAPVT I.

De essentia Proportionum harmonicarum tam sensilium, quam Intellectualium.

DE Harmoniarum essentia disputaturo mihi dubitare contingit; utrum clariꝰ sit, veterum sententias primùm exqrere, deinde cum mea comparare; an ab expositione propriæ sententiæ incipe. Prior philosophandi ratio recepta est ab omnibꝰ; & crebrò commendatur ab Aristotele: posterior magis convenire videtur præsenti materiæ. Disputationes n. de Essentia Harmoniarum in specie pauci attigerunt: & si qua dixerunt de subsistentiâ Generum & specierũ Mathematicarum, quod Harmonijs in specie possit applicari; id necesse est in philosophiâ Gentilium obscuritatis esse plenum; eòq; lectoris animum inter amorem speciosissimorũ dogmatũ & suspicionem fictæ rei fluctuare dubium. In cœtibus Christianorum, & si quis sacrosanctum Trinitatis Mysterium, ortumq; rerum omnium ex historia Mosaicâ, firmâ fide amplectitur; disputationis capita & clariùs proponi possunt, & proclivio-

Divisio Harmoniarum.

res inveniunt lectorum animos ad credendum. Ut igitur methodum dicendorum expediamus, à divisione incipiendum erit. Aliud enim est Harmonia sensilis, vel ei analoga, aliud Harmonia secreta & pura à rebꝰ sensilibꝰ: illæ multæ sunt, tam ratione subjectorum, specie differentium, quàm ratione individuorum: at sincera Harmonia & à subjectis sensilibus secreta, in qualibet specie una est & eadem. Verbi causâ, est una & eadem species Harmoniæ, quæ à proportione duplâ oritur: hæc si inest in sonis, Diapason dicitur; si in radiationibus, Aspectus Oppositus nuncupatur: & in Musico quidem systemate vel superior est vel inferior, vel acutior vel gravior, vel vocum humanarum, vel sonorum ex organis: nec minus in Meteorologia est multiplex; vel enim Saturni & Jovis vel alterius copulæ, & vel ex signis æquinoctialibus vel ex Tropicis.

De utroq; igitur genere quæritur, quomodo subsistant, quodq; per

Harmoniæ sensiles.

se, num seipsis, an in rebus alijs. Quod igitur sensiles harmonias attinet ad earum Esse quatuor ista concurrũt: 1. duæ res sensiles ejusdem generis, & quantæ, ut inter se comparari possint causâ quantitatis, 2. Anima comparans. 3. Receptio sensilium introrsum. 4. Idonea proportio, q̃ definitur Harmonia. Horum uno sublato, tollitur sensilis Harmonia. Fa-

Ad Esse Harmoniarum requiri Ordinem.

cile enim est intelligere, Naturam Harmoniæ non esse definiendam per solas res sensiles, ut per sonum vel radium stellæ. Aliud n. est sonꝰ aliud ordo certus inter diversos sonos: dico autem ordinem hoc loco, non causâ sicꝰ in aliquo loco physico, nec causâ temporis, sed causa acuminis & gravitatis. Possunt igitur esse soni diversi, at nisi sit inter ipsos certus ordo, qui certis proportionibus definitur, re mathematicâ; nulla erit inter voces Harmonia. Vicissim sono sublato, quænam confingi possit Harmonia audibilis, & radijs planetarum sublatis q̃nam Harmonia configu-

figurationum? Amplius quia Harmonia musica non est sonus, sed plurium sonorum Ordo, hinc sequitur illam esse in prædicamento Relationis. Ordo enim, de q, hic loquimur, relatio est, & ordinata, sunt ad invicem relata. Qua igitur re soni sunt harmonia, id accidens est, quippe quod in subjectis inest, nec seorsim consistit, potestq; abesse citra subjectorum corruptionem. Deinde, sicut quantitas in universum à corporibus nequit separari suis, sed potest benè augeri & minui cum ipsis corporibus, & tamen accidens est; sic etiam Ordo ipse sonorum, cui ut generi Harmoniam subjecimus, tolli non potest à sonis, plurib⁹ uno, quantitate acuminis & gravitatis inter se distinctis: nam aut plures esse desinent; aut si plures, erit inter ipsos ordo secundùm excessum & defectū; mutabilis ille quidem, si subjectorum relatorum alterum mutetur. Ordo igitur cum quantitatibus, & in specie cum numero pari passu ambulat. Tertiò sicut Numerus definitur esse multitudo ex unitatibus conflata; in quo Aristoteles agnoscit aliquid materiæ analogon, unitates scilicet ejus, aliquid formale, mentis conceptum, quæ unam, quocunque respectu separatam à cæteris, multitudinem illarum unitatum singularium agnoscit; itaque alibi philosophus idem sublatâ Animâ numerante, tolli ait omnem numerum, at non unitates singulas: ut ita numerus materialiter sit in rebus ipsis, nihil præter illas, nisi accedat Mens numerans; tunc demum enim, numerus præter res ipsas, & à rebus abstractus, est diversum aliquid ab ipsis, est sc. conceptus in mente pluralitatis rerum individuarum: sic etiam ordo ipse sonorum & aliorum sensilium, quo de hic agimus, non est quicquam aliud, quàm ipsi soni plures; nisi accedat Mens, comparans sonos inter se, differentes acumine: & in genere relatio omnis, sine Mente nihil est, præterquàm sua relata; quia relata non sunt id quod dicuntur, nisi mens aliqua supponatur, quæ referat unum ad alterum.

CAPVT 8

Harmonia sensilibus accidit.

Ad esse Harmoniæ requiri Animam.

Quod igitur in genere de ordine, deq; relatione verum est, id multò maximè subsumendum de Harmonia, q̄ in proportione consistit, inque numeratione partium quantitatis æqualium: scilicet, ut subsistat, & ut esse possit aliqua sensilis harmonia, pter duos sensiles terminos oportere & Animam esse comparantem: hâc enim sublatâ, termini quidem erunt duo sensilia, sed non erunt una Harmonia, ens rationis.

Videndum nunc etiam de tertio, sc: de receptione rerum sensilium in animum, ejusq; necessitate & modo.

Ad esse Harmoniæ sensilis requiri receptionē externorū in Animam.

Nimirum Harmonia est res una, termini sensiles foris extra Animam non sunt res una, nec uspiam nisi intus in anima possunt adunari. Non possit verò intus esse, nisi introrsum recipiantur, quod multis verbis ab experientia probari non est opus. Potest quidem Musicus Symphoniarum artifex intus in animo suo meditari Harmoniam duarum pluriumvè vocum, quas tamen introrsum non recipit: at illa harmonia non est illo actu sensilis, nos verò de sensilis essentiâ loquimur.

Qualis verò est illa receptio? nonne soni, ut exemplo notiori utar loco omnium, perstant foris extra aures, in aere, & ante sonos motus corporum, ad quorum quantitatem soni sequuntur? nonne ij manent in suis corporibus? quomodo ergò ingrediuntur? Respondeo,

CAPVT I. partim agendo, partim patiendo; agendo, dum species emittunt, pulsata motus sui, sonos; lucida luminis & coloris sui, radios, & sicut loquimur, cùm obiecta dicimus movere sensus; movere verò est agere: patiendo verò, non ipsæ res per se, sed speciebus suis, quæ dum sentiuntur, memorantur, cõparantur, semper aliquid pati debent ex usu loquendi. Et omninò hæc ipsa duorum terminorũ adunatio in Animo, per quam resultat Essentia Harmoniæ sensibilis, ipsum scilicet referri & comparari est rebus junctim sumptis tale quippiam, quale quippiam est rebus singulis, videri, audiri, eoque minus etiam. Sunt quippe hæc omnia, passiones quædam, sed æquivocè dictæ, magno significationis ambitu.

Passionum æquivocarum gradus

Sed constituam⁹ grad⁹ passionũ. Primùm patitur verbi causâ, Aqua, cùm egelida existens, ignibus admotis tepescit. Alter significatus, pati dicit humorem, cum aliquid agit ipse, scil. humectando arida: nam pars eius rapitur in meatus exsiccati, eique miscetur, quod est pati: sic & patitur aqua cum gustatur: partem enim deglutit siticulosus, digeritque. Sed tertio etiam significatu patitur aqua in gustatu, cùm à lingua saltem contingitur, non tantùm quia linguæ calore calefit, cùm ipsa suo frigore linguam frigefaciat; hoc tantùm ideò, qa hæret aliquid aquæ in lingua, sed simpliciter quia tangitur à lingua, quod est quasi lenissimè ferири, aut pulsari, aut impelli, unde est motus localis partium in toto; Moveri verò est Pati. Quartus esto significatus, quo pati dicitur aqua, cum emisso vapore ferit nares, odoratúque percipitur, percipi autem, est pati: & hic quidem patitur non ipsa, sed effluxus eius corporeus, qua passione etiam absumitur eius aliquid. Quintus gradus, quo pati intelligitur aqua, cum strepitus ejus auditur: primùm enim ipsa aqua in motu est, deinde species immateriata aquæ, ut movetur, diffunditur ab ipsa in omnem ambitum, recipiturque in meatus aurium; hæc receptio est passio, non ipsius aquæ, sed speciei eius, seu defluxus eius immateriati: & in hac receptione deperditur aliquid tempore & multiplicitate receptionum. Nam obtusior est sonus, qui magnæ multitudinis auribus, aut vestibus, accidit, aut qui inter nivesdecidentes emittitur.

Sextò etiam cùm videtur aqua, patitur aliquid: emittit n. à superficie vel quasi, nimirum à coloribus suis, in quantum colorata, radios ad oculum, qui radij tanguntur, repercutiuntur, refringuntur, coguntur ad punctum, excipiuntur à retiformi tunica coacti: quæ omnia sunt passiones non ipsius aquæ, sed speciei immateriatæ, seu radiorum. Et hi radii, jam in hac receptione nihil perdunt, neque locis, neque tempore: remoto enim quod tangit, pergunt ulterùis, penitus illibati, quod non facit sonus.

Septimò, postquàm hæ species, ipsumq́; adeò corp⁹ aq̃ in corporea sensuum instrumenta prius aliquid egerunt, illa sc. sibi conformiter afecerũt, sibiq́; assimilarunt, ut & linguæ & cutis membranulæ frigus & saporem, narium spiritus odorem perceperint, spiritus auditorij ejus sonitu pstrepant, visorij ejus luce colluceant, itaq; typus & species ejus sensu soria fuerit formata, quam oculi certè circumgestant, etiam ablatâ illâ, sæpè invito homine: jam hæ species sensiles ab sensuum vestibulis seu o-

seu orificijs, recipiuntur introrsum per vim repræsentativam seu phantasticam, cognoscuntur per sensum cõmunem, conduntur p memorativã, promũtur p reminiscentiam, dijudicantur p superiorem facultatem: q̃ omnia pati intelligitur aqua non in se, sed in suis speciebus sensilibus & mentalibus. Tunc igitur etiam suprema facultas animæ, quæ numero comparationibusq; præest, ex pluribus rerum speciebus mentalibus, unam sibi fabricat formatq;, relationis, ordinis, comparationisq; specie, resq: foris existentes inter se comparat: quæ comparatio, ut supra dicebamus, cùm fiat super rebus ipsis, sine ipsarum opera, passio quædam illarum esse intelligitur: eodem fere sensu, ut cùm de famâ absentis & ignari in judicio agitur, aut cùm is capitis damnatur, aut proscribitur. Omninò quidem apta similitudo; sicut enim talis aliquis, etsi secum ipse tunc mali nihil sentit, adeòq; nihil patitur, tamen paulò pòst vim ejus, quod passus est, re ipsa experitur: sic etiam voces, & q.cqd omninò congruentiæ particeps est, prout mẽti placuerint in hac comparatione, pro eo vel continuantur, vel respuũtur, fugiuntur, prohibentur, impediuntur, opprimuntur, finiuntur. Etsi jam non hoc eventûs consequentis respectu sonos pati dico; sed illo ipso actu, cùm eos inter se mens comparat; sufficitq; p longum explicasse, quo significationis æqvocæ gradu hanc comparationem mẽtalem, passionẽ dicam. Sed non frustra prolix? fui in recensendis his significatib?: hac enim oda jam porrò mirificè adjuvabimur in agnoscenda Naturâ Facultatis: Harmonicæ & complenda hac parte Metaphysicæ, q̃ Aristoteles ne p transennam quidem aspexit.

Ex hisce quoq; clarum est id quod antea contendebam, sc. quòd Harmoniæ sensilis ipsum formale, quâ harmonia, accidat sensilibus; nimirum sicut eisdem accidit, videri & audiri & cætera. Patet secundò Harmonias etiam sensiles, esse res, ab ipsis quodammodo rebus abstractas, quatenus nimirum non res ipsæ foris, sed species rerum per sensus ingressæ, adq; tribunal animæ perductæ, fiunt termini proportionis harmonicæ sensilis. At vicissim duplici nomine harmoniæ istæ sunt adhuc concretæ; primùm quia species hæ rerum sensilium, non sunt earum nudæ quantitatis species, sed etiam qualitatis sensilis, puta soni vel lucis &c: deinde quia species hæ sensiles, ut sensiles, intus in animo nequeunt relucere, nisi res ipsæ, quarum illæ sunt species, foris etiam præsto sint & maneant. Nam ijs ablatis, desinunt etiam earum species intus, lucis quidem, quoad suam radiationem, in ipso instanti, soni verò intra brevissimum temporis momentum. Relinquitur quidem in sensorijs instrumentis aliqua impressio, ut in oculo lucis, sed illa non est rei forinsecæ, sed potiùs speciei species altera, in corpus impressa, jam corporis momentanea qualitas facta; quemadmodum in opticis, colores luce solis purâ miniméq; coloratâ, vim concipiunt radiandi quaquaversum coloratè. Et hoc est quod initio quoq; contendebamus; oportere terminos sensiles & Animam præsentes esse, mutuasq; tradere operas, agendo, patiendo, illam sc. movendo sensus, hanc comparando; ut constituatur essentia Harmoniæ sensilis.

Harmoniæ sensiles Cõcretæ sint an abstractæ?

Objiciat hic aliquis, Animam comparando non facere, sed inveni-

CAPVT I. Quatenus Anima faciat Harmonias & quatenus inveniat.

venire idoneam proportionem: quod quartum suprà & formale principium erat harmoniæ sensilis: ergò videri animam abesse posse, salvâ essentia Harmoniæ.

Respondeo per inversionem; Idoneam invenire in sensilibus proportionem, est detegere & agnoscere & in lucem proferre similitudinem illius proportionis in sensilibus, cum certo aliquo verissimæ Harmoniæ Archetypo, qui intus est in Animâ. Quemadmodum igitur Athenienses virtutem aliquam invenerunt in Zenone, Prytanei sui jus in eo non invenerunt, sed illi contulerunt, quod Zeno sine Athenensibus consequi non poterat: sic Anima ordinem & proportionem in sonis inq; radijs invenit (etsi ne hanc quidem foris invenit, sed saltem terminos, ut dictum) ac ut hæc proportio sit harmonica, ipsa sui Archetypi collatione facit: quæ harmonica dici non posset, nec vim ullam sortiretur in movendis animis, si hic Archetypus non esset. Satis igitur de Sensilibus Harmonijs.

Qu'd sit Harmonia intensilis?

Jam enim transeundum nobis est ad puras & secretas Harmonias, alterum sc. divisionis nostræ membrum: illas nempe, quas jam modò statuimus Archetypos seu Paradigmata sensilium harmoniarum. Nam si Archetypi suam haberent subsistentiam extra Animam; fateor equidem, magno nos argumento privari, pro asserenda necessitate Animæ, ad essentiam Harmoniæ constituendam. Atqui extra Animam illos constituere, est oppositum in adjecto, ut audiemus.

Ejus termini.

Veræ enim & archetypicæ Harmoniæ, quæ nulli speciei sensili confusa existit, principia sunt nihilominus divisa & numero plura. Cùm enim & illa sit proportio, requirit igitur & ipsa suos terminos binos. Hi verò termini, ut libris prioribus usurpavimus, sunt Circulus totus & Pars ejus vel partes, aliquota vel aliquotæ, demonstrativè resciso arcu. Hæc est specifica proportionis harmonicæ differentia, quâ non tantùm harmonica proportio distinguitur à proportionibus alijs, sub eodem genere locatis, sed etiam pura & archetypica à sensilibus: nisi quatenus usu vulgi tritissimo, sola sonorum Congruitas, Harmonia dicitur. Nam in hocipso clarissimum apparet discrimen inter puram Harmoniam, & Harmoniam sensilem seu concretâ; quòd in purâ termini sunt ex mathematicis generibus, Circulo & Arcu, certo modo formatis: habet n. circulus suam formationem seu figurationé ex seipso, habet arcus ex Subtensa terminos, ex circulo figuram; in sensilibus verò Harmonijs non est opus hac speciali formatione, possunt enim esse vel rectæ lineæ, vel aliter figuratæ quantitates sensiles; dummodò sint hujus archetypicæ suæ Harmoniæ fida exemplaria, in quantitate quælibet suâ: quantum quidem potest esse fidæ imitationis in rebus sensilibus; quia quod in ijs vero propinquum est, secundùm magis & minus, id pro ipso vero recipitur. Hi sunt igitur termini Harmoniæ archetypicæ.

ADESSE Harmoniæ abstractæ, Mentem requiri.

Deinde, præter terminos, rursum ut prius dictum in sensilibus, requiritur etiam Mens, comparans terminos, & dijudicans, num ij, mirum arcº circuli, cales sint, quos de toto circulo rescindat latº aliquod figuræ demonstrabilis. Itaq; tria quodammodo sunt principia Harmoniæ

aliæ Archetypicæ, duo ex parte terminorum, Materiale, ut analogicè loquar, Circulus, & pars ejus; Formale, resciſſio partis per figuram demonſtrativam; & unum ex parte ipſius relationis terminorum, ſcilicet Efficiens (quodammodò) Mens. CAPVT X

Cùmque proportio omnis, & ſic etiam hæc partis circuli ad totum, ſit in prædicamento Relationis, jam hæc certa & deſcripta proportionis forma, habet ſe ut qualitas quartæ ſpeciei. Eſt enim Harmonia, Relatio quodammodò qualitativa ſeu figurata, quippe à figuris regularibus formata. Harmonia eſt Relatio qualitativa.

Quod ſi priùs ad Eſſentiam Harmoniæ ſenſilis pertinuit, ut ſenſilia per ſpeciem influerent in animam: quanto magis etiam hic neceſſe eſt, ut quos diximus Harmoniæ ſecretæ terminos, Circulum & Arcum eius; ij ſint in mente ipſa intus: ſive id quis per ſpecies introrò receptas factum eſſe dicat, ſive cum ipſa Mente perennaverint, ante omnem receptionem intus præſentes; de quo jam porrò nobis omnibus ingenij viribus erit diſpiciendum.

Cùm autem ad hunc locum jam devenerimus; non equidem ſine luculenta injuria tàm lectoris, philoſophiæ cupidi, quàm Veterum, qui hanc philoſophiæ partem ante nos triverunt, ipſorum placita de rebus iiſdem diſſimulare poſſumus, quantum quidem nobis de iis conſtiterit. Unum tantum præmittendum cenſeo; diſtinguendum eſſe inter ſpecies ipſas mathematicas, Circulum, & Arcum ejus, interq; comparationem eorum: & hoc ideò; quia ſi ſpecies ipſæ, ceu termini, collocandæ ſunt intus in anima ſine receptione; multò magis Harmonia, quæ eſt inter illas partes, in mente collocanda erit, ut non habeat eſſentiam ſuam extra illam, quippe cum eius eſſentia conſiſtat in actione aliqua mentis circa ſpecies illas. Et circulus quidem cum arcubus ſic ſunt in Anima, ut citra controverſiam ſint etiam in ſenſilibus: at Harmonia, quæ eſt inter circulum ejusque partem; quoad formale ſuum, nullo modo eſt extra animam; ut ſupra patuit exemplo Numeri. Jam veterum argumenta ſunt præripuè de ſpeciebus ipſis, re ſimpliciori; Harmonia verò res eſt magis compoſita. Quomodo Genera & Species rerum Mathematicarum inſint in anima.

Et hoc eſt diſcriminis inter Ariſtotelem, Platonem, Proclum, ex una parte, interque Ptolemæum ex altera. Illi enim de ESSE ſpecierum diſputant, Ptolemæus de ESSE Harmoniæ. Sed Ptolemæi Textum nos in Appendicem totius Operis rejiciemus; ne nobis, quod initio capitis huius verebamur, turbas concitet; Illos verò, qui appoſitiſſimè ad præſentem ſpeculationem loquuntur, jam audiemus.

Et Platonis quidem de rebus Mathematicis ſententia hæc erat, Mentem humanam omnes & ſpecies ſeu figuras, & axiomata, & concluſiones de rebus, ſeipsâ edoctam eſſe; cùm verò videtur erudiri, id nihil aliud eſſe, quàm admoneri per diagrammata ſenſilia, rerum earum, quas ſecum ipſa ſciat. Id ſingulari artificio repræſentat in dialogis, introducto puero, qui rogatus à magiſtro, reſpondet omnia, ad votum. Platonis dogma de ſubſiſtentia Mathematicarum rerum.

Ariſtoteles contrà in Metaphyſicis, commentum hoc appellat, λόγον πλασματώδη, πρὸς τὴν ὑπόθεσιν βεβιασμένον: Nec enim hæc Mathematica ſeorſim à ſenſilibus uſquam ſubſiſtere: nec Ariſtotelis dogma contrarium. N3.

CAPVT I.

aliam esse illorum subsistentiam, ne quidem in Mente, nisi ea ratione, qua cætera universalia sunt in Mente, cùm essentiæ ipsius, rerum sensilium singularium, species per definitionem formatur in Mente: itaq; priora quidem esse sensilibus, & abstrahi à sensilibus, at non re, sed conceptu mentis. Ubi notandum, quòd Aristoteles, quoties ferè usu venit ut nominet generum Mathematicorum unum aliquod exempli gratiâ, semper aut Punctum nominet, aut Lineam, aut Superficiem, aut Corpus, aut Numerum; quæ sunt in prædicamento Quantitatis summa genera: quantitatum verò, in quantum sunt figuræ, & in quarta specie qualitatis (ubi aliud est ipsarum materiale, quantitas, aliud formale, figura) per has quidem disputationes, fit mentio rarissima; in quantum Relationes, planè nulla. Adeò quidem etiam Harmonicam scientiam ponit speculari de nulla re, nisi de vocibus; deq; ijs non aliter, nisi in quantum illæ sunt lineæ, planè ut Optica. De intervallis verò linearum, quæ sunt proportio (relatio nimirum, & ea quidem qualitativa & figurata) ne somniat quidem unquam Aristoteles. Nullum itaq; dubium est, quin ulteriùs progressurus fuisset in hac speculatione, si Mathematicis profundioribus (de intellectuali figurarum possibilium & impossibilium differentiâ, qua de nos egimus libro I.) fuisset imbutus. In quantum igitur de summis quantitatis generibus disputat, facile vincit, nemine repugnante; quòd verò in universum * concludit, & Platonem stultitiæ hujus, quam ipse sibi est imaginatus, reum peragit; denique quòd picturæ Platonicæ, de puero αὐτοδιδάκτῳ, ipse opponit picturam contrariam, Mentem asserens seipsâ vacuam, non tantum cognitionis cæteræ, & Mathematicorum generum sed etiam specierum, & planè Tabulam rasam, ut in qua inscriptum sit nihil, ne mathematicorum quidem, inscribi verò possint omnia: hac inquam in parte nec in Christianâ religione tolerandus est, & invenit post aliquot sæcula cùm alias multas εὐθύνας, ut loquitur Proclus; tum Proclum ipsum adversarium; quanquam hic Aristotelem ipsum nomine non citat: Platonem verò, quem defendit, nominatum, apertè ducem suum profitetur.

Quid nocuerit Aristoteli.

* etiam de specieb⁹ individuis (*formaliter*), ut circulo, Trigono &c.

Aristotelis tabula rasa, mentis idea

Hujus igitur Procli philosophiam de speciebus rerum mathematicarum, quas ego terminos profiteor proportionis Harmonicæ puræ & secretæ à sensilibus, operæ precium est ex ejus libro I. in Eucl: huc transcribere de verbo ad verbum.

Procli Philosophia de Essentia rerum Mathematicarum

Sic ille: *Reliquum est, ut videamus, quænam Subsistentia, seu Essentia debeat assignari Mathematicis Generibus & speciebus? Concedendumne sit, illa à sensilibus subsistentiam accipere, sive per abstractionem, ut mos est loquendi, sive per collectionem eorum, quæ sunt per partes dispersa, in unam communem Rationem (seu definitionem) anne etiam ante hæc, ipsis danda subsistentia, ut Plato usurpat, & universitatis rerum progressio demonstrat?*

Primùm itaque, si affirmamus, species Mathematicas à sensilibus constitui, dum Anima à Trigonis aut Circulis materialibus, speciem circularem aut Trigonicam, secundariâ quadam geniturâ, in seipsâ format: quæro unde ve-

Species mathematicas constitutas non esse à singularib⁹ sensilibus quantis.

de veniat. rationibus (seu definitionibus) illa tanta certitudo, tantaq; accuratio? Erit enim aut à sensilibus, aut ab ipsa anima, At impossibile, à sensilibus; multò namq; major subtilitas & exactio ineſt Rationibus istis? Ab anima igitur, quæ imperfectis perfectionem, minimè accuratis, subtilitatem illam accuratam conciliet. CAP. I.

Dic enim ubi inter sensilia inveniatur natura impartibilis (puncti) & latitudine carens, (ut linea) & profunditate, (ut superficies) aut ubi æqualitas linearum ex Centro, aut ubi Proportiones semper constantes laterum (materia mei libri I.) aut ubi angulorum rectitudines? Non equidem video, ut sunt commixta & confusa inter se omnia partibilia, nihil sincerum, nihil à contrario suo purum; omnia partibilia, & quæ locis disita, & quæ unita. Quomodo igitur immobilibus ipsam durabilem essentiam ex mobilibus, aliásq; aliter habentibus conciliabimus? Quicquid enim subsistentium suam habet à motis essentijs; habere eam mutabilem concedunt ipsi. Et quomodo accuratis & certis speciebus à non accuratis impetrabimus accuratiam suam? Omne namq; quod causa est notionis semper mutabilis, ipsum multò magis est tale. Supponendum ergò erit, Animam ipsam genitricem esse Mathematicarum specierum & Rationum. Atqui si illa continens in se, ut prima exemplaria seu Paradigmata, secundùm essentiam ipsa subsistere facit, ut ita sint generationes (Christianus subaudit, creatio rerum sensilium) *nihil aliud, quam propagationes specierum, quæ in illa priùs inerant* (rationes creandorum corporum mathematicas, Deo coæternas fuisse, Deumque Animam & Mentem esse super excellenter; Animas verò humanas esse Dei creatoris imaniges, etiam in essentialibus suo modo, id sciunt Christiani) *tunc Platoni consentiemus, hæc dicentes, & vera Essentia Mathematum nobis inventa erit. Sin autem Anima, cùm non haberet, nec priùs alicunde accepisset Rationes Mathematicas* (si cùm non fuissent ipsi concreatæ) *nihilominus admirabilem hunc ornatum immateriatum texit, pulcherrimam hanc speculationem enititur; quomodo ergò discernet sic genita, sintne subsistentia & constantia (μόνιμα non γόνιμα lego) an in ventos evanida, & spectra potiùs quàm vera? Quibus normis usa veritatem eorum metietur? Imò quomodo, cum essentiam eorum non haberet, gignit tantam varietatem rationum? Nam hoc pacto fortuitam illorum subsistentiam faciemus, neq; ad ullum scopum vel terminum tendentem. Sunt ergò Animæ ipsius soboles, species Mathematicæ, nec habet illa Rationes, quas constituit, à sensilibus; quin potiùs hæc ab illis propagantur; sunt que hi nexus ipsius, & hæc puerperia, permanentium & perennium specierum, evidentia.* Vera mathematicarum rerum eſsetia in Anima.

Mathematicas species non esse collectas in unum à singularibus quantis.

Secundò si ab infrà & à sensilibus colligimus Rationes Mathematum (seu definitiones) quomodo non meliores erunt demonstrationes quas constituunt sensilia, demonstrationibus universaliorum & simpliciorum specierum? Dicimus enim, ad quæsitæ rei investigationem, ubique principia & propositiones, esse demonstrationibus seu conclusionibus cognatas. Si igitur singularia universalibus, si sensilia ratiocinativis sunt causæ, quomodo fieri potest, ut demonstrationis terminus ad magis universalia, non ad partialia referatur: utque intellectualium quam sensilium essentiam cognatiorem demonstrationibus probemus? Sic enim loquuntur; Non si quis demonstrat, Æquicrurum habere Allegationes ex Aristotele.

CAP. I. *angulos duobus rectis æquales, idem Æquilaterum, idem Scalenum, hoc scire est legitimum; sed is scientiam propriè dictam habebit, qui de omni Triangulo simpliciter hoc demonstraverit. Item: vniversalia meliora esse ad demonstrationem, quàm particularia; Amplius; magis uniuersalium esse demonstrationes; ex quibus verò constant demonstrationes, illa priora esse, & naturâ præcedere singularia, & causas esse eorum, quæ probantur. Multum igitur absunt scientiæ Apodicticæ ab hoc, vt circa posteriora ortu & obscuriora sensilia, propositiones suas mendicatò colligant. Dicam insuper & hoc tertium; illos Animam viliorem facere ipsis speciebus, qui hæc dicunt. Nam si materia suscipit à Natura illa, quæ sunt essentialia, & magis Entia, & evidentiora; Anima verò posteriori actu accipit ab illis, Exemplaque & Imagines ortu posteriori fingit in seipsâ, respiciens ad Essentias viliores, & abstrahens à materiâ, quæ secundùm ipsius naturam sunt inseparabilia; nonne Animam ipsâ materia obscuriorem, indigentioremque faciunt? Nam & materia locus est materiatis rationibus, sicut Anima speciebus (immateriatis) Esset verò illa locus prioribus, ista secundarijs & illa ducatum obtinentibus in essendo, ista subsistentiam habentibus ab illis: denique illa factis secundùm essentiam, ista nuncupatis secundùm intentionem. Quomodo igitur Anima, Mentis & intellectualis primæ Essentiæ particeps, & quæ cognitionem inde consummatam habet; quomodo inquam etiam obscurissimarum totius vitæ specierum erit receptaculum, infimi scilicet in rebus gradus, omniumque imperfectissimi ad essendum? Verùm hanc opinionem oppugnare pluribus, quæ dudum à multis est flagellata ex merito, supervacuum existimo.*

Animã hic intelligit Mundi præcipuè, Deũ creatum Platonis: Mentem verò, q̃ Christiani dicerẽt ipsũ Deum Creatorem: cujus imagines sunt omnes Animæ creatæ, corporibus vivificãdis præfectæ.

Quod si non existunt Mathematicæ species per abstractionem materiatorum, neque per collectionem eorum, quæ insunt in singularibus communia: neque omninò sunt ortu posteriores aut ex sensilibus: necesse utique fuerit, vt Anima vel à seipsa vel à Mente transsumat illas, vel denique & à se & à Mente simul. Verùm si à se solâ, quomodo erunt imagines intellectualium specierum, quomodo erunt mediæ inter partibilem & impartibilem naturam, cùm nullam à primis consummationem ad essendum sortiantur? quomodo denique Prima Exempla, Paradigmata vel Ideæ, quæ sunt in mente, sunt universorum Principes?

Sin verò à Mente sola transsumuntur in Animam; quomodo Anima manebit ipsa seipsâ operans, seque ipsam movens; si Rationes, quæ sunt in ipsâ, ad normam subsistentiæ illarum rerum, quæ ab alio cientur, influxerunt in ipsam aliunde? Et quid differet Anima à Materia, quæ solùm potestate est omnia, nihil verò dè materiatis speciebus generat?

Christianis & sunt Animæ exemplaria Creatoris, & sustẽtãtur etiã num ab illo pquandam velut irradiationem vultus divini in ipsas.

Restat igitur, vt Anima & à seipsâ & à mente transumat ista, & vt ipsa sit absoluta consummatio specierum, quæ ab intellectualibus primis Exemplis seu Paradigmatibus à seipsis genitis subsistentiam habent, & accessum ad ipsum ESSE sortiuntur. Itaque nequaquam est Anima Tabula rasa, ab omnibus rationibus vacua; sed est scripta semper tabula; scribitque & ipsa in seipsam, & scripturis impletur à Mente. Est enim Anima, Mens, seu Intellectus quidam, qui seipsum secundùm priorem se Intellectum revolvit, imago illius, & figura seu typus foris factus. Si igitur ille omnia intellectualiter est

ter est, erit & Anima omnia animaliter; & si ille exemplariter; Anima imaginis in modum; & si ille contractim & unitim, anima divisim. Quod cum & Plato intellexisset, Animam ex omnibus constituit, divisitque secundum numeros, revinxitque Analogijs & Rationibus Harmonicis; inque ipsam contulit Principia prima, Figurarum effectrices, puta Rectum & curvum, movetque circulos, qui sunt in ipsâ intellectualiter. Omnia ergò Mathematica primùm sunt in Anima; & ante Numeros Numeri seipsos moventes, & ante figuras apparentes, figuræ vitales, & ante Concordata vel concinnata, ipsæ Rationes concordantiarum, seu Harmonicæ; & ante corpora, quæ moventur in circulum, ipsi inconspicui cycli conditi sunt; estque Anima omnium verum Consummatio; & hæc est exornatio quædam alia (præter sensilem) quæ & ipsa seipsam adducit (adres) & à familiari & cognato principio adducitur; quæque vitâ & seipsam implet, & à Creatore impletur, incorporeo & indistanti modo. (Non lõgâ abest ab unoquoque; in ipso vivimus, movemur & sumus) *Et cum prosert explicatque Rationes ejus: tunc & Scientias detegit omnes, & virtutes. Essentiatur igitur in hisce speciebus Anima; nec existimandum, Numerum, qui in ipsa inest, esse multitudinem unitatum; neq; formam & ideam eorum quæ locis sunt dislocabilia, subaudienda est corporea: sed omnia vitaliter & intellectualiter supponenda, & prima exempla apparentium Numerorum & Figurarum & Rationum & motuum: & sequendus hic Timæus, qui omnem ipsius ortum & fabricam à Generibus Mathematicis consummat & perficit, ing; ipsâ rerum omnium causas reponit. Septem enim illi termini Numerorum omnium secundum causam in ipso præextiterunt. Rursum Figurarum principia architectonico seu fabrili modo in ipsa reposita sunt; & motuum omnium primus & principalissimus, qui motus reliquos omnes circumdat incitatque, unâ cum ipsâ extitit; omnium enim quæ moventur, principium est circulus, & motus circularis. Sunt igitur essentiales & seipsas moventes Mathematicarum rerum Rationes, quæ consummant Animas: quas Anima proferens & propagans evolvensque, omnem varietatem scientiarum Mathematicarum facit subsistere. Neque erit unquam vt desinat illa progignere & eruere semper alia post alia: dum Rationes suas impartibiles simplicitate exuit. Omnia enim prius accepit, speciorum principium & primævarum in modum; & secundùm infinitam suam facultatem, ex principijs anticipatis, omnis generis speculationum propagationes architectatur.* Hactenus Proclus.

CAP. I.

In Timæo, qui est citra oem dubitationis aleâ, commẽtarij quidam in primum caput Geneseos seu lib. I. Mosis, transformans illum in Philosophiam Pythagoricam: ut facile patet attentè legenti, & verba ipsa Mosis idem tidem conferenti.

Animam Mundi Timæus intelligit.

Puto 1.2.4.8 & 9.27.

Totum locum exscribere volui, quia non tantùm genuinos Harmoniarum terminos, Circulos & arcus à figuris rescisos, inter cætera mathematica, in Anima, inque mente statuit essentialiter, sic ut hæc mathematica fiant ipsi animæ, vicissimque Anima ipsis (in quantum sunt secreta à singularibus) quædam velut Essentia: sed etiam quia mihi similia proferenti, demit invidiam rejecti hinc inde Aristotelis; totamque hanc philosophiam eximiè commendat.

De Numeris quidem haud contenderim; quin Aristoteles rectè refutaverit Pythagoricos: sunt enim illi secundæ quodammodò intentionis, imò & tertiæ, & quartæ, & cujus non est dicere terminum: nec habent in se quicquam, quod non vel à quantitatibus, vel ab alijs veris & realibus entibus, vel etiam à varijs Mentis intentionibus accepe-

CAP. I. Climactericis.

rint: itaque nec Platonicis Numeris, conversioni Rerump. tributis, quos Bodinus in Methodo Historiarum usurpat; nec Climactericis dictis, propter quidem seipsos, quicquam tribuo: nisi in quantum ij Revolutiones Astrorum Configurationumque numerant: ut nuper in Prolegomenis Ephemeridum non obscurè significavi.

At quod attinet quantitates continuas, omninò adsentior Proclo; etsi oratio fluit ipsi torrentis instar, ripas inundans, & cœca dubitationum vada gurgitesque occultans, dum mens plena majestatis tantarum rerum, luctatur in angustijs linguæ, & conclusio nunquam sibi ipsi verborum copiâ satisfaciens, propositionum simplicitatem excedit. Opinor igitur, si meas ego orationes, cur Harmonijs insensilibus, Circulum intellectualem, eiusque partes, terminos constituam, jam subiunxero (conceptas prius quàm Proclum legissem) me non tantum consentanea Proclo dicturum, sed etiam compendium quoddam loci describpti facturum, quantum quidem ille meo servit instituto.

Termini Harmoniarum insensilium, quâ-titates abstractæ.

Non dicam inter rationes, quòd cum primùm foris, deinde in sensu fuissent illa, quæ comparantur; ultimò & à rebus, & à sensilibus rerum speciebus abstracta fuerint, quem sensum propriè vox abstrahendi gignit: nam ut supra dictum, hæc abstrahendi ratio pertinet ad sensiles Harmonias Sonorum & Radiorum, habetque locum tunc tantùm, cùm, uti civium benè vel malefacta ex legibus antiquitùs latis, ita Soni & Radii ex Archetypica Harmoniâ jam anteà intus præsente, dijudicantur.

Sed hæc est causa, cur quantitas intellectualis esse dicatur, quæ terminos præbet Harmonicis proportionibus, quia oportet illam quantitatem demonstrationis longè subtilissimæ capacem esse: demonstratio verò illa ex sensilibus diagrammatis nunquam habetur, etsi ijs adjuvetur: nec ex collectionibus oritur multorum singularium sensilium in unum Axioma, sed à priori comparatur. Quod cùm suprà Proclus verè objecerit Aristoteli, sic in genere intellectum, possum ego in specie luculentissimis argumentis ex libro primo petitis reddere munissimum. Figurarum enim quæ Harmonicum arcum circuli rescindunt, differentia specifica, qua ut parte definitionis, explicatur earum essentia, est ista, quòd oportet illas esse scibiles. Iam verò quæ scibilitas sine Mente, scientiæ capace? Neque dixeris, rem esse posse, ut scientia ipsa rei non sit: Nam scientia consistit in comparatione, ut cùm latus figuræ est æquale Semidiametro. Jam æqualitas quæ sit sine mente, præsertim in ijs, quæ loco secluſa sunt, id intelligi non potest: revolvimurq; ad argumentum jam suprà pro Harmoniis etiam sensibilibus allatum.

Neque tantùm scibiles sed etiam scitas oportes esse; ut Archetypalis Harmonia luceat actu intus in animo. Nam posibilitas ad sciendum nobis ad Criterium harmoniarum sensilium non sufficit. Cujus igitur pars essentiæ est intus in animo, adeòque in ejus Operatione seu Energiâ, illam ipsam rem intus oportet statui, terminos scilicet Harmoniarum, Circulum, eiusque Partem.

Quæras

Quæras quî possit inesse scientia rei, quam nunquam mens didicit, nec fortasse discere potest, si sensu rerum externarum destituatur? Ad hoc respondit suprà Proclus, verbis in sua philosophia tritis: nos hodie, nî fallor, vocabulo Instinctus rectissimè utemur. Menti quippe humanæ cæterisque Animis ex instinctu nota est quantitas, etiamsi ad hoc omni sensu destituatur: illa seipsâ lineam rectam, ipsa intervallum æquale ab uno Puncto intelligit, ipsa per hæc sibi circulum imaginatur. Si hoc, potest multò magis in eo demonstrationem invenire, itaque oculi officium in aspiciendo diagrammate (si tamen opus eo habet) supplere. Quippe mens ipsa si nullius unquam oculi compos fuisset, posceret sibi ad comprehensionem rerum extrà se positarum, Oculum, legesque ejus formandi ex seipsâ petitas præscriberet (siquidem pura & sana & sine impedimentis, hoc est, si id solum esset, quod est) ipsa enim quantitatum agnitio, congenita menti, qualis oculus esse debeat, dictat: & ideò talis est factus Oculus, quia talis Mens est, non vicissim. Et quid multis? Geometria ante rerum ortum Menti divinæ coæterna, Deus ipse (quid enim in Deo, quod non sit Ipse Deus) exempla Deo creandi mundi suppeditavit, & cum imagine Dei transivit in hominem: non demum per oculos introrsum est recepta.

CAPVT I. Anima habet scientiam Mathematum ex instinctu.

Eadem penè Proclus paulò post locum, priꝰ adductum: Essētijs Mathematicis assimilari veritatē circa deos, & Opificē totiꝰ universi usum archetypis mathematicis, sibi coæternis, in conformatione Mundi.

Cum igitur demonstrabilitas quantitatibus insit, non quatenus figuræ subjiciuntur oculis, sed quatenus mentis oculis patent, id est, quatenus non tam abstractæ à sensilibus, quàm nunquam ijs concretæ fuerunt: abstractam igitur quantitatem, jure terminos statuimus proportionibus harmonicis Archetypicis, quippe quæ sunt ex circuli divisionibus demonstrabilibus.

Est alia causa cur abstractas quantitates eligam, quia circulus, qui figura est, quartæ nempe qualitatis species, quamvis sit quantitas, tamen in hoc negocio, purè ut figura consideratur, sine magni vel parvi discrimine, adeò ut etiam ab ipsa quantitate, veluti à suo subjecto abstrahatur quodammodò, possitque vel in puncti angustiâ eius agnosci natura. Hoc opinor Proclus voluit, dum Mathematicas res in Anima dixit inesse incorporeo & indistanti modo.

Est deniq; & hæc summa & decumana ratio, quòd quantitatum est mirabilis quædam, & planè divina politia, rerumque divinarum & humanarum communis in ijs symbolisatio. De sacrosanctæ Trinitatis adumbratione in sphærico scripsi passim, in Opticis, in Commentarijs Martis, iu doctrina sphærica, quæ hic repetita volo. Sequitur igitur recta linea, quæ ex fluxu puncti in centro, in punctum unicum superficiei, prima rudimenta creationis delineat, æmula æternæ generationis filij (egressu centri, versus infinita puncta totius superficiei, lineis infinitis, sub æqualitate omnibus perfectissimâ, figuratæ & depictæ) quæ recta linea elementum scilicet est formæ corporeæ. Hæc in latum ducta, jam ipsam Formam corpoream adumbrat, Planum creans: plano verò sectum sphæricum, Circulum sectione repræsentat, mentis creatæ, quæ corpori regendo sit præfecta, genuinam imaginem: quæ in ea proportione sit ad sphæricum, ut est mens humana ad di-

Symbolismꝰ rerum divinarum humanarūque in quātitatibus.

CAPVT I.

ad divinam, linea scilicet ad superficiem, utraque tamen circularis: ad planum verò in quo & ineſt, ſe habet ut curvum ad rectum, quæ ſunt incommunicabilia & incommenſurabilia: ineſtque pulchrè circulus tam in plano ſecante, circumſcribens illud, quàm in Sphærico ſecto, mutuo utriusque concurſu; ſicut animus, & in corpore ineſt, informans illud, connexusque formæ corporeæ, & in Deo ſuſtentatur, veluti quædam ex vultu divino in corpus derivata irradiatio, trahens inde nobiliorem naturam. Quæ cauſa ſicut ſtabilit proportionibus harmonicis Circulum pro ſubjecto & terminorum fonte, ſic vel maximè abſtractionem commendat: cùm neque in certæ quantitatis circulo, neque in imperfecto, ut ſunt materiales & ſenſiles, inſit divinitatis animi adumbratio; & quod caput eſt, tantum à corporeis & ſenſilibus deceat eſſe abſtractum, circulum quantum curvi rationes, Animi ſymbolum, à recto, corporum umbrâ, ſecretæ & velut abſtractæ ſunt. Satis igitur muniti ſumus ad hoc, ut Harmonicis proportionibus, animi ſolius obiectis, terminos ex abſtractis potiſſimùm quantitatibus petamus.

Animi quædam definitio.

Ut igitur hunc locum concludamus: præcipua faſciculo colligemus. Commune enim habent Harmoniæ ſenſiles cum Archetypalibus, quòd terminos requirant, eorumque comparationem, ipſius Animæ energiam: in hac comparatione, utrarumq; eſſentia conſiſtit. Sed ſenſilium termini ſenſiles ſunt, extraque Animam præſentes adeſſe debent; Archetypalium termini ſunt antea intus in Anima præſentes. Senſilibus igitur opus inſuper eſt receptione per ſpeciem ex ſe emiſſam, quæ receptio fiat à ſenſibus, Animæ miniſtris; opus eſt & alia comparatione, ſingulorum terminorum ſenſilium, cum ſingulis Archetypalibus, puta circulo, eiusque parte ſcibili; at Harmoniæ Archetypali neutrare eſt opus, cùm termini antea ſint in anima præſentes, ei congenitæ, ipſaque adeò Anima; nec imago ſint veri ſui Paradigmatis, ſed ipſum ſuum veluti Paradigma. Ita ſimplex tantum comparatio, quam inſtituit anima, ſuarum ipſius veluti partium inter ſe, abſolvit Archetypicæ Harmoniæ eſſentiam omnem. Denique Anima ipſa, verſans in hac energia, eſt propoſita nobis Harmonia, ſicut, ſine reſpectu hujus energiæ, eſt circulus eiuſque pars, termini ſc. Harmoniæ: tandemque Harmonia penitus animificatur, adeòque deificatur.

CAPVT II.

Quot qualeſque ſint Animæ facultates ſecundum Harmonias.

DIximus hactenus de proportionibus harmonicis, quid illæ ſint, & ubi conſiſtant: neque dum nobis videmur attigiſſe quæſtionem inſtituto noſtrum convenientem; quod non tàm in ipſis proportionibus harmonicis, quàm in facultate Animæ harmonica, ſcilicet agendi ſecundum proportiones, verſatur. Hactenus igitur de pro-

CAPVT II.

de proportionibus egimus causa ipsarum Essentiæ: nunc de ijsdem agendum causa ipsius Animæ.

Quot facultates Animæ circa Harmonias occupetur?

Duplex autem facultas circa harmonicas proportiones existit, altera per discursum, mentalis, vel quasi, altera operativa: & mentalis quidem rursum duplex, aut enim inventiva proportionum ipsarum ex abstractis quantitatibus, aut agnitiva seu animadversiva electarum proportionum in rebus sensilibus. Facultas igitur quæ indagat rationes harmonicas, est eadem, quæ & reliquas scientias artesque complectitur, Animi scilicet humani pars superior. De Deo enim hic nihil, ut qui non discursu & studio quippiam indagat, sed scit ab æterno.

Animis connasci rationes harmonicas.

Facultas illa quæ proportiones nobiles in sensilibus, vel etiam in aliis rebus extra se constitutis, animadvertit agnoscitque, est inferior animæ facultas, sensus proximè informans, aut adhuc inferior, scil. tantùm facultas animæ vitalis, quippe quæ nec discurrit, ut Philosophi solent, methodove ad hoc utitur: nec in solo inest homine, sed etiam in feris & pecudibus, inque Anima sublunari. Quæras? si illa non compos discursus, eóque non possit apprehendere scientiam Harmonicarum proportionum, unde ergo hoc habeat, ut agnoscat forinsecus oblatas? Nam agnoscere, est externum sensile cum Ideis internis conferre, eisque congruum judicare. Quod pulchrè exprimit Proclus, vocabulo suscitandi, velut è somno. Sicut enim sensilia foris occurrentia faciunt nos recordari eorum, quæ antea cognoveramus: sic mathemata sensilia, si agnoscuntur, eliciunt igitur intellectualia, antè intus præsentia: ut nunc actu reluceant in Anima, quæ prius veluti sub velo potentiæ latebant in eâ. Quomodò igitur irruperunt intrò? Respondeo, omninò Ideas seu formales rationes harmoniarum, ut de ijs suprà disserebamus, inesse ijs, quæ hac agnoscendi facultate pollent; sed non demum introrsum recipi per discursum, quin potius ex instinctu naturali dependere, ijsque connasci, ut formis plantarum connascitur numerus (res intellectualis) foliorum in flore & cellularũ in pomo. Quod experimentum in plantis, simile rationibus harmonicis, (numerus enim & proportio, res cognatæ sunt, ut suprà patuit) efficit, ut ne vegetativæ quidem animæ facultati, Plantisque ipsis, facultatem agnoscendi harmonicas proportiones Radiorum sideralium, confidenter possim adimere: etsi sine experimentis proprijs nihil statuo. Sic igitur fit, ut pueri, ut rudes, agricolæ, barbari, ipsæque adeò feræ, percipiant harmonias vocum, etsi nihil sciunt de scientia harmonica. Si quæras unde illis hic instinctus? aut ad Deum confugiam, qui has corporibus formas, omnes sui ipsis imagines, secundùm magis tamen & minus, efformat & præficit, secumque ipsis harmonicas rationes circumgestare facit, uti ipse eas ab æterno mente complexus est, inque creatione expressit, ut suprà dictum: aut, quod eodem redit, allegabo cognationem, cap. I. tactam, animarum harum, etiam inferiorum, cum circulo, ad quem, velut ad normam legemque, compositæ & conformatæ sint, cumque ipso circulo, ejusq; demonstrabilitate, Ideam etiam proportionum harmonicarum inde dependentium induerint. Valde enim confirmant hanc Philosophiam Geneses, cùm videamus, characterem confluentiæ radio-

Animam et se quodammodo circulum.

Fundamentum influxuum Genethliacorum

CAP. II.

radiorum cœlestium ad idem punctum, velut ex circulo communi, imprimi in nascentis animum: de quo infra cap. VII. plura.

Media quibus Anima percipit Harmonias

Porrò media quibus utuntur istæ facultates Animæ inferiores ad percipiendas harmonias externorum, sunt eadem quibus & externa ipsa objecta introrsum recipiunt. Si sensilia sunt, sensibus etiam percipiuntur, facultatib⁹ sc. animæ, sensus in formantib⁹, quæ & ipsa non minus quàm superior, in comparatione versantur rerum certarum, sed id instinctu, non discursu. Sic soni auditu, eiq; præfectâ potestate, consonantes discernuntur à dissonantibus. Sic proportiones Architectonicæ oculis percipiuntur, & facultate illa, quæ visui est præfecta, pulchræ & congruæ ab incongruis discernuntur. Sin autem res ipsæ, in quibus est harmonica ratio, sensiles non sunt, sed fortè aliâ facultate perceptibiles, eâdem & ipsæ proportiones rerum in animâ relucent: uti comparatum est cum proportionibus radiorum sideralium: quæ quomodo ab anima sublunari percipiantur, infra Capite VII. disquiremus.

Qualis perceptio?

Est tamen obtusa & obscura hæc Harmoniarum perceptio in facultatibus Animæ inferioribus, & quodammodò materialis, & sub nube quasi ignorantiæ: nec enim sciunt se percipere; ut cùm videntes aliquid, non tamen animadvertim⁹, nos id videre. Tales sunt motus illi, & pavores, à Stoicis celebrati, naturales sine consilio, præterq; volũtatem talis etiam affectus Odij vel Amoris naturalis, miro cumprimis ingenio;

Amoris instinctus.

qui membrorum cõmensu, vocisq; & temperamenti qualitatib⁹, bonitatem vel similitudinem æstimans Animæ alterius cum suâ, mirificè in illam exardescit. Amat igitur insanus adolescens puellam: nec scit cur, aut quid in ea potissimum amet, quod ei non possit præstare quævis obvia meretrix, si inhonestus amor, aut quæcunque nubilispuella, si legitimus. At Physiognomicus superveniens, invenit in utraq; personâ similitudinem aliquam morum; qui si vitiosi, litigijs perpetuis in conjugio præbent occasionem; si boni, tranquillitati vitæ. Adeóq; huc re-

Physiognomicus instinctus.

referendus est universus instinctus Physiognomonicus; qui quamvis mutus, & quodam̃odò brutus, (minimè verò arte comparatus, etsi per eam excoli potest) rerum tamen humanarum interpres & arbiter est unicus. Tantum enim quilibet prosperitatis (naturaliter loquendo) obtinet, quantum ejus facies, cõmensus corporis, incessus motusque membrorum, arridet rerum potientibus, quantumq; ijs irrepit, nullo

Fascinum Aspectus.

etiam super ea re consilio usis, veluti latens; ut sæpe testentur, se amare vel odisse quempiam, nescientes ob quam causam. Talis inquam est in Animæ facultatibus inferioribus sensus proportionum sine sensu. Adeò neq; distinguunt proportionem à Terminis seu subiecto suo (ut cum auditâ jucundâ cantilenâ, præter sonos ipsos, nihil de artificio ipso cogitam⁹) nec planè distinguũt inter se diversas Harmonias; tantùm nquòd sint, animadvertunt, quid vel quàm variæ sint, nescivnt. Quippe ipsæ etiam Ideæ Harmoniarũ, quas hæ inferiores Animæ facultates secum habent int⁹, non planè puræ ipsis sunt instinctæ, sed cum involucris speciei subjectæ, ej⁹ sc. quæ cujusq; facultatis sit obiectum. Nimirum facultas auditus (ut exemplo sonorũ concordãtium utamur loco omniũ) corpori proximè astans, crassa nimis, eòq; & inhabilis fuit ad recipiendam purissimam proportionis Ideam, ut iam statim pluribus explicabo.

Nunc

Nunc enim ad energeticas Facultates venio, quæ circa proportiones Harmonicas occupantur. Est n. hæc quoq; duplex: nam aut in seipsâ est operosa, aut in rebus extra se, utrinq; assimilans opa sua proportionib⁹, aut inducens has in illa. Et illa quidem passivæ similis est, ista citra controversiam in agendo exercetur, illa igr inferiorum Animq facultatum rursum est soboles, ista superiorum: illa Naturę viribus subest; hęc voluntati hominis. Illâ sanè motu pollet alterationis, quam corpori suo inferat, ut omninò facultati subsit vitali. Quod enim delectamur Harmonijs sonorum, speciem passionis habet, quippe delinitionis demulsionisq;, unde etiam à Philosophis à patiendo Sympathia dicitur animorum cum Cantu: est tamen reverâ operatio animæ, naturali motu agentis in seipsam, seseq; exuscitantis: ad quod illa non consilio, nec voluntate, sed instinctu naturali fertur: habetq; jam ab ipso ortu connexas & in unum quasi conflatas Ideas, & Harmoniarum in sonos incorporatarum, & affectionũ animi respondentium: ut non aliter ipsi sit implantata Idea Harmoniæ, quàm quatenus lætificat, estq; delectabilium aliquid, & quatenus est Ideæ motus conformis implexa. Hoc opinor Proclum supra voluisse, cùm affirmaret, Paradigmata rerum Mathematicarum (& sic etiam, multòq; magis Harmoniarum) inesse in Mente *intellectualiter, in Animâ verò † vitaliter: sic n. inerunt etiam in facultate audit⁹ sonorè, in vitali sublunarium radiosè & operativè; sc. non sunt ipsa Paradigmata pura interna, sed Icones illorum, foràs derivati.

CAP. II.

Quid secũdum Harmonias patiatur Anima.

* νοερῶς.

† ζωϊκῶς.

Quòd verò non tantùm delectamur Harmoniâ cantus, sed etiam digitorum, oris, pedum, corporisq; motus accommodamus: id jam præstamus facultate animali, junctâ voluntate. At cùm etiam vocem ad Harmonias intelligibiles accommodamus, meditantes concinnum cantum, antea non auditum: hic supremis infimisq; omnibus facultatibus utimur: supremis quidem, quòd & volumus, & consilio utimur; inferioribus verò, quòd possumus, & quòd etiam sine intellectione proportionum, solas Ideas intervallorũ, naturâ inplantatas, cantu exprimim⁹, inconcinnis omnib⁹ exclusis, per sola intervalla concinna divagantes.

Vt Animi agant secundum rationes harmonias.

Hactenus igitur explicatas, facultates harmonicas essentialis illa Harmonia, DEUS ipse, expiravit creando, ut qui est οὐσίαι ἐνεργείαι, inspiravitq; hanc particulam suæ imaginis, in Animas omninò omnes, secundùm magis tamen & minus, qua inculcatione finem impono, & Huic capiti.

Vnde Animis insint facultates Harmonicæ.

CAPVT III.

Quæ sint Genera τῶν ἡρμοσμένων, hoc est, rerum seu sensilium seu immateriatarum; in quibus expressæ sunt Harmoniæ, sive à Deo, sive ab homine, & quomodo?

DIstinctas esse quæstiones facile patet 1. cui insint Harmoniæ tanquam Agenti, Formanti, seu Opifici. 2. Cui insint tanquam operi formato. De priori egimus hactenus: de posteriori nunc porrò agendum accuratiùs.

CAP. III.

1. In Anima

Res igitur omnes vel sunt immateriatæ, vel materia participant. Imateriata est Anima (respectu quidem corporis) atq; hæc, ut hactenus usurpavim⁹, tota respectu suæ essentiæ, descripta est à Deo in has proportiones Harmonicas, quæq; priùs inerant Animæ ut Opifici, sc. ut est Energia, nunc insunt eidem, ut operi Dei. Quæ verò materiâ partipant illa simul & Numero & Magnitudine participat. At magnitudinem sequitur earum situs in loco; quib⁹ deniq; accidit Mot⁹ localis. Numerus

2. An in Numero Planetarum.

igr est aliquid naturâ pri⁹ Harmoniâ, quia oportet terminos harmoniæ cujusq; esse numero plures uno. Habet tamen & Numerus primorum Mundi corporũ suas ex Geometria causas, quas infra lib. V. ex Mysterio meo Cosmographico repeto. Quantitatem sequitur figura, individua ejus proprietas; quæ cur globosa sideribus, ipsiq; adeò Mundo deberetur, sc. ex Sphærici Archetypo, id alibi passim solet explicari. Figuras corporum diversorum statim sequitur certa proportio, eaq; triplex: una

3. An in mobus corporum.

diametrorum, altera superficierum, tertia spacij seu corporum. Igitur si causæ harum Proportionum aliæ non supperetèt, probabiliter possemus affirmare, ex Harmonijs esse desumptas. Quæcunq; tamen eæ sunt, illas Globi cœlestes sine ulla mutatione custodiunt; quippe qui nullo motu temporisve decursu majores minoresve fiunt. Secus est cum ijs Proportionibus quæ insunt corporibus causâ situs, & causâ motuum localium: illæ enim retinent ingenium Motus ipsius, qui ut in continuo FIERI, nunquam in ESSE versatur, sic etiam Proportiones motuũ in-

4. An in intervallis.

constantes sunt, alijsq; temporibus aliæ. Verum quidem est: si motus corporum cœlestium non variaret eorum intervalla à communi meta seu Basi mundi, h. e. si nullus esset eorum mot⁹ in altum & profundum, sed omnis in merum circulum concentricum; tunc non tantùm intervallorum proportio constans, sed etiam merè Harmonica futura fuisset, si causæ aliæ non suppetijssent. Idem de motu dicendum, causa suæ es-

5. An in motuum celeritate constanter.

sentiæ, id est causa suæ celeritatis veræ per ætherem: quæ si constans singulis esset & perpetua, dubium nullum est; quin hæ diversorum celeritates & tarditates ad leges Harmonicas fuissent attemperatæ. Idem deniq; de eodem motu dicendum etiam causa confecti spacij sub Zodiaco apparentis. Nam si omnes planetæ eodem motu apparenti sub

6. An in motibus apparentib⁹ sub Zodiaco constanter.

Zodiaco debuissent incedere, nec unq̃ longius alter ab altero separari: non est dubium, q.n Deus talem illorum situm ad se mutuò sub Zodiaco constituisset inde ab initio (siquidem libera & non alijs necessitatis legib⁹ nexa fuisset illorum dispositio) qui undiquaq; Zodiacum rationib⁹

7. An in situ eorum initiali apparente sub Zodiaco.

dispesceret Harmonicis. Id adeò & in principio motuum (cùm principium temporis consideretur sine tempore) fuisse consentaneum est; us ex communi situ & configuratione Harmonica (qualis vel ex Terra, vel potius ex Sole apparere potuit) velut à carcerib⁹, in sua quilibet spacia seu itinera excurrerit. At quia Planetæ moventur in altum & profundum, situs intervalla mutantes; & quia ad hunc motum necessitate physicâ sequitur etiam realis intensio & remissio motuum, causâ celeritatis: deniq; quia per inæquales diversorum celeritates apparentes, Zodiaci spacium, quod videntur illi trajicere, dividitur aliàs aliter: hisce tribus nominibus, tam sitibus, quàm motibus idem contingit causâ temporis, quod quantitatib⁹ ipsis sine respectu temporis. Sicut enim non in

In multis non constanter.

toto

toto circulo, vel rectâ inq; omnibus ejus punctis sunt termini seu metæ rationum Harmonicarum, sed saltem in certis aliquibus: sic etiam hic non toto tempore motus, existere possunt Harmoniæ, neq; in intervallis, neq; in motuum celeritate, neq; in spacijs Zodiaci inter planetas intercepti: possunt tamẽ omninò in certis temporis momẽtis, & possunt hoc citra ulteriorem Dei operam, semel initio motus dato. Nam qui extrema præscripsit motibus, & mutationem indulsit ab uno extremo in alterum; idem etiam intermedia largitus est omnia, tam incongrua, quæ sunt infinita, quàm etiam congrua & Harmonica, certo numero incongruis interjecta. Neq; enim hæc mutabilia Deus reliquit sine omni cura ornatus Harmonici: quin potiùs eorum aliqua (ut motus Planetarum proprios) extremorum ipsorum præscriptione in ordinẽ Harmonicum redegit: quæ materia libri V. erit: in alijs, ubi non dantur extrema, sed quantitas motionis circulo connexa est secum ipsâ, satis habuit Creator, sic conformare animas, creaturis mũdanis præfectas, ut & expectarent & observarent & animadverterent harmonias, per totũ circulum, suis temporum momentis provenientes; & operationes suas ad illarum præscriptum accommodarent. Sic fit cum motibus planetarum ex Terrâ apparentib⁹ sub Zodiaco materia hujus IV. libri propria.

CAP. III. Vide fol. 24.

8. In itinerum celeritatibus.

7. Itinerum longitudinibus per Zodiacum.

Igitur cum operibus Dei nobis notis, res sic habet: ad quæ si jam comparemus ea, quæ Homines ad harmonicas leges ordinant, partim eadem nobis dicenda erunt, partim diversa. Primùm in Cantibus etsi non minus quàm in cœlo datur continua quantitatis augmentatio & diminutio: hæc tamen in cœli motibus, certis naturæ legibus est necessaria; in voce humanâ neq; necessaria est, neq; etiam facilis. Guttur n. distinctione circulorum ad voces articulatas factum est: faciliùsq; ab acuto in grave, & viciſſim, p saltuum veluti intervalla, sonitusq; discretos pervenimus, quàm si juberemur uti intensione continuâ. Nihil igr mirum, in motibus cœlestibus, cum ipsa augmentatione & diminutione continuâ, quæ vitari non potuit, mansisse etiam intervalla inconcinna, mixta concinnis & consonis: in cantu humano, eliminatis omnibus inconcinnis, sola concinna & consona observari. Neq; habet ideò, quo glorietur Cant⁹, præ motionibus cœlestibus: illis n. aliud officium quod peragant, est demandatum; harmonica contemperatio ipsis est accessoria tantùm: cantus præter Harmonias, nihil quod spectet habet, nihil extrà requirit, in unum solum finem delectationis intentus est.

10. in Cantu Differentia Harmoniarum cœlestium & cãtus humani

Cur vox hominis non continuis augmentis intendi possit: ut instrumentum vel chorda? Cur non meræ harmonicæ cõfigurationes, ut in cãtu meræ cõcinnæ?

Sunt & alia opa humana, in quæ mens proportiones harmonicas, obscuriùs tamen & viliùs, introducit: utcùm Cantus non qualitate tantum acuminis & gravitatis, sed insuper etiam mensurâ tactus, proportionis duplæ & triplæ participe, informatur: & rursum in motu corporũ; cum saltatur in Choreis, primum in æqualitatis, posteriùs in duplâ proportione. Quod idem & poetæ imitantur, concinnatione pedum ex syllabis, longâ & brevi; quarũ illa ponitur esse dupla hujus: ubi Iambus ⏑ –, Trochæus – ⏑ vel Tribrachys ⏑ ⏑ ⏑, ad Spondæum – –, dactylum – ⏑ ⏑, Anapæstum ⏑ ⏑ –, vel Amphibrachyn ⏑ – ⏑, vel Proceleusmaticum ⏑ ⏑ ⏑ ⏑, est, ut 3. ad 4; ad Bacchios ⏑ – –, – – ⏑, Creticum – ⏑ – & Pæonas, – ⏑ ⏑ ⏑, ⏑ – ⏑ ⏑, ⏑ ⏑ – ⏑, ⏑ ⏑ ⏑ –, ut 3. ad 5. ad Molossum – – –, Choriambum – ⏑ ⏑ –,

11. In tactus mensura. Vide lib. III. fol. 14.

12. In Saltatione.

13. Harmoniæ pedum poeticorum

Ionicos & compositos suos, ut 3. ad 2. ad eosdem Spondæus, Dactylus, & qui totidem cum ijs tempora habent, ut 2. ad 3; & hi ijdem, ad Pæonas, ut 4. ad 5. Pæones verò ad Choriambum & socios, ut 5. ad 6.

Vnde pedibus

Adeòq; delectantur Poetæ & Grammatici etiam nominib⁹ proportionum, usu peculiari, pedes quadrisyllabos, unâ brevi, Epitritos, h. e. Sesquitertios appellantes: quia ut in proportione 4. ad 3. lineis parallelis expressa, tres quidem primæ unitates duplici lineâ repræsentatur, quarta tantùm simplici excedēte: sic in pede tres syllabæ sunt duorum temporum, quarta uni⁹ tantùm. Cùmq; vox ipsa Pedum ad Choros alludat,

Quomen Epitriti.

Harmoniæ histrionicæ. Architectonicæ.

partem Comœdiarum & Tragœdiarum; videtur histriones etiam motu pedum proportiones istas omnes expressisse, non minùs quàm hodie dupla & tripla exprimitur. In Architectonica quæcunq; proportiones longitudinis ad latitudinem vel crassitiem plurimùm probantur, etiam ànon Mathematicis spectatorib⁹, eæ quàm proximæ harmonicis inveniuntur.

Harmoniæ ex humanis solæ cantus cur exactissimæ

Quod verò his omnib⁹ exactiores sunt sonorum proportiones, ijsq; Natura hominis delectatur impensiùs exprimendis, fit inde, quia sonos vel maximè in potestate habet animans omnis; quippe intra se formatos, ab ipsis præcordijs emissos, ad omnem mentis nutum, omnem cordis motum promptissimos: & quod priùs dictum, quia instrumentum etiam nactus est aptissimum, Guttur in longum porrectū, instar chordæ seu potiùs fistulæ: qua in longitudine rectilineâ vox sursum deorsum errat expeditissimè.

Cur harmoniæ in quantitatibus quiescentium non insint crederentur.

Generaliter autem in omnibus reb⁹, in quib⁹ quantitas, & secundùm eam Harmoniæ quæri possunt, insunt illæ multò evidentiores per motum, quam sine motu. Nam etsi inest in unaqualibet lineâ rectâ, ejus dimidium, tertia, quarta, quinta, sexta, earumq; multiplices: latent tamen eæ, inter partes alias, toti incomensurabiles, in una & eadem confusione cum totâ, sic ab conditæ, ut si maximè secunda linea æqualis aliquotarum partium alicui, stet juxta totam, verbi causa, trabs superliminaris trium pedum, juxta postem quinûm; ej⁹ tamè proportio ad totam non ita facile innotescat, ac si motus aliquis comparabiles longitudines discernat, constituat & determinet. Causa hæc est, quòd ubi quantitas est sine motu secundùm eam, ibi omnia quæ insunt in quantitate, simul sunt eodem tempore, omnes sc. partium omnium proportiones ad totum: at si quantitas aliqua motu quodam pertransitur; tunc (ut est motûs essentia) quæ pertransitæ sunt proportiones, eæ non sunt amplius, quæ nondum sunt pertransitæ, nondum etiam sunt; & una quævis proportio sola est, cùm motus in ejus vestigia pervenit. Ita fit successione motuum, ut enucleentur proportiones harmonicæ ab inconcinnis, & secretæ à mixturâ illarum, veluti puræ in luce constituantur, adq; comprehendendum sensibus exporrigantur. Adeóq; ne mens ipsa quidem in datâ quantitate, proportiones harmonicas, sine quadam motus imagine, discernit ab inconcinnis infinitis, antè & pòst stantibus: sed pertransitis (verbi causa in circulo) subtensis infinitis, in subtensa tertiæ aut quartæ partis circuli & similibus, operosa est, ejusque demonstrationem exquirit: præstatque cogitatu, quod præstat manus ductâ lineâ, ut eam hoc actu secernat ab infinitis, non cogi-

Cur motu potissimū enitescant proportiones.

tacis

CAP. III.

tatis, & non ductis, ut ejus congruentiam aut incongruitatem, seorsim à cæteris mens intueatur.

Cur motu potissimùm enitescant proportiones?

Mens quidem ista potest, quia voluntate utitur, suoq; arbitratu saltat in illa quantitatum infinita divisione, quæ tota menti simul præstò est ad cogitandum; sensiones verò, perceptionesq; aliæ naturales, motus deniq; corporum, per quos adjuvantur perceptiones, non sic in animantis potestate sunt; ut, si infiniti soni, aut binorum planetarum infinitæ angulationes per totum circuli ambitum, simul eodem tempore inter se confusæ essent, possint se subducere à rejecticijs, inq; solos placentes sese recipere: opus igitur habent motu, quo intercedēte, omnia quæ quantitatis causa confusa essent, per tempora succedentia evolvātur, ut singula sola sensibus accidant. Quòd si oculi simile quid menti possunt, ut ex confusione infinitâ unà præsentium sine motu, eligant præstantiora (ut si manuum usæ ministerio, ex infinitis circuli subtensis possibilibus eligant delineentq; subtensam tertiæ parti, latus sc. trianguli): id ipsum non tam oculi, quàm mens ipsa per oculos censenda est facere, nec hoc planè sine motu, ut dixi, manuum.

Hoc tamen infra serviet nobis exemplum, ad umbrandis Harmonijs radiorum, quadamtenus.

Vt igitur hanc observationem prioribus pronunciatis applicemus: oportet, si res aliqua genuinū debet esse subjectum proportionis harmoniæ, oportet inquam & quantitatem, longitudinem sc. in illa re inesse, & signa esse bina ad min⁹, si longitudo est circul⁹, vel trina, si recta linea, quorum vel unum vel omnia, motu quodam longitudinem rei percurrant, terminiq; fiant partium longitudinis, inter quas sit proportio: et hoc ad minimum. Atq; id fit ex parte in configurationibus, hujus lib. IV. proprio subjecto. Nam ut dicetur capite sequenti, Harmoniæ quidem in angulis, quos metitur Zodiacus, considerantur sine motu: anguli tamen ipsi, alij ex alijs, corporum radiantium motu per Zodiacum constituuntur. Sunt tamen modi pūctantiores, ad eundem finem tendentes: ut cùm corpora, quæ habent longitudinem, ipsa & determinantur talibus signis, sursum deorsum errantibus, & trunci qualibet vice intercepti, simul moventur: ut ita non jam corpora, sed motus ipsi corporum, causa longitudinis & brevitatis non temporalis, sed corporeæ (quippe motuum incorporatorum, seu corporū in motu constitutorum,) inter se comparentur. Quemadmodum se res habet cum sonis: nam sonus est species emissa è corpore, & ut quantum illud, & ut figuratum quadamtenus, & ut in motu constitutum est: quia pro aptitudine figuræ est & motus & sonus.

Quomodo debeant esse comparata sensilia, ut in ijs harmoniæ insint.

Quomodo sonantia fiant harmoniarum subjecta.

Atq; hæc jam altera magisq; evidens causa est, cur natura hominis, sonorum potissimùm proportionibus harmonicis sit dedita. Fit n. hoc rursum ob conformationem sui corporis: in quo guttur illud corp⁹ est, quod pro superioris vel inferioris circuli cartilaginei in asperâ arteriâ constrictione, nunc longum nunc breve est, quodq; impulsum spiritu ex pulmonum follibus expressi, cavitate sua (figurâ nempè) motum edit similem, cuius & species accidit auribus, & sensio (arteriæ ipsius, ut est in motu constituta) animæ sentienti præstò est: quippe hoc communi sensu sentire est, frui speciebus membrorum corporis, ut sunt illa varijs affecta & quasi formata motibus: quæ species, ut in Dioptricis explicavi, spirituum continuitate feruntur à membris corporis

Quid aspera Arteria sonis conferat ad Harmonias exprimendas.

CAP. III.

Quomodo mens hominis ex sono quantitatem sonantium dijudicet.

corporis, etiam remotis, ad sedem sensus communis. Fit igitur, ut quia homo crebrâ sensione asperæ suæ arteriæ in motu constitutæ, combibit ideam quandam conformationis corporum quomodolibet sonantium, idem tanto facilius agnoscat, & dijudicet quasi, conformationes corporum extra se, motorum, eoque motu sonitus emittentium, eosque inter se comparatos ad leges harmonicarum proportionum examinet.

CAPVT IV.

Quid discriminis sit inter Harmonias Quarto, & inter illas tertio libro consideratas.

QVanti res momenti sit ad bene philosophandum, distinguere rerum fines; inter se cognata conferre, ne pro ijsdem habeantur; opposita committere, ut illustrentur; id nihil attinet longiori sermone præfari. Quare operæ precium fuerit, omnia quæ hactenus ad hoc utilia, vel sparsim vel obscuriùs vel obiter dicta sunt, sub unum aspectum proponere, & si cubi opus est, ampliùs illustrare, adque præscriptum capitis lemma ex professo accommodare. Quintuplex igitur discrimen est inter huius & præcedentis libri contemplationes harmonicas, Unum in re ipsa Harmonica, causa suæ amplitudinis, Alterum in Terminis ejus sensilibus, Tertium in causa, quæ conciliat Harmoniæ suam essentiam, Quartum in modo inesse ndi, Quintum in ordine causarum quæ formant Terminos proportionis harmonicæ.

Harmoniæ angustiores hoc libro.

I. Quod rem ipsam attinet, quæ Harmonica proportio dicitur, illæ libro tertio primùm ortæ à sectionibus circuli per figuras regulares planas demonstrabiles, mox ad rectas lineas translatæ, interque se commissæ & conjugatæ, copiam non mediocrem harmonicarum partium, (ut sunt Sectiones harmonicæ, Toni, Genera, Modi, Systemata & similia) interque eas admirabilem quandam politiam progenuerunt; atque illa penè tota suppellex, quantaquanta est, etiam infra libro V. erit perscrutanda & adhibenda: at nunc hoc libro quarto ab ijsdem quidem Circuli sectionibus initio facto, non tamen ad rectas lineas progressuri sumus: sed intra circuli metas toto disputationis ambitu consistemus: causa dicta est Cap. præcedenti, dicetur que amplius infra cap. VI. ubi & de cognatione, & de effectu hujus discriminis agemus pluribus.

Harmoniæ istæ sunt angulorum.

II. Quantum ad Terminos harmoniarū istarum seu subjectum earū sensile, illud libro III. erant Soni acumine & gravitate differentes: itaq; & sub motus genus referebantur, & figurati quodammodò motus erant; Hoc quarto verò libro non sunt voces, ut in præambulo dictum, non aliqui motus, inter quos quis agnoscat harmonias; sed insunt illæ in angulis, quos bini planetæ, radijs lucidis emissis, formant in terrâ, quatenus talis angulus cum angulis rectis quatuor, unum punctum concursus cir-

CAP. IV.

fus circumstantibus, comparari potest. Atque hîc opus habet lector aliqua luculenta admonitione. Possum enim hos quidem terminos explicare clariùs ad percipiendum, sed non possum sine periculo confusionis in benè philosophando, nisi diligenter lectorem philosophum præmuniam. Cùm enim termini proportionis debeant differre quantitate; angulorum verò quantitas, hoc est mensura, sit arcus circuli, ex concursus angularis puncto descripti, ut in Geometria docemur; in toto quidem mundi spacio, quod est hinc à terrâ usque ad fines rerum, non possumus uspiam describere aut descriptum sensib⁹ percipere circulum, radiorum angulis dimetiendis idoneum magis, nisi illum ipsum sensibilem circulum in summo æthere, creberrimis fixis stellis expressum, à quibus in certas animalium formas redactis, ille nomen adeptus est Zodiaci; quippe & sub quo ipso Planetæ semper versantur, locumque ejus unum singuli nobis corporum suorum objectu tegere videntur, & in cujus centrum, Tellus domicilium nostrum, non suo tantum centro, quod punctum est, sed totius mole corporis, per cujus superficiem dispositi sumus homines, abditum esse videtur. Nihil igitur est perceptu facilius, quàm si dicamus, ut cap. præcedenti, proportiones harmonicas, de quibus hoc libro sumus acturi, esse inter totum circulum Zodiacum, & inter ejus arcum, quem duo planetæ visibili illo corporum objectu designare, terminare vel resecare videntur. Quomodo arcuum Zodiaci.

Hoc etsi sic est comparatum, exque Geometricis & Astronomicis Rationibus optimè pronunciatum: diligentissimè tamen cavere debet lector Philosophus, ne animo præsumat, harmoniam hanc (libri quidè quarti materiam) in cœlo ipso, inque Zodiaco circulo, aut etiam in planetis inesse. Minimè gentium; inest enim hæc harmonia Zodiaci partibus, non propter seipsas, cùm planetæ radiantes immenso intervallo consistant infra hunc circulum, sed propterea, quòd illæ mensurant angulos radiorum in Terra concurrentium; imò propterea, quòd non ipsæ actu mensurant, sed illarum loco, Icon exactus Zodiaci cœlestis in Animâ sublunari, hoc mensurandi officium subit: inest radijs planetarum non quatenus ij singuli vel à planeta descendunt suo, vel lucis sunt soboles (etsi non sine hoc): sed quatenus binorum planetarum bini junctihîc in Terris certum aliquem harmonicum formant angulum. Utroque nomine Terrestre est hoc harmoniæ subjectum (formaliter, & in quantum radij fiunt Termini Proportionis harmonicæ) minimè verò cœleste, nisi tantum materialiter, & respectu sui ESSE proprij, sine consideratione Harmoniarum; scilicet quatenus angulos in terra factos, proprium scil. hujus harmoniæ subjectum, conformant radij lucidi, res cœlo oriunda, sed in terram jam delapsa. De verè cœlestibus verò harmonijs libro V. ex professo agemus. Breviter Termini harmoniarum libro tertio, fuerunt Hominis seu Artis opus; hoc libro IV. erunt Naturæ opus: Libro denique V. erunt opus Dei Creatoris. Non verè cœleste. Sed Terrestre.

III. Quantum jam ad Rationalem causam, quæ harmonijs suum ESSE conciliat: discrimen librorum Tertij & Quarti in genere nullum est, sed saltem in specie. Influebant enim libro III. harmoniæ ratione sui sub-

CAP. IV.

sui subjecti materialis (sonorum) in sensus, recipiebantur & dijudicabantur, ratione suæ formalis essentiæ, quâ harmoniæ sunt (id est formabantur) ab instinctu Menti concreato, rationis sine discursu participe. Et hactenus Harmoniæ tantummodò seipsis considerabantur.

Deinde verò per occultum sed confessum tamen commercium facultatum animæ, transfundebantur harmoniæ introrsùm receptæ in affectus cordis varios, per quasdam sui similitudines seu Icones; transfundebantur & in locomotivam, ut homo conceptam animo speciem harmoniæ non voce tantum exprimeret, sed etiam motu corporis imitaretur. Ita Harmoniæ vices alicujus causæ subierunt.

Similiter & hìc Animam supponere necesse est, cui inde à creatione rerum sit instinctum hoc proportionũ Harmonicarum χρηστικον, & quæ angulum duorum radiantium siderum, quomodocunque intrò receptum (seu id fiat aliqua re sensuum analoga, sive suæ essentiæ, qua anima est, proprietate; de quo & dictum capite præcedenti, & dicentur in sequentibus plura) secum ipsa æstimet, ad quatuor rectos comparet, harmonicum à non harmonico dijudicet, & sic harmoniæ suum ESSE intellectuale conciliet, quod anguli hi foris extra mentis limina nondum habebant.

Harmoniæ istæ relucent, 1. in Anima hominis.

Quod si quæratur, cujusmodi hæc anima sit, ubi vel in quo corpore collocetur: respondeo, primùm tales esse omnium hominum animas. Sed libro tertio erat facultas quæ præest auditui, & sic sensibus: hic non est sensitiva facultas. Oculi enim, quorum objectum sunt Lux, & radij lucidi, nullum faciunt idoneum indicium harmonicæ radiationis binorum planetarum. Nec est Ratiocinativa facultas: etsi enim ex Observationibus Astronomicis per oculos administrandis, ratio invenit & computat, qui quovis tempore sint aspectus: id tamen non agit naturaliter, quippe non apud omnes promiscuè homines, sed voluntariè, apud paucos astronomiæ singulariter deditos. Sed sunt animæ humanæ subjectum harmoniarum illarum, primùm ratione instinctus naturalis, in quantum animæ sunt exemplaria Creatoris, ut dictũ Cap. IV. secundò ratione facultatum, Vitalis & Naturalis motuumque vitalium & naturalium, seu Platonico more, Concupiscibilis & Irascibilis partium; ratione quidem illius, in quantum Harmoniæ sunt, ratione verò harum, in quantum species Harmoniarum imprimuntur in has facultates, fiuntq; causæ operum Naturæ, tam in animo quàm in corpore, impulsrices & stimulatrices.

2. In Natura sublunari seu animâ Terræ.

Deinde præcipua anima in quam hæ radiationum Harmoniæ influunt, est illa philosophis dicta Natura sublunaris, per totum Telluris, alumnæ nostræ, corpus diffusa, inq; ejus aliqua certa parte non aliter quàm anima humana in corde, radicata; ex quo ceu foco, fonte, vel penetrali, per speciem sui exit in circumfusum Terris Oceanum & superfusum utrisque Aerem.

Quemadmodum verò, qui Melodo suaviter canenti auscultat, is lætitiâ frontis, voce, plausu manuum pedumve, ad Melodiæ mensuram attemperato, testatur, se quod est in melodia harmonicum, percipere & approbare; non aliter Natura sublunaris, commotione insigni & evi-

denti

CAP. IV.

denti viscerum Telluris, ad illos potissimum dies, quibus Errantia sidera radiis suis harmonicè configurantur in Terris, testatur de eo, quod jam præmisimus; se scilicet non minus instinctu quodam naturali valere ad percipiendum proportiones angulorum harmonicas, quàm pollet facultatem naturali, vitalis nostræ simili, ad corpus Telluris, officinasque subterraneas in montanis, certis Harmoniarum temporibus calefaciendas exagitandasque; ut illæ magnam vaporum nebularumque copiam exhalent, ex qua, per Antiperistases frigoris superni, omnis generis meteora conformantur.

In Terræ enim corpore ponenda est hæc anima: quia nec anguli harmonici radiorum in ulla alia parte mundi, quàm in Terrâ existunt; & opera Naturæ, quæ ad configurationes radiorum sequuntur, ex Terræ visceribus, montiumque cavernis ortum trahunt. Vide Cap. VII.

IV. Quartum discrimen consistit in modis, quibus Harmoniæ diversæ in suis insunt subjectis.

Nam Libro III. cum in Cantu inessent; in illo toto inerant, toto scilicet tempore, quo durabat cantus. Et quamvis intervalla vocum, ut omnia quantitate participantia, continuam admittant divisionem; non erat tamen ibi transitus cantui à sono inferiori per intermedios infinitos, usque ad eum, qui primo consonus aut concinnus esset, sed cum saltu & silentio trajiciebantur intermedia omnia, omnis verò vocalis consonatio erat in sonis inter se concinnis. Eodem modo in Concentu, quamvis inter Diapason & Dihex interssint infinita intervalla, non fiebat tamen intensio vocum continua, per omnia intermedia, quoad ex Diapason fieret Sexta, sed saltu ferebantur voces à mera Diapason in meram Sextam, intermediis omnibus silentio transmissis. Et in organis quidem saltabatur ab una canna ad aliam, in tensis, ut Instrumento & Harpe, ab una chorda ad aliam, vel si multisonæ chordæ usurparentur, ut in Clavichordio, Pandura, Chely, Cythara, ab uno tactu, aut in fistulis, ab uno foramine ad aliud; in gutture humano ab uno circulo arteriæ asperæ ad alium. Non sic in Libro IV. Nam quas in eo considerabimus harmonias, illæ ut dici ceptum capite præcedenti, non semper existunt inter binorum planetariorum radiorum angulum, & inter quatuor rectos; sed fit continua separatio planetarum, quibus quidem hoc datum est, sub Zodiaco circulo, per intervalla ἀνάρμοστα omnia, in harmonica, quorum extremum, duo recti, semicirculus, seu oppositio: indeque retrogrado ordines per intervalla rursum inconcinna & dissona omnia, usque in conjunctionem: nullus hic saltus fit ex uno angulo harmonico in alium, verbi causa ex Trigono in Quadratum; sed transitus ab illo ad hunc continuus est, per intermedia omnia. Propterea tempus universum motuum cœlestium occupant configurationes radiorum inconcinnæ, dispungunt verò saltem certis momentis, configurationes binorum, aut interdum trinorum, aut etiam quaternorum, harmonicę; reliquis in incongruentia pergentibus; ut si septem cannæ Organicæ sonos totidem dissonos continuâ tensionis alteratione emitterent, fieretque tensionum obviatione mutuâ, ut interdum Dissimilitudo harmoniarum harum & Munficarum, in continuitate.

Sunt momentaneæ.

CAP. IV.

binæ vel trinæ consonarent, cæteris dissonantibus. Ita verè & propriè loquendo, ipsissimæ harmonicæ configurationes non sunt in tempore, sed in momentis indivisibilibus perficiuntur. Etsi verum juxta & hoc est, commotiones, quæ ex hisce harmoniis in Animis existunt, non esse momentaneas; movent enim harmonicæ configurationes, quatenus sunt in fieri, & in ipso momento quo perfectæ fiunt, rursum remittit earum stimulus: opera verò Naturæ, quæ per hos stimulos sollicitantur, jam à conditionibus materiæ mensuras accipiunt sui temporis, durantque sæpe longè ultrà momentum, quo perficitur radiatio. Sic machina ænea explosa, vi succensi pulveris pyrij ignescit, nec statim, consumptâ materiâ ignis, à calore remittit. Sic corpus animalis, ut exemplum sit accommodatius, jactatum febrili paroxysmo; quamvis facultas animæ vitalis, author inflammationis, à conatu suo remittat, quippe defuncta suo munere, & materiâ febrili vel colliquatâ, vel ejectâ ex intimis sedibus, versus exteriora, non tamen statim omni calore liberatur; hæret enim is in materiâ corporis, carne, ossibus, nervis diu, quoad ipse quoque tractu temporis expiret.

Non tamen momentaneus earum effectus.

Fol. 124. Sunt mixtæ incongruis inefficacibus.

Sunt igitur hæ Harmoniæ ex earum numero, quas supra Cap. II. diximus non subjacere providentiæ liberæ, sed necessitate motuum misceri cum infinitis sui generis incongruis: quibus Deus mentes ordinavit, quæ illas cum incidunt, agnoscerent. Atqui longè fœlicior est Natura sublunaris in his, quàm aures in cantu, dignoscendis. Auditus enim non valde delectatur Harmoniâ binarum vocum, si quinque aliæ dissonantes obstrepant: Natura sublunaris, assueta perpetuis incongruis configurationibus, eas pro nullis habet, quia novi nihil animadvertit; in harmonicum verò angulum sic est intenta, ac si is solus esset. Sic cùm Prognosticum aliquod millies errat, negligitur tamen hoc; at si semel scopum attingit, hoc memoria dignum censetur, hoc omnium sermonibus celebratur.

Sunt necessariæ non procuratæ.

Ex his igitur intelligi datur, Harmonias, in vocibus quidem arbitrio constitui consilioque canentis: in angulis verò radiosis nullo naturæ sublunaris consilio, sed mera necessitate geometricâ motuum provenire. Nam quia duo Planetæ separari debent, per totius semicirculi seu Graduum 180. longitudinem, fit necessariò ut suis certis momentis, etiam particulis ejus harmonicis, scil. 30. 60. 90. 120. &c. graduum distent. Itaque harmoniæ cantus quæruntur intus à canente, harmoniæ radiorum expectantur deforis à Naturâ sublunari, observantur cùm incidunt, dinoscuntur à non harmonicis, (& sic ab illa suum Esse accipiunt) excipiunturque & applicantur. Breviter, configurationes præcinunt, Natura sublunaris saltat ad leges hujus cantilenæ.

Dissimilitudo in causarum ordine.

V. Quintum discrimen est quodammodò annectendum primo. Nec enim latitudine tantùm differunt Harmoniæ hujus & præcedentis libri, sed etiam ordine respectuum diversorum, quibus Figuræ Geometricæ gignunt utrumque genus Harmonicarum proportionum: tertio namque libro potior fuit respectus Scibilitatis, quarto isto potior erit Congruentiæ. Sed de hoc quinto discrimine jam Cap. V. exprofesso agemus, in explicatione Axiomatum.

CAP. V.

CAPVT V.

De causis efficacium Configurationum; earumque Numero & ordine graduum.

DEFINITIO I.

CONfigurationis vox sumitur pro binorum radiorum, cujusque à Planeta suo descendentis, angulo illo, quo angulo radij hîc in Terrâ (quæ puncti rationem habet) coëunt: vel quod eodem redit, sumitur pro arcu circuli magni, in Zodiaco descripti, qui arcus mensura sit dicti anguli, seu quem arcum bini Planetæ corporum suorum objectu terminare & quasi præcidere nobis terricolis videntur.

Notandum primo de nomine, Ptolemæus in quadripartito, in Opere magno, inquè Harmonicis Σχηματισμὸς *appellat quod Arabes, Aspectus, verterunt; quasi Schema sit idem quod vultus, facies; quod etiam noster Teutonissimus habet, qui faciem solet nominare* das Angesicht/ *Aspectum, & personatorum Schemata, faciei obtenta,* Gesichter/ *quæ Itali Mascaras. Invenitur tamen & vox* προσβλέψεις, *quas non tantum ex Arabicis Aspectus vertimus, sed etiam boni Autores Latinè Intuitus, & signa Intuentia dicere solent. Sed hoc sensu vox non tam planetis competit, quàm signis seu Dodecatemoriis Zodiaci; quæ cùm longitudines habeant, iis cavis sibi mutuò obverti secundùm magis & minus possunt. Nam contigua signa se mutuò nequeunt intueri, quippe vultibus non in se mutuò, sed juxta invicem in eandem plagam versis.*

Deinde nota, quòd quo tempore duo Planetæ Angulum in terrâ faciunt, eodem & in aliis locis mundi faciant alios angulos; at nusquam tantos, quàm in arcu circuli per ipsorum & terræ corpora ducto, aut circa lineam, quæ ipsorum corpora connectit, veluti circa axem circumacto. Extra hæc loca radiationes eorum coëunt angulis longè aliis, sive ij sint etiam Harmonici, sive incongrui, ut ferè per totum reliquum mundum. Inprimis nota, quòd in alterutro corporum planetariorum nullus constituatur angulus. Ad angulum enim requiruntur duo radij: at radius omnis extra corpus est, nullus in ipso corpore. Quod ideò notandum, quia angulationem in terrâ, sequitur effectus in terrâ etiam; ex quæ sub tempus Aspectuum, expirat materia pluviarum & cæterorum meteororum: ut de sede causæ, moventis meteora, disputare possimus; quòd illa non sit in Planeta vel uno, vel altero, nec in loco alio mundi vacuo, sed in ipsa terrâ.

Tertio non frustrà addita est mentio, quòd Terra puncti rationem habeat: ex eo enim sequitur, ctsi animantes in terra innumeri, radiq; ex quolibet Planeta in illos & reliqua terræ puncta infiniti: eundem tamen, ad sensum, esse angulum radiorum à binis Planetis venientium eodem tempore, per omnia terræ puncta, sive in centro, sive in superficie, sive in cavernis montium: omnes illi aspectus licet numero infiniti, pro uno aspectu habentur: Omnes quippe ad sensum inter se æquales sunt.

CAP. V.

DEFINITIO II.

EFficax configuratio dicitur; cùm binorum Planetarum radii talem faciunt angulum, qui sit aptus ad stimulandâ Naturam sublunarem, facultatesque inferiores Animantum, ut circa opus quæque suum fiat operosior, sub tempus configurationis.

Tribuitur efficacia configurationi, quæ formaliter Ens rationis est, sed non efficacia in rem ipsam immediata, quasi pluviæ & similia ex ipso cælo, scilic. à planetis configuratis delaberentur, quæ vulgi stulta persuasio est; sed mediata & objectiva. Nam sicut objecta movent sensus, sonus auditum non oculos, & color visum non auditum: sic etiam hic, certa qualitas Relationis hujus, quæ configuratio dicitur, movet non sensus corporis, sed facultatem animalem, Rationis ex instinctu capacem sine discursu. Facit igitur hoc Configuratio, vi non propriâ, sed vi Animæ, quæ pati dicitur, cùm revera potius agat, ipsa in seipsam. Posteà anima seu Natura sublunaris, sic mota seu stimulata ab aspectu, suique admonita, se ipsam ex suscitato ad eliciendam ex terræ visceribus materiam omnis generis tempestatum. Si nulla esset in Terrâ Anima, quam dicimus Naturam sublunarem; planetæ ipsi neq; per se, neq; per commodum aspectum quicquam in Terram possent. Absurdum enim est cogitatu & joci lusuq; poëtici simile, quòd ex coitu binorum radiorum harmonico, velut ex mariu & fœminæ concubitu, concipiatur vapor, materia venti vel pluviæ: quasi verò, ut semen est de substantia parentum, sic humor & cætera quæ ex terrâ expirant, sit de substantia vel Harmoniæ, quæ est relatio, vel Anguli, quæ est qualitativa quantitas, vel Lucis adeò ipsius, quæ qualitas est, nequaquam verò substantia. Quemadmodum verò ex nihilo nihil fieri dicimus; Sic etiam ex immateriato aliquo, naturaliter, materiatum nihil educi potest. Vide plura Cap. VII.

Axioma I.

ARcus circuli Zodiaci, quem rescindit latus figuræ vel stellæ congruæ & scibilis, metitur angulum Configurationis efficacis.

Axioma II.

ANgulus figuræ vel stellæ scibilis & congruæ, est modulus anguli Configurationis efficacis.

Duobus Axiomatibus totum negocium nititur; quæ ideo duo feci, quia duo sunt modi probabiles, quibus Animæ & Naturæ sublunares in notitiam Configurationum, quæ sunt quovis tempore, venire possunt.

Aut enim figuram illam percipiunt, cujus latus de circulo Zodiaco rescindit arcum, Configurationis seu anguli radiosi mensuram; aut figuram illam, cujus elementum sit ille ipse configurationis angulus. Quas inter figuras quodnam sit discrimen, quæ vicissim cognatio, ex hisce Schematibus hinc ordine se mutuò com-

consequuntur, ad oculum patet. Bina namq; Schemata sunt ἀνυπεπονθότα, primùm diameter sibi ipsi, seu bisecet circulum, ducta per centrum, seu tangat, cùm duo radij pro angulo duos rectos seu potius angulum nullum faciunt, in lineam unam rectam ordinati. Idem cogitandum de Conjunctione ☌. vel ☍. Planetarum, quæ impropriè configuratio dicitur. Nam si duo Planetæ fuerint sub eodem puncto Zodiaci; tunc in centro angulus nullus est, in circumferentiâ infiniti, & latera figuræ sunt puncta: circulus scilicet est veluti Figura Infinitangula. Hæc configuratio non habuit opus repræsentatione oculari. CAP. V.

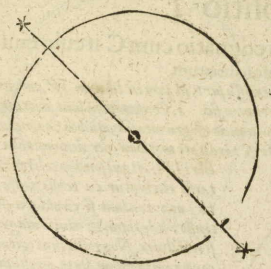


Figura I.

Deinde Tetragonus etiam sibi ipsi ἀνυπέπονθε, quia angulus, quem duo latera formant in circumferentia, æquatur angulo in centro, quem subtendit unum latus. Ex eo Trigonus Hexagono, Pentagonus stellæ Quinquangulæ, Octogonus stellæ Octangulæ, Decagonus Stellæ Decangulæ, Dodecagonus Duodecăgulæ ἀνυπεπόνθασιν; ut si unius ex sociis angulo mnes inscripti sunt in circumferentiam; latus ejus subtendit angulum reliqui unum in centro collocatum.

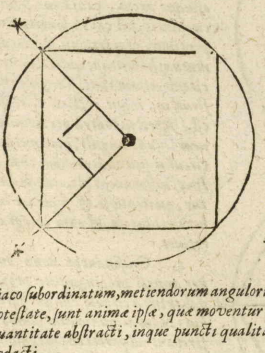


Figura II.

Centra autem circulorum omnium adumbrant Terram, velut in medio sitam; circuli ipsi vel Zodiacum, ex terra imaginatum repræsentant, vel quemcunque alium circulum Zodiaco subordinatum, metiendorum angulorum causâ imaginatum: quales circuli, potestate, sunt animæ ipsæ, quæ moventur aspectibus, circuli scil. ab ipsâ veluti quantitate abstracti, inque puncti qualitativi, & plagarum capacis, angustias redacti.

Posui autem stellas duas radiantes, extra hunc circulum, alium aliâ altiorem; ut oculari repræsentatione monerem, nihil referre ad Configurationem in terrâ, altus an humilis Planeta sit in cœlo; & posse unum alio multis vicibus esse altiorem, manente eâdem Configuratione in Terra.

Porrò quòd in axiomate primo vox congrua præcedit, in secundo vox scibilis; id non fortuitò sed studio factum est. Nam quòd aliquis Aspectus est efficax, in causa est utraque figura, tam illa quæ inscripta est in circumferentiam, quàm illa cujus unus angulus formatur per radios in centro: utraque tam propter Scibilitatem, quàm propter Congruentiam; non id tamen æqualiter. Quæ omnia indigent explicatione paulò prolixiori; quæ cur tam sit spinosa, causa est unica; ut Aspectuum numerus philosophicis rationibus minui, vel saltem in gradus certos

CAP. V.

tos distingui possit. Nam si ad usitatos octo, quatuor insuper admittere voluissem sine omni discretione; potuisset hæc disputatio carere aliquot sequentibus quasi propositionibus, quippe tantùm in comparatione occupatis.

Propositio I.

MAior est Radiationum cognatio cum Circulo eiusque arcubus: quàm erat Consonantiarum.

Cujus fundamenta libro III. præmissa sunt, id jam in librum IV. meritò transsumeretur, ut Axioma: probatur tamen sic. 1. *Consonantiæ sunt sonorum, soni consistunt in motibus; illorumque acumina & gravitates, quibus Consonantiæ exprimuntur, oriuntur à celeritate & tarditate motuum, per demonstrata libri III. Atqui sonitus celeres & tardi eliciuntur ex tensis pulsatis, non tantum si circularis sit tensio, sed etiam, & multò magis, si rectilinea. Non respiciunt igitur consonantiæ immediatè circulum ejusque arcus, causâ suæ figuræ circularis, sed causâ longitudinis partium, proportionis sc. illarum mutuæ; habentque quod habent, à circulo, etiam tunc, si circulus destructus, inque rectum extensus est. Aspectus contrà per definitionem I. sunt anguli, quos metitur circulus suis cum arcubus, non aliter, nisi maneat id quod esse dicitur, quatenus sc. & figuram habet circularem, & eam integram retinet.*

Figura II.

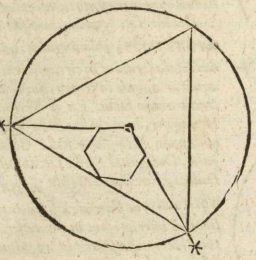
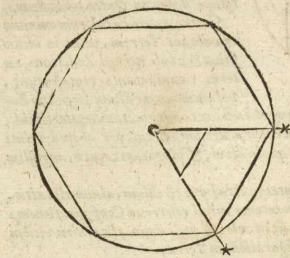


Figura V.



2. *Consonantiæ non omnes æquali propinquitate propagabantur à circulo ejusque partibus; Nam aliquæ ortum suum referebant ad partes circuli, quatenus ipsis non ut circuli partibus, sed ut rectis lineis, accidebat aliquid, eadem sc. divisio, quæ circulo toti: ut ostensum libro III. Contrà est in Aspectibus: ejus enim, quod tantùm circulo respondet, mensura, nullo modo potest habere respectum rectitudinis.*

Propositio II.

MAior est Radiationum cognatio cum figuris Regularibus,

laribus, quàm erat Consonantiarum.

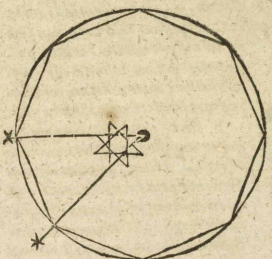


Figura V.

Probatur primùm à circumferentiali figura. Nam ubi circulus integer, ibi & figura regularis integra: sed magis est circulus integer in dimetiendis radiationum angulis, per I. ergò & figura respectu radiationum magis ut integra considerari potest. Contrà in Consonantijs, ut circulus ejusque partes in rectum poterant extendi, salvis consonantijs, sic etiam omnia figuræ latera in eandem & unam rectam extendi poterant, eaq; cum uno figuræ latere rectilineo facere Consonantiam. Hoc verò pacto, uti circulus, sic etiam figura rectilinea, suam figurationem amittit, ut figura amplius non sit.

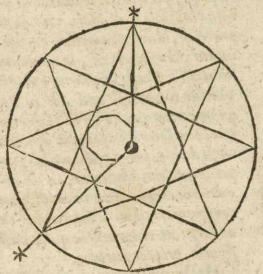


Figura VI.

Probatur secundò à centrali figura. Anguli sunt figurarum elementa; jam duo radij faciunt angulum in centro, qui aliquoties repetitus consummat figuram, ut apparet ex schematibus hisce. Id autem non fiebat in ortu Consonantiarum; nullus enim ibi fuit respectus anguli in centro. Magis igitur familiares sunt figuræ Aspectibus, quàm Consonantijs.

Propositio III.

CONgruentia figurarum plus potest in constituendis Configurationibus efficacibus, quàm in Consonantijs.

Argumenta hujus rei multa suppetunt. 1. Congruentia est proprietas figuræ, quatenus figura tota est, speciemque habet: atqui figura quatenus hanc speciem tota habet, primùm ipsa per se magis est cognata configurationibus, quàm Consonantijs, per Pr. II. deinde dividit circulum ut totum harmonicè, circulus verò etiam magis est configurationibus cognatus, quàm consonantijs, per Pr. I. Quare utroque, & privato figuræ nomine, & communi figuræ & circuli, Congruentiæ quoque figurarum, in configurationibus quàm in consonantijs, vis est major.

2. A numero figurarum. Usurpavimus enim hoc, per Axiomata præmissa, figuras esse efficaces per suas proprietates. Ubi ergò magis respondet Numerus efficien-

eiendorum, ibi major causæ cognatio cum effectu, saltem probabiliter. Atqui ut Congruæ figuræ paucæ sunt, ita etiam Aspectus pauci, quod experientia testatur: nisi enim pauci essent, magna esset confusio illorum, magna frequentia; ita ut singuli seorsim suis diebus observari non possent: at possunt observari, non sunt igitur infiniti numero: contrà consonantiæ possunt infinitæ esse, augmentatione intervallorum per Diapasonsit scibiles figuræ infinitæ sunt.

Figura VII.

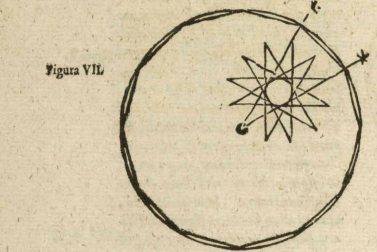
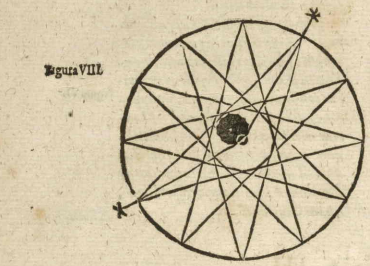


Figura VIII.



3. Ab Essentia Terminorum, in quibus consistunt proportiones hinc & inde. Motus, quorum affectio Soni, in FIERI considerantur, & quatenus tempus occupant; Radiationes magis in ESSE momentaneo. Sicut enim hoc momento est aliquod corpus, sic etiam hoc momento est aliqua radiatio: de Motu verò quod præterijt, id non est amplius, quod sequitur, id nondum est, in momento nihil est. Congruentia verò magis videtur eorum esse quæ SUNT, quàm eorum quæ FIUNT: Congruunt enim latera seu parietes domus, ut sit domus; non ut demum & perpetuò quidem, ædificetur. 4. A cognatione congruentiæ ut causæ, cum configurationibus. Sunt enim ea anguli: at congruentia quoq; inest figuris, propter angulos.

Hactenus fuerunt inter se Oppositæ, Consonantiæ & Configurationes: in sequenti fiet oppositio alia in solis configurationibus, Congruentiæ & Scibilitatis.

Propositio IV.

AD configurationum Efficaciam plus potest Congruentia figurarum, quam Scibilitas.

Probatur à conditione Animæ sublunaris, facultatumque etiam humanæ animæ, quæ percipiunt aspectus. Hæ igitur omnes sunt inferiores facultate discurrente & Intellectu: & cognatiores facultati sensitivæ & præfectæ operibus sensilibus: quin etiam instinctus illius, ut Cap. III. diximus, tanto est obtusior instinctu humano, quanto rudius est corpus Terræ, corpore hominis. Atqui etiam Congruentia est posterius aliquid Scibilitate, & quasi porrectum foràs, in aliquod

opus

opus, quod habet Ideam operum sensilium. Par igitur est credi, facultates has animales Congruentiâ potius, quàm Scibilitate figurarum moveri afficique. CAP. V.

Opponebantur Congruitas & Scientia, in eodem genere Configurationum. Jam opponentur figuræ duæ inter se, primùm causâ solius Congruentiæ, posteà causâ Configurationum.

Propositio V.

CONgruentia est proprietas magis figuræ Circumferentialis, quàm Centralis.

Habet enim potiorem locum in illa figurâ, quæ potest fieri tota, ratione loci à quo denominatur; quia congruentia est figurarum totarum, ut ex libro II. apparet. At de Centrali non plus uno angulo in centro stare potest, per def. 1. In circumferentia verò potest esse tota Circumferentialis: ergo.

Propositio VI.

EX duabus figuris, quas sibi vindicat Aspectus quisq;, potior est Circumferentialis Centrali.

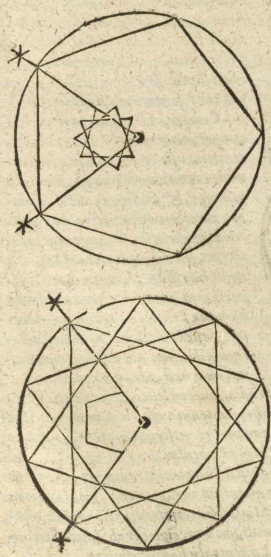


Figura IX.

Est enim Congruentia potior in hoc negotio Scibilitate, per IV. At illa potior est in figura circumferentiali, per V. Quare in quo id quod præpollet, plus in est, idipsum etiam præpollere facit, circumferentialem scilicet figuram.

Idem etiam sic probatur ex intimis Animæ proprietatibus, Cap. III. tactis. Cum enim Anima sit, quæ Configurationum Harmoniis suum conciliat Esse formale; certè quo discrimine anima vel circulus est, vel punctū, centrum circuli; eodem discrimine etiam familiares illi erunt figuræ, Circumferentialis, & Centralis.

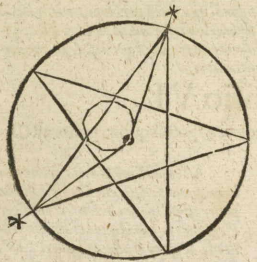
Etsi verò omnis Anima circuli quandam Ideam gerit, abstracti quidem illius non tantum à materiâ, sed etiam à magnitudine quodammodò, ut dictum Cap. III. eòque circulus & centrum hic ferè coincidunt, ipsâque vel circulus potentialis, vel punctum plagis distinctum, & sic quodammodò qualitativum dici potest: tamē discrimen hoc videtur observandum, quòd aliæ facultates animæ potiùs ut circulus considerandæ sunt, aliæ potiùs ut punctum. Quemadmodum enim circulus sine centro cogitari nequit, omne

Figura X.

CAP. V.

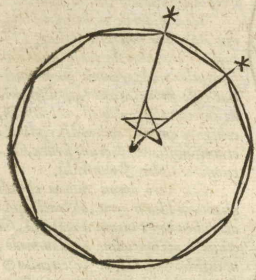
vicissim punctum circa se habet regionem scribendo circulo: sic in Anima quoque operatio nulla est sine impressione imaginativâ; omnis vicissim interna receptio vel meditatio, est propter motum externum; omnis animæ facultas interior, propter magis exteriores. Ipsa princeps & suprema Animæ facultas, Mens dicta, quid est nisi Centrum? quid Ratiocinativa, nisi Circulus? Nam sicut centrum intus est, circulus exterius; sic Mens secum ipsa manet, ratiocinatio telam quandam exteriorem texit: & sicut centrum, circuli; sic Mens ratiocinationum basis, fons, & origo est. Rursum omnis hæc Animæ facultas tàm Intellectus, quàm Discursus, denique etiam Sensitiva, sunt Centrum quoddam; at facultates Animæ motrices, Circulus: quia rursum ut circulus externus circumponitur centro, sic operatio ad extrà est, cognitio meditatioque perficitur intus, & ut circulus ad punctum, sic quodammodò se habet Actio externa, ad Contemplationẽ internã, motus animalis ad sensionem. Punctum enim, quia undiq; oppositum circumferentiæ, aptum natum est repræsentando Patienti; & Anima sensitiva, vel hic Radiationũ perceptiva, quid aliud sentiendo & percipiendo, quàm patitur? sc. quia movetur objectis.

Figura XI.



Comparando etiam utramque comparationem: ut idem utrinque centrum: sic etiam eadem quodammodo cognitionis forma est, mentalis princeps, & sensitiva, vel ei analoga, perceptiva Radiationum: neutra discursu in seipsa, quatenus talis, utitur, sed cognoscit citra illum. Vt ita sit hæc illius, Natura dico sublunaris, aut etiam sensitiva, Mentis humanæ Principis, tenuis quædam imago: sicut ille discursus rationis, harum actionum aut operationum animæ imago est, utraq; circulus.

Figura XII.



Quatenus igitur Animæ percipiunt radiationes cœlestes, & sic ijs quasi moventur secum ipsæ intus, nobis puncta sunto; quatenus verò vicissim movent, hoc est, quatenus percepta radiationum harmonias transferunt in opera sua, ijsque stimulantur ad agendum: considerandebent ut circulus.

Sequitur igitur, ut in quantum cognoscit Harmonias radiorum, occupetur potissimum circa centralem figuram; in quantum verò operatur, ciens meteora (& quæ similia in homine) circumferentiali sese accommodet. Et verò in aspectu, prior est nobis cura efficaciæ, quàm modi, quo is percipiatur ab Animæ operante; prior igitur, & circumferentialis quàm centralis figuræ respectus.

Hic

CAP. V.

Hic figura figuræ in uno & eodem aspectu fuit collata; in sequenti geminâ, suppositâ eâdem figurâ, opponetur ejus Congruitas Scibilitati.

Propositio VII.

IN figurâ circumferentiali præstat Congruentia Scibilitati lateris; in centrali vicissim, præstat Scibilitas lateris, Congruentiæ figuræ.

Pertinet hæc propositio ad consummationem rei, Prop. III. inchoatæ. Etsi enim potior in IV. quam in III. est Congruentia, potior etiam libro III. fuit demonstrabilitas: hæc tamen à constitutione Aspectuum non penitus est separanda: cùm nulli Congruentiæ sua desit scientifica determinatio, adeòque ab illa dependeat, cùm lateris, tum præcipuè areæ comprehensæ à figuræ lateribus: ab angulis enim, in quibus residet aptitudo ad congruendum, arcessitur demonstratio.

Quòd igitur propositionem hanc ipsam attinet, videtur contrarium ejus verum esse, tam in uno, quàm in altero. Nam quòd figuram centralem attinet, ejus unus angulus per radios actu ipso est expressus; Circumferentialis nullus exprimitur angulus, sed tantùm latus quadamtenus: Congruentia verò est angulorum: ergò videtur illa potissimùm in Centrali spectanda. Nam si naturâ sublunaris percipit quantitatem anguli, quem duorum planetarum radij formant in terrâ, videtur etiam percipere posse ejus anguli aptitudinem, quam habet cum aliis, ad congruendum.

Quòd vicissim in circumferentiali potiùs sit spectanda Scibilitas lateris quàm Congruentia figuræ, id sic patere videtur. Scientia enim, qua scitur figura, vt libro primo demonstratum est, consistit in æqualitate, vel lateris, cum parte effabili diametri, vel quadrati de latere, cum parte effabili de quadrato diametri, vel areæ Figuræ, cum eâdem; vel in alia connexione & determinatione sive lateris, sive ejus quadrati areæve, ad diametrum vel ejus quadratum. Posito igitur, quòd Natura sublunaris habeat sensum circuli Zodiaci, circuli nimirum sensibilis, foris stantis, quem ipsa exuminet ad ideam circuli abstracti intellectualis, quam ipsa secum habet intus connatam seu concreatam: tunc sanè sequitur, quòd ordine naturæ priùs sentiat, quantus arcus Zodiaci sit à duobus planetis interstinctus, & quanta rectæ illi subtendatur, cujus qualitatis, sit necessabilis longitudine, an sit potentiâ quadrati; anne cum aliâ quadam effabilem faciat summam quadratorum, & rectangulum effabile; in qua proprietate fundatur Effabilitas areæ: hæc inquam priùs innotescere Naturæ sublunari videntur ordine naturæ, quia latus priùs est figurâ, ex lateris multiplicatione descriptâ; posteà demum, ubi tota figura descripta fuerit in Zodiaco circulo, patescunt ejus anguli, eorumque quantitas, & an ij sint ex congruis, & an figura omnibus angulis concurrat ad eandem congruentiæ speciem, & an continuabilis sit congruentia. Breviter congruentia est affectus angulorum, Scibilitas laterum. Vbi ergò priùs innotescit figuræ angulus, quam latus; ibi priores & potiores videntur esse partes Congruentiæ, quam Scibilitatis; ubi posteriùs, posteriores. At figuræ ad centrum pertingentis prius innotescit angulus; figuræ verò in superficie descriptæ (per duos puta solos planetas) priùs innotescit latus: rectè ergò fieri videtur, si in figura centrali potior habeatur congruentiæ ratio, in superficiali, potior scibilitatis.

CAP. V.

Hæc igitur in contrarium nostræ propositioni allata, sunt nobis dissolvenda; eâdemque operâ, veris argumentis roborandus ordo proprietatum, Congruentiæ & Scibilitatis.

Primùm igitur etsi verum est, de figura centrali formari per duorum Planetarum radios unum angulum; non tamen inde sequitur, ut mens percipiens quantitatem anguli, percipiat naturæ ordine priùs, figuræ, cujus futurus est angulus, Congruentiam. Causa patet, quia Congruentia in quantum est unius anguli, ejusque æqualium aliquot, in unum locum planum, nimis est generalis: sunt enim infinitæ angulorum sic congruentium formæ, tanto semper plures numero, quanto singuli sunt minores. Non est igitur hæc illa Congruentia, de qua nos disputamus libro II. quæ angulis non seorsim accidit, sed figuris integris, propter angulos, nec figuris singulis, sed pluribus inter se junctis.

Itaque non tantùm dissolvitur sed etiam retorquetur objectio; quod enim illa de Circumferentiali usurpaverat, possumus nos æquo jure de Centrali usurpare, Congruentiam, quæ nobis hic est proposita, in eâ posteriorem esse Scibilitate, quare potiores esse oportere hujus quàm illius partes, concessu quidem adversarij. Priùs enim figuram oportet fieri, quàm tota congruere possit. Jam verò nisi latus figuræ scibile sit, figura fieri non potest. Nam etsi verum est, dato uno figuræ angulo, quere radij duorum planetarum formant in centro, dari numerum omnium, & per illos, figuræ totius aptitudinem ad congruendum, nec in hanc demonstrationem ingredi lateris naturam: at non datur ille unus figuræ angulus, id est, non agnoscitur pro angulo figuræ congruæ, nisi per latus scibile. Priùs ergò (ordine naturæ) Anima scit latus, quàm agnoscat, sibi dari angulum congruum.

Quòd si comparemus hic figuram utramque, minus equidem datur latus vel areæ figuræ centralis, ipso radiationis actu, quàm latus figuræ circumferentialis: hoc enim semper determinant radij ipsi, illa non semper, sed in quibusdam tantùm figuris ut in Trigono, quia latera circùmferentialis anguli singula, subtendunt arcum æqualem intercepto. Remotior igitur est figura centralis ab actu sciendi, quàm circumferentialis; remotior igitur etiam Congruentiæ notificatio: objectio verò nitebatur contrario, quasi Congruentia Centralis esset prior notitiæ, quàm Congruentia Circumferentialis.*

Fol. 136. Figura IV. Figura III.

Ampliùs, si anguli quantitas percipitur, quâre percipietur, nisi mensurâ suâ, id est, arcu circuli illius, qui ex anguli propositi puncto, quod terra est, describitur? non verò primò circuli illius, qui figuræ centrali circumscribitur, per terram transiens. Quare in perceptione quantitatis anguli de figurâ centrali, oportet ut Anima potentiam illam exserat, quâ circulus est, non illam, quâ exile punctum est, ad quod pertingit angulus. Atqui eodem typo circularis suæ essentiæ percipit etiam circumferentialis figuræ latus, ejusque arcum, idque primò: posteà demum, duplicato hoc arcu, emergit etiam arcus circuli minoris, qui figuræ centrali circumscribitur, per prioris centrum ductus; qui arcus servit inscriptioni centralis figuræ in circulum. Nam ordo qui est in ratiocinatione, idem etiam in instinctu est. Rursùm igitur demonstratur via ad perceptionem figuræ centralis, longior, & sic etiam ad ejus Congruentiam. Quare seipsam evertit objectio, quæ præpollentiam collocabat in perceptione priori.

Ad rationes pro altero membro sic respondendum: verè quidem etiam in circumferentiali figurâ priorem esse Scibilitatem lateris, Congruentiâ figuræ totius, ob argumenta dicta, quæ hic etiam valent. At non sequitur, ut ex duabus rebus,

bus, quarum altera alterius est causa, illa quæ causa est, porrò etiam fortius moveat tertium aliquid. Nam pro captu animæ, quæ debet moveri, sæpè minus in illam valet causa, quàm effectus; ut hic Animam sublunarem, in quantum quidem perceptiva est, plus movet scibilitas figuræ centralis; in quantum verò operativa, plus congruentia figuræ circumferentialis.

Argumenta verò mea propria ad propositionem probandam sunt ista: suprà enim usurpavimus ex Cap. III. centrum esse quandam ideam mentis Theoreticæ, seu intellectus; circumferentiam facultatis Practicæ seu operativæ: quia ut centrum circuli basis est & origo, sic meditatio actionis. Figura igitur, quæ porrigit angulum ad centrum, sc. ad Terram, ubi Anima sedet, figuræ perceptrix, porrigit se quasi ad sciendum & dijudicandum, cùm centrum tribunal scientiæ repræsentet. Igitur in centrali figura potiùs spectari debet scientia; non obstante, quòd illa per circulum tanquam instrumentum comparetur, ut paulò antè dictum.

Contrà figura, quæ ordinat angulos in circumferentiâ, magis se applicat ad imitandum, exprimendumque in opere Animæ, veluti ad ideam operum concurrens. At qui potius congruentia, quàm scibilitas habet operum sensilium ædificationumque ideam, quia sequitur figuras totas, cùm latus, quo figura scitur, sit ejus saltem elementum. Quare in figurâ circumferentiali potiùs congruentia est respicienda, quam scibilitas.

Alterum argumentum pro hac secunda parte nititur eâdem consideratione Animæ. Præstat id, propter quod sunt cætera. At propter opus Naturæ sublunaris, adeòque etiam Animæ humanæ, facultatum inferiorum, percipiuntur configurationes; scilicet in id percipiuntur, ut opere exprimantur; major est igitur dignitas facultatis motoriæ in hoc negocio. Sed scibilitas figuræ Circumferentialis, perceptioni servit, Congruentia operationi, ut hactenus: igitur & congruentia figuræ circumferentialis, præstat ejusdem scibilitati.

Propositio VIII.

ARcus circuli, qui constituitur à figurâ incongruâ, nullam conciliat Efficaciam radiationibus binorum planetarum, arcum determinantium.

Nam si congruentia est causa potissima Efficaciæ, per Prop. III. IV. & VII. hac igitur deficiente, non erit sufficiens, causa hoc loco vilior, scibilitas. Etsi enim hæc præpollet congruentiæ in Centrali figurâ, per alteram partem Pr. VII: at vicissim circumferentialis figura est centrali potior, per VI. Et in illâ potior congruentia, per primam partem Pr. VII. Adhuc igitur congruentia figuræ circumferentialis præpollet scibilitati figuræ centralis.

En causam, cur cùm figuræ scibiles sint infinitæ, diversorum quidem graduum; Aspectus tamen pauci sint.

Axioma III.

ARcus circuli, quorum figuræ pluribus potioribusque congruentiæ, scibilitatisque gradibus pollent, efficaciores etiam recipiunt configurationes.

Si duo

CAP. V.

Si duo prima axiomata sunt consentanea vero, erit & hoc: quia propter quod unumquodque est tale, illo intenso, illud etiam magis erit tale. Sic autem intellige: quòd in figura circumferentiali prior sit comparatio graduum Congruentiæ, in centrali prior graduum Scibilitatis, denique potiores partes circumferentialis figuræ.

Propositio IX.

CONfigurationes efficaces sunt, quæ intercipiunt Arcus circuli Zodiaci istos:

Gr. 180. Oppositio ☍, ex Diametro circuli: ut in Fig. I.

Gr. 90. Quadratus □, ex Tetragono: ut in figura II.

Gr. 120. Trinus △. & 60. Sextilis ⚹, ex Trigono & Hexagono, ut in figura III. IV.

Gr. 45. Octilis vel Sequadri, & 135. Trioctilis vel Sesquadri ⚼ ex Octogono & Stella ejus: ut in fig. V. VI.

Gr. 30. Semisexti ⚺, & 150 Quinquuncis, Ex Dodecagono & Stella ejus: ut in fig. VII. VIII.

Gr. 72. Quintilis ⭐, & 108. Tridecilis seu Sesquintilis: ex Pentagono & Stella Decagonica: ut in fig. IX. X.

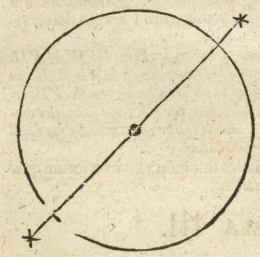
Gr. 144. Biquintilis ⚻, & 36. Semiquintilis seu Decilis: ex Stella Pentagonica & Decagono, ut in figura XI. XII.

Quòd hæ figuræ sint Scibiles & demonstrabiles, ostensum est Libro I. quòd & Congruæ, libro II. Quòd verò configurationes expressorum à talibus arcuum sint efficaces, id habent axiomata I. II. præmissa.

Propositio X.

EFficacitatis Aspectuum gradus primus & fortissimus, est Conjunctionis ☌ & Oppositionis ☍.

Characteres usitati.



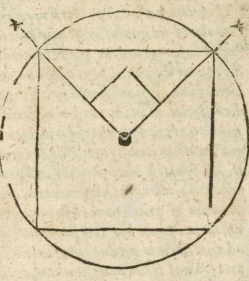
Nam in Conjunctione congruunt radij duo in eandem lineam, & ab eadem plaga descendunt; in Oppositione & à plagis quidem diversis descendentes, nihilo tamen minus sunt partes unius continuæ lineæ. Hæc verò perfectissima est Congruentia & principium quoddam omnis congruentiæ. Sic cùm conjunctionem repræsentes punctum signatum in circumferentiâ circuli; oppositionem verò, Diameter; hæc certè sunt principia, illa & mensura omnis in hoc genere scientiæ; cùm omnis in circulo lineæ rectæ scientia contineatur determinatione demonstrativâ per Diametri vel longitudinem vel potentiam: ut libro primo

primo patuit. Ergò per Axioma III. principium etiam Efficacitatis in his est Aspectibus. CAP. V.

Propositio XI.

SEcundus in Aspectuum Efficacitate gradus est Quadrati □.

In Quadrato enim concurrunt prærogativæ multæ, quarum prima, quod similis est centralis figura, circumferentiali: quare quoscunque illa gradus obtinet in Congruentia & Scibilitate, iij quodammodo duplicati intelliguntur, respectu cæterorum Aspectuum. Sicut enim Quadratus primus post Oppositum ab exilitate lineæ explicatur in aliquam latitudinem seu amplitudinem superficialem aream Tetragonicæ: sic cæteri Aspectus ab identitate figurarum Aspectus Quadrati, discedunt in aliquam figurarum alteritatem.



Cum igitur aliàs in physicis unita virtus sit fortior, erit etiam in hac ideali & objectivâ impressione, major gradus fortitudinis, ubi figuræ locis distinctæ, altera sc. centralis, altera circumferentialis, specie eædem fuerint.

Deinde quantum ad Congruentiam, illa in Tetragono perfectissima est & omnivaria, nam secum ipsa congruit hæc figura in solido ad cubum formandum, qui mensura est omnis soliditatis, & congruit simplicissimè, ternis tantum angulis ascitis: congruit & in plano secum ipsa, quaternis angulis: congruit rursum in solido cum Trigono, Pentagono, Hexagono, Octogono, Decagono variè, ad formandas figuras solidas, congruit cum iisdem omnibus, insuper q. & cum Dodecagono & Icosigono quadamtenus, ad planitiem sternendam: qua in proprietate illa à nullâ aliâ superatur.

Tertiò area Tetragoni est effabilis, quod principium est singularis alicujus & eximiæ Congruentiæ in plano: ut certus arearum hujus figuræ numerus absumat certum quadratorum diametri numerum, & sic figuræ non tantùm ipsæ inter se angulis & lateribus congruant, sed quodammodò, certis sc. suis lineis, etiam cum quadrati diametri lateribus. In hac proprietate Quadratus aspectus solum Semisextum habet ex parte socium. Vide lib. II.

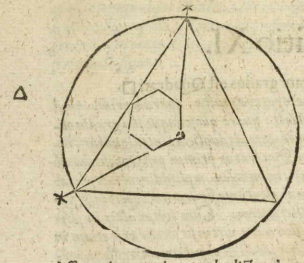
Quartò, nec ignobilis est gradus scientiæ lateris, quod est effabile potentiâ: quo gradu præcellit cæteris figuris omnibus, excepto Sexangulo: neque tamen illi propterea loco cedit; cùm Scibilitas non sit comparanda Congruentiæ, ut explicatum est suprà & verò valeat accumulatio prærogativarum ad augendam Efficaciam, per Axioma III. hujus.

Propositio XII.

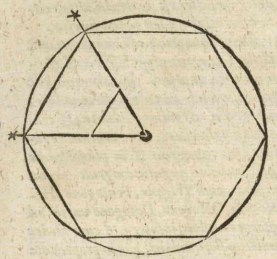
TErtius Efficacitatis Gradus est Trini △, Sextilis ⚹, & Semisexti ⚺.

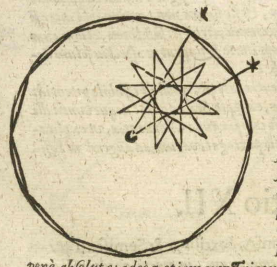
Quod Trinum, Sextilem, & Semisextum, in eodem gradu colloco: facit

CAP. V. *facit proprietatum non identitas, sed æquipollentia. Primùm eorum figuræ principales, in congruentia plana tradunt mutuas operas: coëunt n. & inter se variè & cum alijs, vt quadrato. Præcellunt quidem hic Trigonus & Hexagonus, quia etiam secum ipsæ singulæ species congruunt; præcellit Trigono Hexagonus, quia perfectissimam obtinet in plano congruentiam, solis sc. ternis angulis: præcellunt ambo Dodecagono, quia etiam in solido congruunt illi cum figuris alijs, quod nõ potest Dodecagon⁹ At vicissim præcellit reliquis Dodecagon⁹ effabilitate a eæ, cùm illorũ areæ sint mediales & sic ignobiliores: quæ arearũ differentia, vt jam modo dictum, redundat in congruentiæ perfectionem.*



Sic etiam Trigonus præcellit rursum Hexagono, eo quòd secum ipsa Trigonica species in solido congruit variè, gignitq; tria corpora regularia; Hexagon⁹ tantùm cum figuris alijs congruit. Ita pensatis inter se diversarũ proprietatũ ponderib⁹, Congruentia, quæ primum & præcipuum elementum est efficaciæ, penes hos tres propemodum ad æquilibrium perducitur. In scibilitate primas tenet Sexangulum, cujus lat⁹ effabile; secundas Trigon⁹, occupat enim eundem cum Tetragono gradum, habens latus effabile potentiâ, viliori tamen proportione: ultimus hic est Dodecagonus, habens latus ineffabile. Verùm scibilitas nec præcipuum est ad Efficaciam argumentum, nec in figura præcipuâ, hoc est circumferentiali, consideratur; sed tantum in centrali min⁹ præcipuâ. Quæ si quid potest, Trinum paulò reddit efficaciorem Sextili, quia Trinum format angul⁹ Hexagoni in centro; paulò min⁹ utrisq; efficacem Semisextũ, quem metitur angul⁹ Stellæ Dodecagonicæ in centro. Est tamẽ cæteris sequentib⁹ nobilior scientia Semisexti, quia lat⁹ centralis figuræ, in Ineffabilib⁹ nobilissimæ est speciei, sc. Binominũ, & in earũ sub divisione duplici, semp priores tẽet, adeò vt cum sociâ suâ, latere circumferentialis figuræ, rectangulũ effabile formet, quod est nota perfectionis penè absolutæ; adeòq; etiam cum Trigono & Hexagono hanc figuram scibilitate facit contendere, propter hanc pensationem ineffabilitatis suæ, ponderosam admodum.



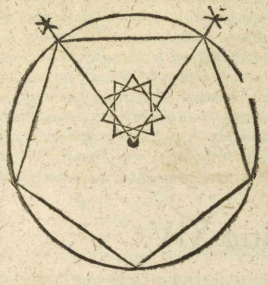


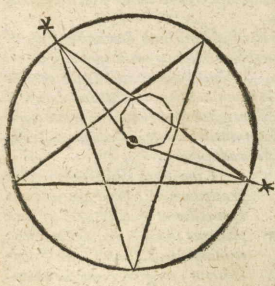
Propo-

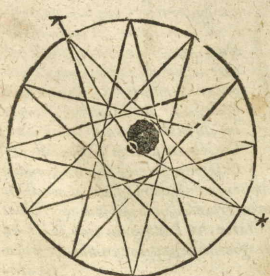
CAP. V.

Propositio XIII.

QUartus in Efficacitate Configurationum Gradus est Quintilis, Biquintilis, & Quincuncis.







His enim communis est congruentia figurarum primariarum totarū in plano, non tamen singularum specierum secum ipsis: sed primarum duarum inter se mutuò, ultimæ cum alijs sibi cognatis. Præcellunt duo priores aspectus eo, quòd congruunt figuræ, Pentagonus & stella ejus, etiam in solido, faciuntque duas figuras solidas regulares; qua nobilitate penè associant aspectus suos Trino & Quadrato; stella Dodecagonica in solido non congruit. At vicissim præcellit & Dodecagonica, congruentiâ planâ; quam habet continuabilem in infinitum; cùm illa non longè continuari possint sine mixturâ irregulari. Vide hæc omnia libr. II.

Quod scibilitatem attinet laterum in figuris centralibus; hic etiam medio loco consistunt latera Decagoni & Tridecilis & Dodecagoni, quæ sunt hac in classe centrales, inter latus Trigoni præcedentis, & latera Pentagoni, stellæque Pentagonicæ, centralium figurarum in classe sequenti, Nam libro I. demonstratum est, prius esse in scientia, Decagonicum latus Pentagonico, Tridecile, stellari Pentagonico. Itaque & Scibilitas eodem ducit, quo & Congruentia, per pr. VII: quæ hujus potissimùm demonstrationis causa fuit præmittenda, ne Decilis vel Tridecilis præferrentur Quintili & Biquintili. Si verò quis missâ figurâ centrali, Scibilitatem potiùs in circumferentiali quærere velit, non minus quàm Congruentiam: etsi fatendum est, hoc pacto prælatum iri Decilem, Quintili, Tridecilem, Biquintili; at meminerit is, præcipuas esse partes Congruentiæ, ut

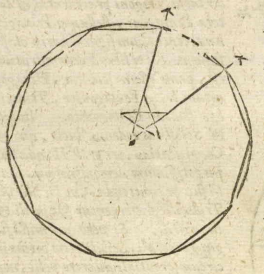
CAP. V.

ostendimus pr. IV. majus igitur est, & plus ad efficacitatem potest, creare figuram solidam (quæ est veluti idea quædam mathematica efficacitatis physicæ) quàm latus habere perfectiori gradu scibile. Latus quidem Dodecagoni hoc pacto confert aspectum suum in eandem classem cum subtensis decimæ parti circuli, trihusque decimis: quia contendunt inter se præstantiâ scibilitatis. Nam sicut sociantur inter se duæ illæ subtensæ, sitque minor majoris pars, in proportione divinâ sectionis secundum extrema & medium: sic etiam latus Dodecagoni & latus ejus stellæ sociantur, & hoc etiam respectu sectionis & compositionis alicujus, non tamen proportionalis. Et hæc quidem biga posterior cadit in primam speciem Ineffabilium, quæ complectitur Binomines & Apotomas; at vicissim illa prior biga acquirit novam proprietatem sectionis secundum extrema & medium: ut videre est lib. I. Quare non tantùm pensantur hi gradus, sed etiam præcellit nonnihil Decanguli latus. Rectè igitur factum, quod Aspectum Quincuncem seu Gr. 150. cum Quintili Gr. 72. & Biquintili 144. eodem gradu locavi, primâ tamen sede his datâ.

Propositio XIV.

QUintus, ultimus & imbecillissimus aspectuum Gradus est Decilis & Tridecilis, Octilis & Trioctilis.

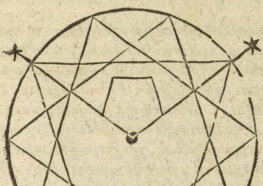
Quintum locum feci Decili & Tridecili (Mæstlinus Semiquintilem, & Sesquiquintilem appellat) quos in Ephemeridibus hactenus omisi: quibus associavi Octilem & Trioctilem seu Sequadratos, & Sesquadratos: quos Calendariographi ex mea quidem suggestione & nonnullâ Ptolemæi authoritate, sed nimis calidè & inconsideratè arripuerunt. Probandum igitur est utrumque, primùm imbecilliores esse hos quatuor, Quintili & Biquintili: deinde, Decilem & Tridecilem, fortiores Octili & Trioctili, parùm admodùm.



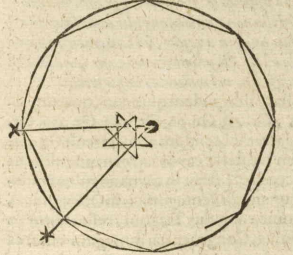
Cum igitur Propositiones nostræ præcipuum ad Efficaciam momentum collocent in congruentia figuræ præcipuæ, hoc est circumferentialis: manifestum est, Pentagonum & stellam ejus, congruere cum suæ quamque speciei figuris, ad solidum perfectum formandum, ut jam modo dictum: congruere etiam inter se pulchrè ad planum sternendum. Decagonus vicissim & Octogonus cum stellis suis, quæque cum suæ speciei alijs, in solido congruere non possunt. Congruunt quidem, Decagonus & Octogonus sed cum alijs non omnibus sui generis; stellæ verò inchoant aliquam congruentiam in solido, at non absolvunt: etiam in plano ignobilior est earum congruentia, quia nec mutuas tradunt operas, quævis figura cum suâ stellâ solitariæ, ut Pentagonus cum suâ: sed cum illis suis stellis, & Octogonus cum Tetragono, in societatem veniunt, congruentiæ alie-

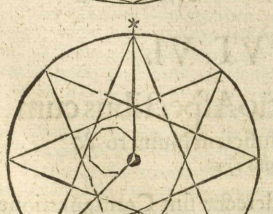
CAP. V.

tiæ alienæ, illamque, quo minus continuari possit, ipse Decagonus impedit: Stella ejus etiam hiulcam in medijs interceptis spacijs facit congruentiam. Octogonus verò & stella ejus, alternis juvant continuationem congruentiæ, admixtis Quadratis; Congruentia fit diversiformis. Ita penè pares sunt hæ quatuor in congruentiâ planâ; præsertim cùm areas utraque figuræ habeant ineffabiles. At in scibilitate multùm præcellit secta Pentagonica. Primùm si centrales figuras consideremus, quæ sunt hic jam Pentagonus & Stella ejus, illarum quidem latera sub eâdem speciem ineffabilium cadunt, cum lateribus Octogoni & stellæ; existentia Elason & Mizon: sin



circumferentiales, quæ hic sunt latera Decagoni & stellæ ejus: illa non tantum sunt ex specie nobiliori Binominum & Apotomarum, cùm Octogonicæ lineæ sint ex quartâ specie, quæ est Mizonum & Elasonum: sed acquirunt etiam omnia latera Pentagonicæ sectæ, nobilissimam proprietatem sectionis secundùm extrema & medium; quæ planè nihil attinet lineas Octogonicas. Quòd si Octogonica secta nonnihil præpollere visa est in Congruentiâ; hic jam vicissim, multò fortiùs deprimitur à Pentagonicâ. Rectè igitur utrasque, ut de præstantia contendentes, in unam classem redegi, præmissâ tamen Pentagonicâ. Consulatur de his identidem liber I.





Est & peculiaris prærogativa Biquintilis, præ Tridecili & Trioctili, etiamque Quincunce, quòd stella Pentagonica, primaria sc. illius figura, aptissimum & Trigonici æmulum habet angulum: quia ut tres anguli Trigoni, sic etiam quinque anguli stellæ Pentagonicæ, junctim utrinque æquantur duobus rectis, ut sic latera angulos formantia, circuli arcus,

CAP. V.

quæque suos, intercipiant; non verò bina & bina portionem aliquam circuli communiter: quod in stellâ octo, decem, duodecim radiorum, ob Paris numeri conditionem, in q. cæteris figuris primigenijs, ob angulimagnitudinem fieri non potest.

Excussi omnes loculos, ut argumentis idoneis fidem facerem; ne nimius fiat numerus aspectuum, confusionem in experiundo pariturus: intra Quadratum igitur & Quintilem Biquintilemque subsistendum esse, nec ad eorum derivatos quatuor, ultimi gradus, utpote imbecillissimos progrediendum; licet hos quoque prima propositio admittat. Si tamen ista non satisfaciunt, & si tanta est primæ Propositionis dignitas, ut interesse omnis sublata sit: age; cuiq. per me liberum esto, respicere ad hos etiam Aspectus, præsertim ijs temporibus, quibus cæteri omnes defuerint. Par enim est, super his quoque audiri testificantem experientiam; ut quæ & cæteris primam fidem fecit, ante rationes.

Propositio XV.

SUnt aliquæ configurationes, quæ inter efficaces & non efficaces ambigunt: nimirum Arcus Graduum 24. ex Pentekædecagono, & Gr. 15. ex Icosigono.

Nam scibiles sunt figuræ, sed illa impropriè, hæc remoto gradu, ut libro I. demonstratum. Et congruæ sunt, sed illa non omnibus angulis æqualiter, in eâdem formâ Congruentiæ: hæc omnibus quidem angulis, sed Congruentiâ planè non continuabili: quod ostensum Libro II. Rudimentum igitur quoddam est Efficacitatis, & veluti conatus; at effectus vel nullus vel imperfectus.

Multas habent hæ figuræ stellas, illa quidem quinque, quarum latera subtendunt arcus circuli hos, Gr. 48. Gr. 96. Gr. 112. Gr. 156. Gr. 168. hæc verò quatuor, quarum latera subtendunt arcus circuli Gr. 54. Gr. 126. Gr. 162. Gr. 171. At cùm hæ stellæ cavos habeant angulos, in quos non recipiuntur anguli alij congruè (sic ut in cavos angulos Pentagonicæ & Decagonicæ recipiuntur anguli Pentagonici, in Octogonicæ, angulus Tetragoni, in Dodecagonicæ angulus Trigoni; restat igitur ijs sola acutorum, quos Radios dicimus, Congruentia: sunt igitur viliores ipsis suis primigenijs

CAPVT VI.

Quæ sit cognatio Aspectibus cum Consonantiis Musicis in Numero & causis ejus.

QVibus Occasionibus detectæ sint Configurationes efficaces, auctusque earum Numerus: non est hujus loci commemorare, pertinet enim hoc ad Astrologiam; egique de ea re ante annos 12. in libro de stellâ novâ & Trigono igneo, cap. VIII. IX. X. ubi non tantum discrimen ingens ostendi inter Aspectus & inter cætera com-

commenta, verè vanitates Astrologicas: sed etiam Joh. Pici Mirandulæ Comitis rationes philosophicas huic etiam Astrologiæ parti oppositas, solidè ut opinor dissolvi, quâ dissolvenda & refutanda fuerunt. Cùmq; ante novem annos Helisæus Röslinus M.D. & Philosophus non incelebris, libro Teutonicâ linguâ edito, novam hanc philosophiam, ipse veteri Astrologiæ deditus, impugnandam sumpsisset; itemque alius Medicus, Philippus Feselius, in contrarium, Astrologiæ capita promiscuè omnia, interque ea & doctrinam de configurationibus, oppugnasset; ego utrique restiti, editis duobus libellis Teutonicis: quorum alteri Titulus, *Responsio ad objecta Röslini*; alteri, *Tertius interveniens*. Et in hoc quidem veritatem defendi Aspectuum, in illo verò modum causæ, quo Aspectus sint efficaces, asserui. Itaque viri docti, scriptis ad me literis, testati sunt, nunc demum Astrologos à me puriorem philosophiam doceri. In omnibus libellis cognationis memini, quæ Musicis consonantijs intercedat cum Aspectibus: sed in primo adhuc hæsi circa numerum Aspectuum, quosdam spurios; vel certè imbecilles, observans inter præcipuos, quosdam fortiores penitus negligens: in Teutonicis verò cepi hos defectus speculationis meæ detegere; quod paulò pleniori declaratione, loco sic postulante, repetendum censui nuper in Prolegomenis Ephemeridum, fol. 33. 34. 35. 36. Quæ verò ibi loci propter institutam brevitatem explicari fusius non potuerunt ea jam hic, ordine sic ferente, supplebo. Axioma, quod anno 1606. usurpatum, loco citato Ephemeridū sumpsi examinandum & refutandum, hoc erat; *Creatorem Deum, aut ex Harmoniis Cantus infra Octavam, libro III. descriptis, desumpsisse leges ordinandorum Aspectuum; aut ad cælestes Aspectus, attemperasse aures hominis, Concordantiarum illarum judices.* Hoc Axioma si verum undiquáque esset; oporteret esse totidem numero aspectus, quot sunt Concordantiæ, usque ad Diapason. Nam Sextilis respondet Tertiæ molli, Quintilis Tertiæ duræ, Quadrat^o Diatessaron, Trinus Diapente, Sesquadrus Sextæ molli, Biquintilis Sextæ durę, Oppositus Diapason: quia si auferas à chorda totâ tantâ portionem, quantam portionem de circulo aufert quilibet aspectus; residuum chordæ facit cum totâ illam Consonantiam, quæ hic cuilibet Aspectui est adscripta. Cùm igitur numerus iste Septenarius Concordantiarum, seu potius Sectionum harmonicarum, quas singulas singulæ Concordantiæ infra Diapason insequuntur, certus sit & demonstrativus, non minus quàm est in Geometriâ numerus Quinarius corporum Regularium, ut libro III. cap. II. patuit: esset igitur ratio demonstrandi numerum Aspectuum facilis & expedita, per susceptum hoc Axioma: nec fuisset opus operoso isto novorum Axiomatum libri IV. apparatu.

CAP. V.

Et sanè si observationes Meteorologicæ huic septenario Aspectuum fuissent astipulatæ ex asse: ac quievissem Ego in suprà posito axiomate, nec de ijs quæ ex rationum Harmonicarum ortu, exque metaphysicæ causæ consideratione poterant objici, valde fuissem sollicitus. Sed quia crebrò deprehensum est, Naturam sublunarem stimulari etiam à Semisexto, qui duodecimam partem circuli intercipit, cùm tamen ablatâ portione duodecimâ de chordâ, residuum, partium undecim

CAP. VI.

cim, non consonet cum Tota ; & quia infidæ deprehensæ sunt extimulationes Tempestatum per Sesquadrum, qui dispungit tres Octavas circuli ; cùm tamen ablatis tribus Octavis de chordâ, residuum 5 Octavarum omninò consonet cum tota 8; hinc orta mihi fuit necessitas, causas dissensus & diversitatis hujus hoc IV. libro rimandi profundiùs. Quod etsi rectè peractum, & causas clarissimas erucas existimo: sumam tamen disputationis totius iteratò inculcare non nocuerit : cùm id requirat instituta hoc loco explicatio eorum, quæ in Præambulo Ephemeredis concisiùs sunt dicta.

1. In formâda concordantiâ, valet Residuũ circuli, non valet in formando Aspectu.

Causa igitur, cur *non quot sunt in Musica sectiones Harmonicæ, totidem etiam sint Aspectus, uti usque ad annum 1608. credideram, est hæc quia Musica septenarij sui principia nonnulla ex ipsâ rectitudine chordæ trahit: cùm circulus, in quo notamus Aspectus, in seipsum redeat; nec possit, vt ex chordæ, sic etiam ex Zodiaci Residuo fieri circulus alius.* Verba sunt dictorum Prolegomenon fol. 35. quæ sic explicanda sunt. Nam ut Cap. IV. hujus dictum, aliter oriuntur sectiones Harmonicæ, aliter Aspectus, licet ex eodem circulo oriantur utrique. Nam libro III. sic comparata sunt Axiomata, ut quælibet chorda, chordæque pars, seu longa seu brevis, possit iterùm comparari toti circulo, non minùs quàm tota seu longissima chorda eidem circulo comparabatur: At hoc libro IV. non potuit arcus circuli, seu major semicirculo, seu minor, comparari toti. Dicam clariùs; quotcunque modis circulus dividitur demonstrativè, omnes illi modi possunt transferri in lineam rectam, hoc est chordam, ejusque partem quamcunque. At non sic divisio circuli totius demonstrativa, verbi causâ, in tria aut in quinque, potest ideò etiam in arcum ejus quemcunque transferri: quod satis est demonstratum in propositionibus ultimis libri primi. Causa est in figurâ: recta enim manet recta, sive truncetur, sive prolongetur; at circulus truncatus non manet circulus. Datur igitur sectio proportionalis binarum quarumque rectarum, datur & binorum quorumcunque circulorum, sed non datur binorum quorumcunque arcuum unius circuli. Hæc sic ad propositum accommodantur. Si dividatur chorda in partes octo, divisione sc. circuli demonstrativâ, una Octava consonat cum totâ, consonant & tres Octavæ, propterea; quia una Octava circuli demonstrativè rescindi potest, ut & tres octavæ. Eadem demonstrativa determinatio est etiam inter causas, cur Octilis & Trioctilis sint efficaces. At hoc est discrimen, quòd illic nondum est constituta SECTIO harmonica, nisi etiam Residuum, septem octavæ & quinque octavæ, consonent tam cum tota, partium octo, quàm etiam cum partibus rescissis, 7. cum 1. & 5. cum 3. At qui demonstrativa determinatio partis 1. & partium 3. non dat illarum residuis 7. & 5. ut sint & ipsæ consonæ : nam 5. quidem est consona, 7. verò est dissona. Itaque sectio totius 8. in 5. & 3. est harmonica, in 7. & 1 non est harmonica. Unde igitur habet Residuum 5. suam consonantiã cum tota 8. Residuũ 7. suam ab illa dissonantiam? Nimirum inde, quia circulus in 5. divisus, habet subtensam duabus quintis, demonstrativam; unde est, quòd chorda in quinque divisa (ut hic pars proposita de chorda 8.) consonat cum parte quæ est 2 portiones longa; quare etiam cum

4. &

4. & 8. quæ sunt cum 2. in proportione continuè duplâ. Contrà circulus in 7. divisus, non facit chordam unius septimæ portionis demonstrativam, quare Residuum illud chordæ, quod habet 7. dissonat ab 1. & sic etiam à 2. 4. 8. Ecce ut sectio harmonica totius 8. in 3. 5. unam tantùm consonantiam habeat ex Octogono, alteram verò ex Pentagono. Quin & tertiam habet ex aliâ figurâ, sc: ex Decagono. Non consonaret enim Pars 3. cum Residuo 5, nisi consonaret anteà cum ejus duplo 10; idque ideò, quia circulo in 10. diviso, subtensa tribus decimis est demonstrativa. Hæc verò copulatio plurium figurarum, locum non habet in circulo, ejusque partibus. Nam si primò scripseris in toto circulo Octangulum regulare, posito quòd possis arcum, qui habet tres Octavas, dividere in quinque (quanquam impossibile est ut id fiat demonstrativè) certè Quinquangulum illi inscribi ad divisiones factas non poterit: fieret enim & irregularissimum, & potius sexangulum, cùm arcus habeat duos terminos ante sui divisionem. Cùm ergò ingens sit diversitas Residuorum, hinc chordæ, inde circuli; patet, quòd nisi à circulo progrediamur etiam ad lineam rectam, Residui ratio haberi nulla possit. Atqui Aspectus est angulus, cujus mensura non est aliqua recta, sed arcus circuli ex concursus radiorum puncto descriptus: non metitur ergo circulus Aspectum, non format eum, non efficacem reddit, ratione Residui; sed tantùm ratione arcus ab aspectu intercepti. Si non ratione Residui; non igitur ratione sectionis harmonicæ chordæ, ex illa divisione circuli ortæ: quia sectio harmonica sine Residuo definiri non potest. Et sic profligatum est axioma illud, quòd proportiones harmonicæ cantus, sint Aspectuum causæ. Nec sequitur, Respondet Triotilis seu Sesquadrus Sectioni harmonicæ, quæ gignit tertiam mollem; & est efficax; ergò ejus efficacia est a sectione harmonicâ circuli, ut talis. Sed hoc verum est, *Magnam*, ut habent Prolegomena dicta *cognationem esse Harmonijs cum Aspectib', eandem utrique generi originem, ex figuris nobilibus, circulo in'scriptibus*: id est, demonstrativam scibilitatem subtensæ trium Octavarum circuli, inter elementa esse, ex quibus & harmonicâ sectio in Musica, & Aspectus efficax in Physica constituitur. Loquor autem ex hypothesi, quasi sola scibilitas figuræ sufficeret ad efficaciam, sicut sufficit ad simplicem Partis Consonantiam cum Toto. Nam si accuratè agamus, etiam illud discrimen est; quòd in Consonantijs quidem plurimum valet Scibilitas, in Aspectibus verò Congruentia figurarum præcellit; estque Semiquadrus & Sesquadrus efficax non tantùm quia latus Octogoni & stellæ scibile; sed etiam & maximè, quia Octogonus & stella ejus sunt figuræ congruæ.

CAP. VI.

Qualis cognatio Section. Harmonicæ Aspectibus.

Hæc adeò causa est, cur Dodecagonus potissimùm gignat Aspectum validum, at non gignat sectionem harmonicam, id est Consonantiam triplicem, licet gignat simplicem. Nam Residuum 11, ablatâ duodecimâ, impedit sectionem harmonicam, non impedit efficacitatem partis duodecimæ. Sed de hoc jam paulò pòst plura dicam.

Non est verus sed opinabilis tantum responsus Concordantiarum minorum & Aspectuum.

Nam ut vera, mathematica, & causalis existat comparatio Concordantiarum cum Aspectibus; planè evertendum est Axioma, quip-

CAP. VI.

pe quod non tantum est insufficiens, sed etiam veritati è diametro contrarium. Nullus enim aspectus propriè respondet ulli concordantiæ minori, præterquàm Oppositus Concordantiæ Diapasôn, sed respondent singuli concordantijs majoribus, minorum socijs, ex triga sectionis uniuscujusq;. Nimirùm Aspectus quidem definiuntur Segmentis circuli ijsdem quibus & majores concordantiæ: minores verò concordantiæ, circuli Residuis. Verbi causâ, Trigonus aspectus non respondet concordantiæ Diapente: sed Diapasôn Epidiapente: Quadratus non respondet Diatessarô, sed Disdiapasôn; Quintilis non Tertiæ duræ, sed compositæ ex hac & ex Disdiapasôn; Sextilis non Tertiæ molli, sed Disdiapasôn epidiapente: Biquintilis non Sextæ duræ, ut supra opinabamur, sed compositæ ex Tertiâ durâ & ex Diapasôn: Sesquadrus non Sextæ molli, sed compositæ ex Diatessaron & ex Diapasôn: ut patet ex eadem utrinq; proportione partis ad Totum:

3. Verus responsus majorú cõcordantiarum cum Aspectibus, non format numerum eorum.

In hac igitur correspondentia nullus occurreret finis aspectuum; cùm majores concordantiæ infinitæ sint: & qui hac solâ causâ nituntur, ex qua stabiliant Semiquadrum Aspectum, quia nimirum ille respondet concordantiæ Trisdiapasôn; excusationem nullam habent, quin & Decilem recipiant & Tridecilem, & Vigintilem, & plurimos alios, quos tamen rejiciunt; respondent enim & hi suis concordantijs majoribus, quæ toties accumulant unam Octavam ulteriùs, quoties divisio circuli duplicat numerum portionum.

Hinc corrige Libro de stella nova, cap. IX. fol. 38. & 40. ppe ex hoc libro, quem ibi fol. 41. vides promissum.

Quid igitur est illud, quod metam ponit numero Aspectuum? & cur nullus Semiquadratus vel Octilis, nullus Decilis vel Tridecilis, nisi tantùm post principia, introducitur? cur Sesquadrus Musicâ cognatione nobilitatus vel omittitur vel vilis habetur, Semisextus in Musicâ peregrinus non inseritur tantùm, sed & inter primos ostentatur? Quia non Musica format Aspectus, sed Geometria utrumque genus; alijs tamen legibus illam, alijs hos. Est enim & Harmonicum in Musica, & efficax in Meteoris, quicquid est à figura nobili, quæ singularia aliqua habet in Geometriâ privilegia. Sed sunt diversæ veluti gentes, Meteorologia & Musica, ex eadem patria Geometria oriundæ, quarum altera, hoc est, proportiones Harmonicæ lib. III. patriam quidem circulum fatebantur, eique suam originem ferebant acceptam, non minùs quàm hic Aspectus; sed tamen illæ egressæ velut ex circulo, coloniam propriam deduxerunt, suisque legibus degentes sese propagarunt: Aspectus intra circulum patriam suam manentes, legibus non alijs utuntur, quàm quas circuli rotunditas ipsis præscribit, delumptas ex figuris planis Regularibus Congruis & circulo inscriptis.

Hinc etiam supple in meo Tertio intervenière te numerũ LIX. sub finem.

4. Præcipua causa ad formandos aspectus, est Congruentia Figurarum.

Nam in Musicâ septemviratus ille sectionum constituitur ex Matrimonijs certis, accensitis etiam fœminis. Verbi causâ, subtensa tribus Octavis, seu stella Octangularis, ex civibus quidem est in Geometria & classe figurarum regularium; at præcipuæ nobilitatis non est: In Musicâ verò, arcus ejus, (tres Octavæ circuli) locum est nactus, quia natus est ex connubio, quo plebeia fœmina, cui nomen est Residuum (scilicet tres Quartæ circuli) juncta erat Patricio (parti sc. Quartæ circuli); cujus nobilitas in Geometriâ est ex Tetragono. Nam ex hac matre (tribus quartis

quartis) per generationem musicam (per additionem unius Diapason) nata est Pars, tres octavæ; cui, salvo honore senatorio, licet jam ducere aliam plebeiam, cui nomen quinque octavæ; cujus ortus eadem est conditio; nam mater illi quoque Residuum, scilicet quatuor quintarum; pater patricius, una quinta, cujus nobilitas Geometrica est ex Quinquangulo. CAP. VI.

Duodecima verò circuli pars, etsi jus civitatis habet in Musica, cùm ejus subtensa sit in Geometriâ præcipuæ nobilitatis, tam suâ virtute partæ (ob Congruentiam) quàm à parentibus acceptæ (sunt enim figuræ nobiles Sexangulum & Triangulum, ex quarum laterum duplicatione est Dodecagonus, præstantior illis, ob aream effabilem) at quia hæc pars duodecima uxorem habet, undecim duodecimarum Residuum, quæ in Musicâ, adeòque & in Geometriâ peregrinæ est originis, genus ad Undecangulum referens, figuram non demonstrabilem, eôque civitatis jus adipisci non potest: nullum igitur maritus in Musicâ jus habet septemviratus, ad constituendum numerum divisionum monochordi.

Contrà in Meteorologia mos est alius. Nam ut quisque ipse nobilis seu ortu seu meritis (Scibilitate sc. aut Congruentia) ita plurimùm valet authoritate, reliqui volitant velut umbræ: fœminarum ratio habetur nulla.

Hic igitur Octilis vel Sequadrus, & Sesquadrus, posthabito suo jure in Musicâ, quia subtensas habent ignobiles, sunt de populo, cujus potestas nulla, nisi per absentiam magistratuum, urgente mole negociorum. Hoc est, si diu nulli essent Aspectus primarij; facerent fortassis aliquid etiam hi Aspectus, præsertim si terra humore plena sit, quo casu se ipsam exoneret quandoque sine omni configurationum stimulo. At quia plerumque præstò sunt primarij, Natura sublunaris ab ijs fatigata, non sentit stimulos hos minores.

Decilis verò & Tridecilis, ex illustri quidem sunt familiâ, divisionis circuli denariæ, quæ utitur proportione divinâ; genus tamen suum factis non illustrarunt (quia in solido non omnimodè congruunt); nec capita sunt familiæ: et si quid etiam possunt (congruentes aliquâtenus in plano, etiamque cum alijs in solido) id omne præripitur ipsis ab optimatibus ex alijs familijs; aut offuscatur eorum gloria, splendore majori. Nam si natura per Aspectum 30. graduum satis fuit exercita, terra satis per illum exhausta; parum relinquitur aspectui vicino 36. graduum imbecilliori, quod operetur.

Semisexto denique Gr. 30. nobilitas est præcellens ex Dodecagono, & Scibili & Congruo eximiè: nec connubium peregrinum, quod in Musica præstruxerat illi aditum ad honores, in Meteorologia ullâtenus obstat. Post hunc Dodecagonum quæ sequuntur figuræ, tam in tribus secretis familijs, Tetragonicâ, Trigonicâ, Pentagonicâ, quàm in mixtura Quindenaria, præterquàm quod omnes jam sunt nobilitatis inferioris, nulla etiam planè habent merita propria (Congruentiæ); itaque lege civitatis inviolabili, honoribus & potestate constituendi Aspectus arcentur.

CAP. VI.

Ex his apparet id, quod in Prolegomenis Ephemer: dixi, *in Aspectuum constitutione valere causas diversas, earumque concursum: & Naturam habere delectum eorum, qui pluribus sunt instructi prærogativis: & Semisexto quædâ jura esse communia cum Quadrato*; nimirum Effabilitatem areæ in figurâ; *quædam cum Sextili*, sc. multivariam congruentiam in plano; *quibus junctis copijs semisextus* quodammodo *potentior evadit ipso sextili*, quatenus nimirum potior est Dodecagonicæ areæ effabilitas, effabilitate lateris Hexagonici; quia illam sequitur perfectior in plano Congruentia. Etsi hoc libro IV. Semisextum ego sequi jussi Sextilē, sed eodem in gradu.

Trinum etiam & Quadratum, & Quintilem & Biquintilem Prolegomena Ephemeridis faciunt *æquales in primâ & validissimâ causa*; puta Congruentiæ puræ in solido, ad constituendas figuras solidas Regulares; *Trinum & Quadratum* dixi *addere causam secundam, non multò leviorem*; si intellige Congruentiam puram figurarum in plano. Hæc quidem etiam Sextili communis est; verùm eam ille non addit primæ, sed separatam ab illâ possidet. Quemadmodum *Quadrat⁹ & tertiam causam addere* prohibetur, puta Effabilitatem plani; non quod eâ non etiam Semisextus participet; sed quia quæ sunt in cæteris singulæ, illæ in Quadrato cumulantur, ut fiat omnium potentissimus.

Sic in colligendis suffragijs pro sextili, *aliquam nobilitatem ei communem cum Opposito esse* dixi, Effabilitatem innuens lateris figuræ, quia est dimidium diametri circuli. Rursum eidem *aliqua nobilitas est communis cum Trino & Quadrato*; nimirum Congruentia pura in plano, de qua priùs. Nam *ejus aliqua solùm particula*, hoc est, Congruentia cum aliarum specierum figuris, *competit Semisexto, & cæteris ignobilioribus. In hac verò* Congruentiæ *particulâ primum gradum obtinēt Semisexti & Octilis* figuræ: cui posset associari etiam Semisexti stella: quia Congruentia, quam inchoant, continuabilis est, sine mixtura formarum diversarum: *secundum* gradum habent Quintilis & Biquintilis, nisi quòd ijdem nobiliorem habent congruentiam in solido: item Triactilis, *Decilis & Tridecilis*, quia eorum figuræ continuant quidem Congruentiā; sed non sine mixtione diversarum formarum; & omnes istæ congruunt quadamtenus etiam in solido, secundùm magis & minus: exceptâ *Quincuncis* stella Dodecagonicâ; quæ ideò *in Tertium gradum* refertur: cui etiam *Sesquadrus*, seu Octogoni stella adjungi potest, propter obscuritatem scientiæ.

Extendi quidem gradus etiam ulteriùs, ad *Vigintilem & Quindecimum*, hoc est, ad figuras Quindecim & Viginti angulorum: quibus *Quartum gradum* (in dictâ congruentiæ particulâ solâ) dedi: causam continet nostra pr. III. hujus Libri. *Stellis verò earum Quintus gradus* fuit assignatus, quia Scibilitate pares sunt figuris suis primævis, Congruentiâ longissimè posteriores, ut quæ tantum eorum angulos singulos attinet. Verùm id non erat necesse, ut facerem: cùm ne quidem ad tertium gradum usque, gignantur aspectus planè indubij; possimusque speciosè metam figere pullulantibus Aspectibus, in solidi Congruentiâ, & in perfectâ lateris vel plani Effabilitate. Quare potiùs ex finibus librorum I. & II. petantur gradus nobilitatis Figurarum: ex quibus hoc libro distincti sunt gradus Aspectuum.

CAP.

CAPVT VII.

Epilogus, de Natura sublunari, facultatibusque Animæ inferioribus, præsertim ijs, quibus Astrologia nititur.

MVlta de hac contemplatione capite secundo, multa toto hoc libro IV. nonnulla etiam libro III. sunt dicta, & ante annum in Prolegomenis Ephemeridum, inque Epitomes Astronomiæ Copernicanæ lib. I. fol. 125. rursum anno 1610. in Tertio interveniente, Numeris à 40. in 43. & à 59. in 72. & 113. &c: inque Responsione ad objecta Röslini; & anno 1606. in libro de stella novâ, cap. VIII. IX. X. & XXIV. XXVIII. præsertim à fol. 171. in 175. & anno 1604. in Astronomiæ parte Opticâ fol. 26. 27. & fol. 224. Nam prognostica, quibus de fundamentis Astrologiæ certioribus subinde vel præfatus vel interfatus sum, consultò prætereo, ut quæ non latè sparsa sunt.

Cùm autem celeberrimis nonnullis Philosophiæ & Medicinæ Professoribus visus sim novam philosophiam condere, eamque verissimam; omni curâ fovenda & educanda est tenella plantula, ut sunt nova omnia, ut radices agat in animis philosophantium: neque suffocetur humore nimio vanarum sophisticationum, neve vulgatarum opinionum torrentibus eluatur, aut negligentiæ publicæ frigoribꝰ obrigescat: quod si mihi cavere contigerit; non ego illi à ventis calumniarum, ne frangatur; non à solidæ censuræ Sole, ne exuratur, quicquam metuo.

Cùm igitur cap. I. Animæ quidem tetigerim essentiam, sed propter solas Harmonias, cùm secundum Caput non ex professo de Anima sit, sed de Harmonijs propter Animam: lubet nunc jam hoc capite disserere de Animâ propter seipsam, paulò generaliùs: lubet ex Epilogo Syllogum facere omnium, quæ ad præsentem materiam spectant; quæque sparsim, quæ obiter, quæ latenter dicta; hic sub unum aspectum referre, totamque rei naturam, continuo orationis filo explicare.

Esse aliquam totius universi Animam, præfectam motibus astrorum, generationi elementorum, conservationi animantum & stirpium, denique sympathiæ superiorum inferiorumque mutuæ, Timæus Locrensis ex Pythagoricis placitis apud Platonem defendit; Proclus verò, cùm aliàs, tum præsertim verbis in cap. I. hujus libri IV. transcriptis, stabilivit. Hanc diversam à Mente fecerunt; & quòd Mens simplex esset, Anima ista multiplex facultatibus; & quòd Ideæ omnium sensilium in Mente inessent primò per se, puræ & identicæ: in Anima secundariò, propter Mentem, & ab eâ acceptæ, magis ad materiam inclinantes: unde & nominum distinctione usi, Intellectuales quidem vel Mentales, PARADIGMATA, appellarunt, Animales verò, Paradigmatum illorum ICONES. Summa eo redit, ut Christianus aliquis facilimè pro Mente Platonica Deum creatorem, pro Anima, Naturam rerum intelligere possit. Fol. 115. 117.

CAP. VII. Quibus illi potissimùm ventis contemplationis agitati ad hæc dogmata appulerint, alijs reliquo excutiendum: ego de meipso dicam. Et primùm quidem de Anima totius universi etsi non repugno; nihil tamen hoc libro IV. dicam: Videtur enim (si est talis aliqua) in centro Mundi, quod mihi Sol est, residere, indeque in omnem ejus amplitudinem commercio radiorum lucis, qui sint loco Spirituum in corpore animali, propagari.

Vide Epilogum lib. V.

De Natura verò, quæ præest elementis, quamque usitato epitheto sublunarem appello, jam à viginti annis ego non dissimilia statuere cepi; motus verò sum ad hoc, non lectione vel admiratione Platonicorum; sed solâ & unicâ tempestatum observatione, Aspectuumque, quibus illæ cientur, contemplatione.

Vide supra fol. 123. 125. 130. 131. 132. 140. 143.

Vidi enim, magnâ constantiâ turbari statum aeris, quoties planetæ vel conjungerentur, vel aspectibus, vulgò Astrologorum celebratis, configurarentur; vidi tranquillitatem plerunque esse in aere, si nulli, vel si pauci inciderent Aspectus; vel si celeriter conficerentur transigerenturque. Hoc verò negocium ego non ita leviter considerandum esse censui, uti vulgus Prognostarum solet; qui sic describunt siderum apotelesmata, ac si illa Dij quidam essent, cœli terræque potentes, omniaque ex arbitrio agentes: securissimi quo medio illa unumquodque perficiant apud nos in terris, cùm ipsa in cœlo maneant, nec quicquam, quod sensibus pateat, ad nos, præter radios lucidos, demittant. Hæc præcipua scaturigo est fœdissimarum superstitionum Astrologicarum. At non valdè Prognostas miror, genus hominum plerumque populare, puerile & somniatorium: magis increpandi videntur Philosophiæ professores celebres; qui cum recipiant hocab Aristotele suo, vitam animantum, plantarumque foveri virtute Solis; non perpendunt, percipi ergò ab illis creaturis, virtutem Solis. Iners omnino & somnolenta philosophia, quæ patitur Solem in hæc inferiora agere, ut statuarius agit in materiam exanimem: cùm sculpra Soli & cæla & dolabræ desint, & omnia instrumenta corporea. Quantò vigilantior philosophis hisce, poëta Virgilius, quantò & sapientior? qui ne pluviis quidem, quæ sunt tamen & ipsæ, pars materiæ, transcribit omnia; sed Terræ sinus comparat *gremio Conjugis* & quidem *lætæ*, hoc est, percipientis, quid sibi fiat, cum voluptate, motuque idoneo maritum adjuvantis: quæ omnia virtutes sunt indicia, Animamque supponunt in corpore patienti. Nec enim facilè fuerit Soli, militibus idoneis destituto, invadere arcem hanc viscerum terræ; nisi concurrat anima qualiscunque, sedens intus, cum hoste colludens, eique portas aperiens. Videas laborare hujus considerationis neglectu, ceu veterno quodam, plerosque, qui vel minimum Astrologiæ tribuunt: adeò quidem, ut cùm exorirer ego, qui modum demonstrabam, quo sequeretur ex Aspectu mutatio tempestatum; existeret vir celebris, qui ut me refutaret, magnâ asseveratione contendebat, pluviarum materiam (quod suprà fol. 134. in vulgo etiam ridebamus) cœlestem esse: neque tamen, ne sic quidem, docebat, quo pacto fiat, ut cum semper in Terra coëant planetarum radij, pluviæ tunc potius decidant, si radij binorum Planeta-

Et Philosophorum.

Principatus influxû cœli est penes Animam sublunarē.

Pluviarum materia ex Terra.

netarum faciant angulum 60. graduum, quàm si 59. aut 61. CAP. VII.

Ego vero ante omnia Jo: Pici Mirandulæ, Comitis libros XIV. contra Astrologiam mihi legendos censui, rationesque, quas is cuiquè capiti opponeret, excutiendas: qua re factum, ut non tantùm confirmarer in damnatione plurimarum superstitionum; sed etiam in quibusdam nova mihi lux oriretur; dum vim objectionum, ingenij contentione discutiens, rem ipsam penitiùs trospiciebam. Denique fecit liber ille refutando nonnulla, ut ijs ego fidem adhiberem; quibus anteà ut fidem derogarem, astrologi defendendo effecerant. Sic fuit cum Aspectib⁹. Cùm enim ex unâ parte respicerem ad constantissimam experientiam; non quidem nivibus, aut ventis, aut tonitrubus, alijsque, quæ prædicere solent astrologi, sic in specie inhians; sed* generaliter animadvertens, statum aëris quocunque modo commoveri, si essent aspectus, verbi causa, si essent conjuncti Mars & Jupiter; quiescere, si non essent: ex altera verò parte Mirandulanum audirem, quærentem; quare potiùs credat, Jovem & Martem, cùm videntur simul esse, majora facere, quàm cum sunt separati? quippe conjunctione non augeri lumina, quantum enim possederant separati, tantum afferre in congressum: quod si diversarum qualitatum planetæ coirent, videri alterum ab altero potiùs impediri: hîc inquam ego responsionem quærens, ut Aspectus tuerer, ad quos Meteora sequi videbam: primùm illos, ut causam, deinde hæc, ut effectum, diligentiùs considerare cœpi. Aspectus enim forma, quæ ex configuratione vel angulatione promiscuâ Aspectum facit, quantitas qualitativa erat, imò Relatio talium quantitatum erat, ens sc. rationis. Vt igitur commoveret aërem: oportebat, ut Rationem aliquam priùs moveret, quæ vel aërem, vel id quo is turbatur, in potestate habet. Simul ob oculos versabatur comparatio Aspectuum cum Concordantijs Musicis, à Ptolemæo tradita, à Cardano explicata, à Mirandulano verò nimis temerè explosa, quâ analogiâ plurimùm sum adjutus in causarum indagatione. Nam pleraque, quæ Mirandulanus aspectibus opponebat, opponi posse videbam & contemperationi duarum vocum. Nihil sanè efficit ne sonorum quidem duorum tripla proportio vel sesquialtera, causâ acuminis; & tamen grati sunt soni, si sunt in tripla vel sesquialtera; contrà abhorrent, si sunt in septupla vel sesquisextâ. Cùm igitur Rationalem oporteat esse rem, quæ triplam à septuplâ dijudicat, Animam sc. auditui præfectam; oportebit & in Radiationum negocio, Rationalem esse creaturam, quæ discernit inter 60. graduum, interque 59. vel 61. subtensas; sive illa discursu ad hoc utatur, ut homo intelligens Geometriam: seu à solo instinctu concreato id habeat, ut formæ plantarum, quæ numerum certum foliorum inde à rerum ortu sibi creditum custodiunt, semperque architectantur. Nulla hic vis est mixtionis, velut ad mensuras medicas exactæ, nulla corporis instrumentorum; nec delectant soni, animantve radij, quia sic sunt contemperati, ut cùm calidæ frigida miscetur, quoad resultet qualitas, corpori loturo respondens: Nam in talibus mixturis optima temperatura esse solet unica, cæteræ illi omnes secundùm magis & minus appropinquant. At inter configurationes, inter-

*Cave ambiguitatem Ad Effectus Meteoros generaliter concurrunt Aspectus inter causas: at aliq̃ longam partem anni, ejusq; qualitatem continuam & generalem Aspect⁹ quotidiani non causantur, sed aguntin dies tantũ singulos, in quos incidunt. Vide infra.

Consideratio causæ Tempestatum.

CAP. VII.

Non sunt naturales.

interque sonorum intervalla, plures sunt metæ, & in solis his metis est ratio hinc Consonantiarum, inde Aspectuum; ab ijs metis si vel parùm digrediaris, jam statim perijt ratio in solidum. Ut primùm enim Sol, verbi causâ, Saturni quadratum superavit; jam omnis Naturæ extimulatio deferbuit, cessátque per triginta dies totos (quoad Saturni quidem & Solis radios) eòusque dum Sol ad Trinum Saturni venerit; tunc iterum incitantur tempestates unico die, cessántque iterum, illo transmisso. Tales non sunt alterationes corporum: ut quæ tempus omne ab initio ad finem occupant, nunquam intermittentes, sed cum augmento causæ, cumque tempore crescentes, iterumque diminutâ illâ, remittentes. Uno verbo, sicut se habet linea ad Numerum, sic vulgò notæ corporeæ commotiones, se habent ad hos configurationum ictimulos.

Sed Animales.

Quæ si quis diligenter perpendit, nullâ is difficultate secum concludere poterit, ut Numerum, sic has quoque commotiones momentaneas, ab Aspectu, Rationis Ente, profectas, non corporis esse sed Animalium facultatum: Animam itaque esse oportere, quæ ab Aspectu admonita & velut excitata, cieat meteora & tempestates.

Anima in terra.

Quæ verò aut cujusmodi hæc esset Anima, potissimùm ab ejus sede in mundo colligere potui. Cùm enim aspectus, ad quos moventur tempestates, sint anguli duorum radiorum, non ij qui in uno vel altero se mutuò aspicientium Planetarum; non qui in Sole, quantitatis

Vide fol. 134. 143.

longissimè diversæ; sed qui hìc in Terra formantur: neque planetæ ipsi

Fol. 133.

habeant notitiam angulorum, quos illorum radij hìc in terrâ formant, nisi illos Astronomos faciamus: sequitur igitur, ut Anima, quæ ad præscriptum Aspectuum cieat aërem, hìc in Terris sit. Cùmque vis illa,

Fol. 131.

comitans Aspectus, per totum orbem Terrarum sentiatur; anima illa æquè latè fusa erit; Et cùm materia pluviarum, ventorum, nebularum,

Materia tempestatum ex Terra surgit.

tonitruum, chasmatum, quæ tempore Aspectuum eliciuntur, sit vapor humidus, vel spiritus; alius siccus & igneus, ex terrâ ebulliens & exhalans (Nam cur hìc solum Aristotelem audiat Philosophus; spreto Rodolpho Agricola, imò agricolis omnibus, suisque adeò prorijs sensibus? cùm quotidie videat, ingruentibus pluvijs, montium cacumina nebu-

Fol. 133.

larum vim magnam evomere): erit igitur anima ista, non in superficie tantummodò telluris, sed intus etiam in cavernis subterraneis, in meatibus montium; denique Terræ globus tale corpus erit, quale est ali-

Terra animal.

cujus animalis: quodque animali est sua Anima, hoc erit Telluri hæc, quam quærimus, Natura sublunaris, quæ ad præsentiam aspectuum movet tempestates.

Hìc valdè me confirmavit id ipsum, quod alium aliquem absterrere potuit; scilicet, quòd non semper ad amussim respondent commotiones Tempestatum Aspectibus; sed terra subinde segnis videtur

fol. 155. Aspectus spe iritii.

& contumax: alio tempore (scilicet post graves & diuturnas configurationes) exacerbata, indulget evaporationibus, etiam sine aspectuum continuatione. Non est quippe Terra, animal tale, quale Canis, ad omnem nutum promptum; sed tale, quale Bos aut Elephas, tardum ad iram, tantòque violentius, cùm excanduit.

Quæ analogia cùm succederet; effecit, ut eandem ulteriùs prosequerer;

querer, comparans etiam corpora Animantum cum corpore Terræ: videbam pleraque omnia, quæ ex corpore animantis provenientia, testantur animam in illo in esse, provenire etiam ex Telluris corpore. Ut enim corpus in cutis superficie pilos, sic terra plantas arboresque profert; inque ijs ibi pediculi, hic erucæ, cicadæ, variaque insecta & monstra marina nascuntur: & ut corpus lachrymas, blennam, auriumque recrementa, est ubi & gummi ex faciei pustulis, sic Tellus electrum, bitumen: utque vesica urinam: sic montes flumina fundunt: & ut corpus excrementum sulphurei odoris, crepitusque, qui etiam inflammari possunt, sic Terra Sulphur, ignes subterraneos, tonitrua, fulgura: utque in venis animantis generatur sanguis, & cum eo sudor, extracorpus ejectus: sic invenis terræ, Metalla & fossilia, vaporque pluvius. CAP. VII. Animæ Terrenæ opera.

Oportet igitur, ut sicut Animantia reliqua cibum potumque hauriunt, sic etiam Tellus, canalibus certis, aliquid materiæ trahat: ex quâ illa tam multiplicia excoquat, quia ex nihilo nihil fit; trahit autem sorbetque aquam marinam; quæ causa est cur æternis tot fluminum infusionibus mare nunquam redundet. Hic quàm absurdi sint, qui metalla solius Solis operationi tribuunt, citra Telluris operam, ex antedictis colligere potes. Terræ pabulum.

Respondi etiam in libro de stella nova ad vulgarem illam objectionem, quòd Terra, si animam haberet, etiam crescere debere videatur; membraque motui apta habere: Nam prout corpus est, pro eo & anima respondet, facultatesque ejus; cùm hæc anima sit ob Terræ corpus; non verò hoc corpus, sic fit ob Animam, sicut corpus hominis est ob Mentem, principem Animæ facultatem: si igitur incrementis Terra opus habuisset, si pastu alio, quàm dixi, velut ex venatu; fuissent & ista munia huic Animæ commissa, & idonea instrumenta data: quæ Socratis morituri philosophia fuit in Phædone, omnia Menti gubernatrici, omnia deliberationi de eo quod optimum, tribuens. Itaque si quis argumentetur: quatuor solas esse facultates Animæ; quarum nulla huic Animæ Terrenæ competat, non esse ergò aliquam in Terra animam; hunc ego jubebo hanc quintam ad numerum addere, eodem exemplo, ijsdemque argumentandi legibus, quibus illæ numero quatuor, in homine scilicet, inventæ sunt. Quæ species Animæ Telluris.

Ut autem Terræ tantò confidentiùs Animam tribuerem, moverunt me etiam alia, quæ passim per libros meos cæteros inculcata, in Epitome Astronomiæ Copernicanæ fol. 125. fasciculo collegi: præcipuè hoc, quòd formatrix facultas est in visceribus Terræ, quæ fœminæ prægnantis more, occursantes foris res humanas, veluti eas videret, in fissilibus lapidibus exprimit, ut Militum, Monachorum, Pontificum, Regum, & quicquid in ore hominum est, novos insolentesq; habitus. Hoc quidem rariùs; illud perpetuò, quòd in gemmis & fossilibus exprimit quinque corpora regularia Geometrica: Nam de opifice testatur opus. Quibus addat, qui Copernicum sequitur, volutionem globi Telluris diurnam, perpetuam & æquabilissimam: quam inter hujus Animæ munia rectissimè accensebit. Animæ Telluris imaginatio. Geometria ingemmis. Motus corporis sui.

Cap. VII.

In Terrâ sensus Tactus.

Quid quòd & sensus quidam vel tactus vel auditus Tellurjs globo ineſſe videtur, argumento hoc, quòd conſtanti plurimarum provinciarum traditione confirmatur, ſi quis in altiſſimorum montium cacumina eniſus, lapillum in hiatus quos habent illi profundiſſimos conjiciat, unde ſolet exitari ſonitus; aut ſi in lacum montanum (qui procul dubio & ipſi fundo carent); è veſtigio tempeſtates excitari. Sic enim & animalia, ſi quis in teneros aurium nariumve meatus titillans, aliquid inſerat; horrore correpta, caput quaſſant, aut in curſus ſe præcipitant.

Terræ morbi.

Sunt & ſui certis Telluris tractibus languores, & internæ viſcerum viciſſitudines: interdum enim humore nimio abundant; interdum cruditate aut concoctionis imperfectione laborant, quando loco pluviarum tempeſtivarum, meri venti proveniunt; interdum veluti cauſo correpta, nihil humoris, ſed pro eo ſulphureos halitus, aut madores peſtilentes exſudant. Itaque non injuriâ in libro de Nova ſtella, fol. 173, omnes concoctionis facultates, Attractricem, Retentricem, Expultricem, in illâ quærendas admonui, quippe harum affectiones ſunt, Morbi illi.

Terræ reſpiratio.

Quid verò ſimilius eſt reſpirationis Animalium terreſtrium, & imprimis, reciprocationis illius Piſcium, dum ſorbent aquas ore, exprimuntque viciſſim per branchias; quàm ille mirabilis fluxus & refluxus Oceani ſemidiurnus: qui etſi ad Lunæ motus ſe accommodat, ſic ut probabile mihi ſit viſum, in Præfatione commentariorum Martis, undas à Luna trahi, ut ferrum à Magnete, virtute corporeâ unitionis corporum; quod & nuper in prolegomenis Ephemeridum, quo loco Davidis Fabricij opinionem examino, repetij: tamen ſi quis diſputet, Tellurem ad Solis & Lunæ motum accommodare ſuam veluti reſpirationem, ſicut Animalia Somni vigiliarumque viciſſitudines cum diei noctiſque, habent eaſdem: hunc ego non iniquis auribus audiendum in philoſophiâ cenſuerim; præſertim ſi accederet aliquod indicium flexibilium, in profundo, Terræ partium, quæ vicem ſuſtineant pulmonum aut branchiarum. Nam ſi talis aliqua natura ſit illarum, qualis eſt aëris noſtri, condenſabilis & extenſilis: jam non opus erit ad hanc reſpirationem, motu ſuperficiei Terræ, analogo ſcilicet motui muſculorum diaphragmatis, in corpore humano reſpirante.

Vnde fluxus & refluxus Oceani.

Quæ verò poſſit aptior eſſe ratio receptionis aquarum marinarum, introrſum in culinam veluti Metallorum, niſi hæc ipſa, per Euripos iſtos ſemidiurnos perpetuos? Quid aliud ſuſpicari facit caſus ille mirabilis; quando paucis annis antè quàm frequentia mercatorum Antuerpiam deſereret, Fluxus & Refluxus Oceanum, die quodam deſeruit (exterruitque civitatem non mediocriter); Luna curſum ſuum non deſeruit? Nimirum Terra ipſa compos hujus reciprocationis, licet illa motu naturali participet, continuit unam illius diei reſpirationem; ſicut Animantes interdum continent Animam, quamvis motus Diaphragmatis ipſe etiam naturali mixtus ſit.

Quanquàm rectiùs fortè reſpirationem aliquam, Terræ neceſſariâ, ex Animæ præſentiâ, quàm Animam ex reſpiratione, probaverimus.

Nam

CAP. VII. Anima Telluris est ut flamma.

Nam ut jam velut re certâ, quòd sit in Tellure anima, ad contemplationem ejus essentiæ veniamus: equidem illa non tantùm aliqua lux est, qualis est ignium, & cincindularum, à se ipsâ pendens, non ab illuminatione ex sole; argumento hoc, quòd lucidos planetarum radios quodammodò persentiscat; sed planè flamma quædam esse videtur, (respiratione scilicet, seu sorbitione fovenda) argumento caloris subterranei perpetui & sensibilis; cujusmodi sine animâ, nullus actu in materiâ nudâ perennat; at ne potentiâ quidem inest in rebus ab Animalium stirpiumque substantiâ exeuntibus, nisi ab Anima Formisque, quæ igneum quid sunt, progenitus. Vide Optica mea, fol. 25. 26. 27.

Vnde calor subterraneus.

Hanc Animæ Telluris veluti materiam assignabimus; in quam jam sit impressa loco formæ, imago vultus divini, cum Ideis tam Circuli, rationumq; ejus omnium, quàm corporis sui sensilis, cui regendo præfecta est, Mundique adeò tozius, in quo corpus ejus futurum erat. Habet enim Deus non exemplaria tantum geometrica secum, sed etiam conceptus creandarum omnium rerum sensilium; quæ omnia simul transeunt in Animas, Dei exemplaria, pro cujusque vel captu vel usu. Relucet igitur in Anima Telluris, imago quædam circuli Zodiaci sensibilis, totiusque adeò firmamenti, vinculum sympathiæ rerum cœlestium & Terrestrium; relucent multò maximè in illa Archetypi omnium ipsius muniorum, omniumque motuum, quibus corpus suum quocunq; sensu moveat: quam alij δύναμιν, ego ἐνέργειαν lubentiùs nominaverim. Est enim animarum essentia hæc, est veluti φύσις quædam hujus flammæ ista, quòd semper ita sunt comparatæ secum Animæ ipsæ intus, ac si agerent id, cui peragendo factæ sunt, sive actu potiantur instrumentis corporis, sive impediantur. Deus quippe est substantialis Energia, & ipsâ hac energiâ subsistit (ut de divinis humano more balbutiam): & imaginis igitur divinæ essentia ἐν τῷ ἐνεργεῖν consistit, ut flammæ ἐν τῷ φύειν: ut nisi Deus æternùm illam sustentaret, irradiando ejus veluti materiam, subitò desitura extinguendaque fuerit. Quanquàm ad individuationis suæ principium non tantùm corpus, cui regendo præficitur, sed etiam hæc ipsa materialis (quam prius descripsi) particula sui requiratur, distinguens illam à cæteris Animabus.

fol 115. 119. 121. Anima Terræ est quidâ Zodiacus.

F. 129. 142. Causa sympathiæ cœli & Terræ. f. 122. 123. Anima est energia.

f. 123.

Principium individuationis Animæ.

Quatenus igitur hæc Anima, Circuli Zodiaci, seu potiùs ejus centri, gestat ideam; persentiscit etiam, q planeta quovis tempore sub quo Zodiaci gradu versetur, angulosque radiationum, coëuntium in Terrâ meritur; quatenus verò ex Divinæ essentiæ irradiatione, rationes circuli Geometricas, & (per circuli comparationem cum certis suis partibus) Harmonias Archetypales suscepit, non purè quidem geometricas, sed radiationum lucidarum veluti saccaro quodam inductas, imò penitus imbutas: mensuras etiam angulorum jam agnitas, has Congruas seu Harmonicas, illas incongruas judicat: quatenus denique eadem anima complexa est ideas suorum operum, (quorum uniuscujus-

fol. 139. fol. 134. 135. 142. Aspectus cognoscit Animæ Terræ proprietate essentiæ. f. 120. 124. fol. 123.

CAP. VII. cujusque causâ illa est veluti circulus quidam operativus); in illa etiam sua opera semper fertur; insigniùs tamen tune, si tres hi circuli con-
Fol. 141.143 currerint & conspiraverint in unum, hoc est, si anima per Aspectus sui
Animæ Terræ munia perpetua. ipsius admonita, operi suo cum aliquo excessu insisterit. Nunquam quidem illa cessat à coquendo, nec unquam hæc coctura est sine fumo & vapore: quin ex fumo fossilia fiunt, (ut ex fumis fornacum metalli-
Fol. 130. 131. 132. carum consistit Arsenicum); ex vapore verò tepido, intus in lapidosis Terræ crustis refrigerato, inque guttas coacto, flumina ad suas destillant origines; ex eodem forâs supra Terræ superficiem expirante, aër spirabilis, qui p noctem in rores coiens deciderat, quotidiè renovatur. Hoc verò Animæ Terræ opus, etsi perpetuum est: opus tamen fuit excessibus aliquibus in evaporando; non continuis toto aliquo tempore:
Cur exoedentia per Aspectus. sed ad certos dies redactis; ut ex copia vaporum forâs emissâ pluviæ tempestivæ, Solibus tamen intercurrentibus, suppeditarentur, superficiei Terræ refocillandæ humectandæque causâ; unde fruges & pabula Animantibus succrescere possent.

Objicere quis mihi posset Africæ & Peruanæ penitissima, lineæ æquinoctiali subjecta, quibus locis continuæ pluviæ per totam æsta-
Solem etiã citra Aspectus ciere vapores. tem decidunt; ubi igitur hic distinctio Aspectuum à configurationibus inefficacibus? ubi vicissitudines Solium & imbrium? & an non cursus Solis, planetæ solitarij, sine respectu configurationis cum alijs, solus facit omnia? eaque non ut Ens rationis, sed ut causa naturalis, quatenus sc. intendit ijs partibus calorem & æstum, ut ad partes sic tostas, ex terræ visceribus, expiret attenuatus humor? Respondeo, actionem hanc naturalem Soli non esse negandam; at ea non est solius Zonæ torridæ propria, sed etiam penes nos spectari potest. Nam Sole in nostro Hemisphærio per æstatem obversante, plerunque copiosiores imbres decidunt, quàm per hyemem, absente sole, solet esse ulla nix. Quod autem nobis augentur flumina liquescentibus nivibus, quæ imbribus
Ve augeantur flumina decidentibus, non adeò videntur augeri, certè non adeò diuturnis incrementis, id partim inde fit, quia nivium minutatim decidentium singulæ tunicæ cumulantur, & in promptuario per multos menses vi frigoris asservantur; cùm imbres æstivos, etiam largissimos, terra Solibus arens, potissimâ parte hauriat statim: partim verò inde fit, quia nix in Alpibus, nisi æstivis imbrib⁹ copiosissimis decidentibus, dissolvi non potest: ut sic continua illa fluminum incrementa non sint solarum nivium, sed etiam junctorum imbrium. Quare si omnia expendas, major humoris copia plerumq; per æstatem exsudat etiam penes nos, quàm per hyemem. Hoc igitur impetrat objectio, ut sit concursus causarum cœlestium, quarum sit alia naturalis, calor Solis; alia rationalis, Aspectus; sic etiam concursus causarum sublunarium, ut non tantum una Zona plus habeat humoris quàm alia, sed etiam in eodem climate una regio plus quàm alia, suis de causis. Interim etiam in Torrida plus pluere potest sub tempus Aspectuum, quàm diebus ab aspectibus vacuis.

Hanc verò quam secundo loco dixi, characterisationem Animæ terrenæ, factam à Zodiacó sensili totâque adeò sphærâ, fixarum, illud etiam

Cap. VII.

etiam confirmat: quod magno temporum omnium consensu constat, si novi quid in cœlo existat, seu secundùm ordinarium cœli cursum, ut sunt rariores congressus plurium siderum, ut Eclipses Luminarium insigniores, sive præter naturam communem, ut Cometæ aut stellæ fixæ novæ: simul etiam Naturam sublunarem turbari non usitatis affectibus; ut sunt ingens & continua vis pluviarum, præter modulum aspectuum, aut contraria siccitas & squalores, Terræque motus comites; denique madores aëris insueti, qui catarrhos pestilentes aliasque lues epidemicas ijs potissimùm locis inferunt, unde expirant majori vi, aut quorsùm crebrioribus ventis deferuntur.

Vnde Cometis & Eclipsibus sui effectus.

Ad eòque etiam aliquid simile Memoriæ Animalium huic Animæ inesse, monui in libro de stellâ nova, Cap. X. fol. 44. Nam hæc est Natura rerum omnium, quæ luci sunt cognatæ, ut excitæ à luce Solis, aut saltem diei, affectionem aliquam concipiant, ad certum tempus durabilem. Sic in oculis Spiritus visorij, lucis soboles, imbuti ab improvido conspectu Solis, quocunque aversis oculis, gerunt circumferuntque hanc imaginem, etiam inviti. Sic inter Chymistarum arcana est mirabile hoc & imprimis commemorabile experimentum, quod gemmas, ut nuper admodum resciví à quodam αὐλοπῆι, apparant, quæ cùm lateant in tenebris, ut alia lumine calsa; si quis tamen illas luci solius diei exponat, incenduntur eâ ut candelæ, splendoremque secum in tenebras etiam deferunt, lucentes ut oculi felium; qui brevi tempore iterum extinguitur. Tale quid accidit huic animæ, quam luci & igni cognatam dixi, ut illâ in plaga (punctum enim est illa, plagis distinctum, seu circulus Zodiacus potentialis) in qua congressi fuerunt superiores planetæ, aut Eclipsis apparuit, concipiat characterem conjunctionis, durabilem in aliquod tempus; itaque quoties planetarum aliquis, præcipuè Sol vel Luna, locum transit, ipsa vim suam talem exserat, qualem ad ipsam conjunctionis extimulationem exsereret. Totum hoc negocium, inquam, simile est memoriæ animalium. Nam hominis semel visi speciem animo circumgesto, nec tamen eum præsentem semper habeo cogitationi us: at ubi rursùm apparuerit ille aut similis aliquis, hic jàm de novo elicitur & in actu cogitandi constituitur, species illa pristina, per reminiscentiam. Etsi nobilior in hoc est hominis memoria, quòd rei memoratæ non tantum ab occursu forinseco admoneor, sed etiam meipsum quoties volo admoneo: quia nimirum discurrendi facultas adest homini, quæ deest huic Animæ. Verùm hæc in contemplatione Animæ humanæ erunt evidentiora.

Fol. 110. 111.

Lapis à dio incensilis.

Vnde locis congressuum efficacia sua.

Memoria Animæ Terræ.

Nunc una difficultas, suprà etiam tacta, sed leviter, est dissolvenda, de modo & medijs receptionis. Nam quòd nos homines sensilium species introrsùm in Animam recipimus, res videtur expedita & plana; sunt enim in propatulo foramina pupillarum, per quas ingrediuntur; est oculus, speciei formator; est crystalinus humor, Penicilli radiosi temperator; est Retiformis optici nervi tunica, picturæ rerum exteriorum exceptrix. Nihil tale apparet in corpore telluris, nullus hicoculus, quo Anima terræ videat radiationes Planetarum eorumq; angulos: quomodo igitur lucem sensiet sine vilione, quomodo perci-

Quomodo anima Terræ percipiat aspectum.

CAP. VII. Vet. videndi modus.

piet aut excipiet angulos sine instrumẽto? Difficultas est aliqua, fateor: at si penitiùs rem intuearis, communis illa est & hic & illic. Adi meæ Optices Astr. partis pag: 169; videbis antiquam querelam, etiam de visu humano. Nam etsi loco illo modum videndi à me tandem post tot frustraneos aliorum conatus solidissimè demonstratum fatentur diligentiores Optici & Medici Anatomici (quanquam Fr. Aquilonius, cujus magnum opus Opticorum ante 4. annos prodijt, librum meum non vidit, eóq; in antiquo errore circa modum visionis, novam, sanè quàm pulchram irritò struxit pergulam): tamen ille videndi modus non ultra retiformem tunicam sese porrigit, quâ perspicui sunt humores oculi: superest adhuc quæstio, nec dum à Physicis, ad quos provocavi, discussa, quomodò pictura rei videndæ, à me formata in retiformi tunicâ, inde porrò per opaca corporis introrsum recipiatur ad Animæ penetralia? anne forâs anima progrediatur in ejus occursum? & quæ his adhærent. Atq; ego, ut ingenuè fatear, plus in visione hæreo, quam in hac perceptione anguli radiorum: de qua video mihi balbutire aliquid non ineptè posse, cùm in illâ omninò sim mutus.

Fr. Aquilonius.

Possem quidem salvâ rerum summâ subterfugere speculationis laborem, & quærenti, quibus oculis anima Terræ videat radios siderum? respondere: Ijsdem, quibus vidit militem cum lacinios caligis, cujus imaginem plantavit in lapide fissili. Verùm inertia mors est philosophiæ: vivamus nos & exerceamur.

Primùm anima puncti rationem sortita est actu (saltem ratione alligationis ad corpus suum), circuli figuram potestate; quæ cùm sit Energia, didit sese ab illâ sede puncti, in circulum: sive enim sentire debeat res externas, illæ sphæricum in modum sese circumstanti: sive corpus regere, corpus quoq; circumjectum habet, ipsa latet intus, radicata in puncto ejº certo, unde exit pº speciem sui in corpus reliquum. At qui exeat, nisi per lineas rectas? hoc enim verè est exire; qui alium exeundi morem habeat, ipsa & lux existens & flamma, quàm à fontibus suis exeunt alia lumina, lineis sc. rectis? Egreditur igitur versus exteriora corporis, ijsdem legibus, quibus circumstantia firmamenti lumina versus illam in puncto residentem ingrediuntur. Cùm autem tota dimidij globi terreni superficies, omniaq; adeò puncta superficiei aëris, quo amictus est ille, ab uno & eodem Planeta irradiẽtur radijs infinitis; ex ijs omnibus unus solº tendit versus punctum illud, quod est sedes animæ; Et vicissim, cùm Anima in omnia supficiei corporis sui puncta, lineis infinitis exeat, (instar radiorum Solis, quia & ipsa lux quædam est, & spiritus vulgò celebrati videntur nihil aliud esse, quàm hi radij rectilinei, & hæ animæ species): una tamen sola linea ex omnibus est, quæ ex centro in illud superficiei punctũ tendat, quod feritur à Planetæ illo unico radio, qui versus sedem Animæ tendit. Ponamus igr, in hoc consistere perceptionẽ uniº planetæ radiorum, quando hujus incursus & illius occursus in unam lineam rectam geometricam congruũt: exemplo visionis similimo, quæ in solo & unico perpendiculari, medio totius oculi radio, est perfecta & accurata. Ponamus & hoc, quod in Dioptricis prop. XLV, ut singulare arcanum sensionum omnium, inculcavi, Nullam fieri sensionem rei

fol. 135. 139. 140. 143.

Quomodo corpus suũ moderetur Anima Terræ.

externæ

externæ, nisi quatenꝰ eâ re sensorium instrumentum afficiatur. Anima enim per illos excursus specierum sui, fidam habet notitiam omnium membrorum corporis sui, eorumq;, quæ in illorum unoquoq; nova fiunt quovis tempore. Quibus positis, sequitur, ut si fiat à Planeta talis impressio in aliquod punctum aëris, quæ non tendat versus sedem animæ, sed præter illam, ad latus anima illius quidem puncti sic affecti speciem, per suæ speciei recursum excipiat; sed ut rem nihili, vilipendat: sin autem in aliquod superficiei aëris punctum fiat impressio talis, quæ tendat versus Animæ sedem; etiam hoc punctum sic affectum, Animæ nuncietur, & hæc sensio, ut ad Animam pertinens, æstimetur, à cæteris distinguatur; eòq; in illo solo puncto Anima stellam sibi imaginetur, in cæteris jam dictis minimè. Actuatur n. & velutiꝫ illuminatur radius Animæ, à radio stellæ, in eandem rectam congruente; sicuti actuatur color rerum visibilium à lucis adventu; & sicut actuatur visio, cùm nos colligimus, & perpendimus nos videre. Hoc cùm sic habeat non in uno tantùm, sed & in duobus planetis; duo etiam signa inveniet anima, in duabus partibus sui corporis. Sive jam rotundum sit ejꝰ corpus, sive inæquale & asperum: Anima illud in sphæræ modum sibi in uno puncto sedenti circumjectum habet, radijsq;, seu speciebus sui immateriatis, aut, ut alij, actibꝰ secundis, de se circùm emissis, expirat veluti perfectum sphæricum, quousq; corpus ejus patet; eòq; illud ad ideam circuli, & quidem Zodiaci circuli, circa suam sedem, ut centrum, descripti, examinat, & partes ejus interstinctas dimetitur. Ita neq; Terram opus est concedere pellucidam usq; ad centrum; neq; animam exire usq; ad sidera, nihilo tamẽ minùs modus patet, quo configurationum anguli sentiãtur ab Anima.

CAP. VIII

Quid sit sentire, & quomodo fiat.

Hac quidem suppositione dissolvuntur omnia argumenta, quæ Picus Mirandulanus ad evertendam doctrinam de Conjunctionibus magnis, deq; aspectibꝰ, attulit. Nam quia Anima omnia mundi corpora circa suæ sedis punctum disponit (imaginando) in formam sphærici, omnes planetas in forma circuli, idque lege rectarum, ex uno puncto eductarũ; nihil igitur interest, magna stella sit an parva, multum an parum itineris in cœlo conficiat, alta an vicina Terris sit. Hæc enim omnia sic movẽt Animam, uti percipiuntur; percipiuntur autem ijsdem legibus, quibus & à nobis videntur, sc. omnes ut æquealti, & ut motu secundo carentes, motus verò primo diurno æquè celeres, nec magno quantitatis aspectabilis discrimine. Cætera quæ ad Pici argumenta responderi possunt, require loco sæpe allegato libri mei de stella nova. Satis in præsens de Anima Terræ, quam Naturam sublunarem dicunt.

Valent in Animam Terræ, ejus que opera deceptiones Opticæ.

Quicquid hactenus de Anima Telluris est dictum, id similiter etiã ad facultates Animæ humanæ applicari potest: pleraque tamen in his sunt evidentiora, tantòq; magis multiplicia, quantò quàm illa, pluribus munijs istæ præfectæ sunt.

De Anima hominis.

De principe quidem animæ facultate, quæ Mens dicitur, præter illa, quæ suprà Cap. I. ex Proclo attuli, nihil admonet negocium Radiationum, quod dicam amplius. Est illa punctum, ut Mens; est circulus, ut Ratiocinatio; est imago, vultus divini; est Harmonia, quoad energiam unam; sunt in eâ Ideæ & species mathematicæ, per circulum: dat illa

De Mente. f. 140. 143. 139. 120. 121. 135. 124 115. 117.

huic

CAP. VII.

hisce, dat & Harmonijs, ESSE suum intellectuale. Hæc omnia requirat lector ex superioribus: hîc pluribus non est opus. Unum hoc moneo

Aliter in mente Geometra Mathematica.

de Procli argumentatione; Non videri illam niti bonis exemplis: dum inculcat, Ideò lineas superficies & puncta in animâ statuenda: quia in sensilibus nullæ puræ & separatæ superficies, lineæ vel puncta sint. Atq; nec in Animâ est linea pura, seipsâ subsistens; sed inexistit in superficie mentali, cujus est extremitas, non minùs quàm in sensilibus quantitatib⁹ corporeis, inest superficies mera in extremitate corporis, linea mera in extremitate superficiei, punctum merum in extremo lineæ: imperfectarum enim quantitatum ESSE, est INESSE IN PERFECTIS.

Aliter Species & Circulus.

Scilicet GENERA quidem Mathematica, non sunt aliter in Animâ quàm universalia cætera, conceptusque varij, abstracti à sensilibus: at SPECIERUM Mathematicarum illa, quæ Circulus dicitur, longè aliâ ratione inest Animæ, non tantùm ut Idea rerum externarum, sed etiam ut forma quædam ipsius Animæ; ideniq; ut promptuarium unicum omnis Geometricæ & Arithmeticæ scientiæ: quorum illud in doctrina Sinuum, hoc in mirabili Logarithmorum negocio est evidentissimum; ut in quibus ex circulo ortis, abacus quidam inest omnium multiplicationum & divisionum, quæ unquàm fieri possunt, veluti jam confectarũ. Sed satis de Principe Animæ facultate: Veniam⁹ nunc ad inferiores.

Sinus Logarithmi lib. L. B. Neperi

De Vitali facultate.

Facultas itaque vitalis in Homine, non Harmonias tantum radijs lucidis involutas secum habet, sed etiam Harmonias, sonorum speciebus incrustatas. Et sonos quidem auribus haurit, ut objectum proprium; Radios verò siderum, non ut oculis eos, sed ut illo ipso perceptionis paulò superiùs explicatæ obscuriori modo admittit, ad Harmoniæ connatas Ideas examinat. Nam ea quæ videntur oculis, serviunt discursui; Harmoniarum agnitio sine discursu est. Sic innatam esse pullo gallinaceo ideam milvij, scisciti. C. Scaliger; non eam quidem simplicem, sed cum notâ fugiendæ perniciei.

Scaliger de Ideis.

Hinc igitur habent hoc Animæ humanæ, quòd sub tempus aspectuum cœlestium præcipuos capiunt impet⁹, ad negocia, quæ sub manibus habent, peragenda. Quod enim est bovi stimulus, equo calcar aut celetismus, militi tympanum & classicum, auditoribus oratio incentiva, turbæ rusticorum modulatio per fistulam, utriculos & panduram; hoc est universis, præcipuè verò in unum congregatis, configuratio cœlestis idoneorum Planetarum; ut & singuli in suis meditationibus operisque incitentur; & universi ad conspirandum, sociandasque dexteras promptiores fiant. Itaq; in militiâ videas plerumq; prælia, pugnas, invasiones, assultus, expugnationes, tumultus, Panicos terrores, sub tempora Aspectuum Martis & Mercurij, Jovis & Martis, Solis & Martis, Saturni & Martis &c. existere: In Epidemicis morbis plures tempore validorum Aspectuum decumbere, graviùs torqueri; aut etiam mori, Naturâ sc. deficiente in luctâ cum morbo, ad quam luctam (non verò ad mortem) incitatur ab Aspectu. Quæ omnia non cœlum ipsum facit sine medio, sed Animæ facultas vitalis, cum cœlestibus Harmonijs opera sua consocians, principatum tenet in hoc, vulgò sic dicto, influxu cœli. Scilicet hæc vox Influxus fascinavit philosophos nonnullos, ut cum

Quid possint astra in vitalem facultatem.

Quomodo tumultus bellici à cœlo.

Quomodo lues.

cum ineptiente vulgo ipsi insanire, quàm mecum sapere mallent. Quorum sanè quàm infirma est cathena, Astra agere in aërem, hunc in rem, peramentum corporis, hoc jam in Animam. Esto hoc in quibusdam, at quid hoc ad Aspectum, ens rationis? quomodo hunc capiet elementum aëris, quomodo corpus? nisi suâ uterque animâ, quæ aspectum primò per se percipiat, modo à me dicto. CAP. VII

Flammam aliquam esse, vitalem hanc facultatem, incensam in corde (eoque mori absumpto pabulo, cùm Mens perennet), probavi in Opt: Astronomiæ parte, fol. 26. luculentâ comparatione cordis, ejusque reciprocorum motuum, Systoles & Diastoles, cum clausâ lampade, in quâ flamma sit fovenda oleo, ventilatione, effumatione. Vitalis facultas est flamma.

Hac igitur essentiæ ejus proprietate nititur imprimis admirabile illud negocium genethliacum. Cùm enim vitalis facultas, incensa in corde, flagransque quamdiu vita supereſt, sit quidam circulus Zodiacus; cùm consistat ejus essentia in energiâ, & veluti fluxu flammeo: hinc fit, ut totius Zodiaci sensilis figura influat in illam, recens à partu incensam, inque illam inoleſcat penitus, (cœlo licet post partus momentum in alia omnia eunte & transfigurato): in hac ideâ animali circuli Zodiaci, loca omnia signet, quæ Planetæ sub fixis, quæ ortus, occasus, aut medium cœli obtinuerunt. Quomodo genesis quæ quasi gubernet, quo fundamento.

Præ reliquis verò rebus Astronomicis, multò maxima necessitudo intercedit Harmonijs radiosis, cum ortu primo & formatione hujus vitalis in homine facultatis. Diximus enim, quamlibet Animæ facultatem esse circulum, ratione essentiæ, ut essentia; ut verò agit aliquid in seipsam ex instinctu, ut scilicet comparat circulum suum cum partibus ejus, esse Harmonias archetypicas. Jam verò facultas vitalis tunc incipit agere, tunc in actum perducitur, cùm per partum inflammatur intus in cordis lampade, sic ut ipsi porrò sit opus respiratione, quippe ad fovendam flammam vitæ. Quando igitur incipit esse id, quod est tunc, cum Harmonias architectatur: tunc maximè in illam influit Harmonia radiosa Planetarum sensilis. fol. 120. 124. Cur sit potius thema nativitatis, thematè conceptionis.

Hæc adeò causa est, cur qui nascuntur sub tempus multorũ Aspectuũ inter planetas, ij plerumq; & laborioſi evadant & industrij, sive ad opes cumulandas inde à pueris assuefiant, sive rerum publicarũ moderatores vel nati vel delecti fuerint, seu deniq; in studia incubuerint? Quo in genere vitæ si cui videor ego exemplo esse posse, ei genesis meæ notitiam non invidi, libro de stella nova, fol. 43. quam etiam hac vice explicare commodum fuerit. Jactantiæ crimen non moror, criminentur, licet, ij, qui totum hoc scriptionis genus stultitiæ damnant, seu oratione seu vitæ instituto, idiotæ, semidocti, titulorum, & phalerarum, ad populum dementandum, institores, Theologi etiam, ut Picus appellat, plebeji: apud veros sapientiæ amatores cujuscunque ordinis, crimen hoc facilè diluo, utilitate lectoris mei; quia nullius neque genesin, neque internam animi dispositionem æquè certò exploratam habeo. Jupiter igitur nonagesimo proximus, quatuor gradibus super- Quod possint Aspectũ in Genesi.

CAP. VII.

averat trinum Saturni, Sol & Venus juncti defluebant ab isto, applicabant ad illum, utrobiq; Sextilibus, defluebant & à quadrato Martis, ad quem Mercurius proximè applicabat; Luna ad ejusdem trinum ibat, oculo Tauri proxima, etiam in latitudine: oriebatur autem 25. Geminorum, culminabat 22. Aquarij. Triplicem configurationem ejus diei partilem, Sextilem Saturni & Solis, Sextilem Jovis & Veneris, Quadratum Mercurij & Martis prodebat auræ mutatio; nam post gelu dierum aliquot, eo ipso die tepor ortus, glaciem solvit, pluvias dedit.

Exceptio contra Astrologiam.

Neque tamen hoc uno exemplo omnes Astrologorũ aphorismos defensos & confirmatos volo; neq; cœlo transcribo rerũ humanarum gubernacula, insane quantum adhuc abest philosophica hæc observatio ab illa stultitia, seu malis insaniam dicere. Nam ut hujus exempli vestigia premam; novi fœminam ijsdem penè natam aspectibus, inquietissimo sanè ingenio, sed quo non tantum nihil proficit in literis (non mirum hoc est in fœmina); sed etiam totum turbat municipium suum, sibique author est miseriæ deplorandæ. Primùm itaque accessit aspectibꝰ Planetarũ, imaginatio diuturna matris prægnantis, cui socrus, avia mea medicinæ popularis, à patre etiam excercitæ, studiosa, erat admirationi; accessit secundò quòd vir natus sum non fœmina; quod sexꝰ discrimen frustrà quærunt Astrologi in cœlo: Tertiò corporis temperaturam à matre traho, studijs magis aptam, quàm alijs vitæ generibus: Quartò res erat parentibus non ampla, gleba sc. aberat, cui adnascerer, adhæresceremque: Quintò aderant Scholæ, aderant exempla liberalitatis Magistratuum in pueros studijs aptos.

Quæ efficiuntur a circumstantijs rerum sublunariũ, non sunt adscribenda sideribus

Animi qualitates cum planetarum qualitatibꝰ consentiũt plurimùm.

Hic interserere, rursum ex Genesi, Planetarum discrimina in qualitatibꝰ. Nam si Anima lux quædam est; discerneret etiam Martis ruborẽ à Jovis candore, Saturniq; livore: itaq; fatendum est, magnum auxilium ex Marte, non tantùm, ut priùs, ad industriam; sed etiam ad acrimoniã ingenij, quæ consistit in vi ignea: videasq; præcipuos Philosophiæ naturalis, & Medicinæ peritos, sub aspectus idoneos Martis cum Sole Mercurioque nasci: quia nimirùm majus requiritur acumen, major solertia ad eruenda Naturæ arcana, quàm ad reliqua vitæ negocia, studiaq; ijs deservientia. Largiar etiam amplius aliquid: ex Jove esse in cœli Medium elevato, quòd magis delector Geometriâ in Physicis rebus expressâ, quàm abstractâ illâ, & Saturni siccitatẽ præ se ferente; magis inquam Physicâ, quàm Geometriâ: et quòd Luna gibba in clarâ frontis Taurinæ constellatione, impleat Animæ Phantasticam facultatem imaginibus: quarum tamen multas Naturæ rerum consentaneas reipsâ expertꝰ sum, velut ex Procli * Paradigmatibus delapsas. At si jam de eventu studiorum meorum loquar, quid quæso porrò invenio in cœlo, quod ad illum vel leviter alludat? Philosophiæ partes non contemnendas à me, vel de novo erutas, vel emendatas, vel planè perfectas esse, fatentur periti: at mea hic sidera fuere, non Mercurius orientalis in angulo septimæ, in quadrato Martis: sed Copernicus, sed Tycho Braheus, sine cujus Observationum libris omnia, quæ nunc à me sunt in clarissimâ luce collocata, sepulta jacerẽt in tenebris: non Saturnus dominꝰ Mercurij, sed Cæsares Augusti, Rudolphus & Matthias, Domini mei: non Planetarum hospitium, Capricornꝰ Saturni, sed Austria superior Cæsaris domꝰ, ejusdemq;

* Stipem hic aliq; Satyricis nostris. Nam, ut apparet, egestas ipsos premit, qui jocum meum unũ hujus similem ex libro de stellâ novâ jam aliquoties intra XII. annorum curriculum ruminarunt.

Procerum petenti mihi prompta liberalitas, exempli non usitati. Hic ille Angulus est, non Thematis occiduus, sed Terrarum, in quem Imperatoris Domini mei concessu, ex aulâ nimiùm inquietâ me recepi, & in quo per hosce annos, jam ad occasum vitæ vergentes, Harmonica ista, & quæ alia sub manibus habeo, enitor. Frustra ex Themate Genethliaco causas quæret Astrologus inventarum à me anno 1596. proportionum inter orbes cœlestes; anno 1604. Modi vi-dendi; anno hoc 1618. causarum, ob quas cuilibet Planetæ contigit tanta Eccentricitas, nec minor nec major; annis intermedijs, demon-stratæ physicæ cœlestis, modorumque, quibus moventur planetæ, ve-rorumque motuum ipsorum; denique fundamentorum efficaciæ cœ-lestis in hæc inferiora, metaphysicorum: non influxerunt ista cum cha-ractere cœli in flammulam illam facultatis vitalis nuper incensæ, inque actum productæ; sed partim intus in penitissima Animæ essentiâ late-bant, secundùm Platonicam doctrinam, suprà ex Proclo allegatam; partim aliâ viâ, per oculos nimirum, introrsùm recepta sunt: sola & unica Thematis Genethliaci opera fuit ista, quòd & emunxit illos in-genij judicijque igniculos, & instigavit animum ad laborem inde-fessum, auxitque desiderium sciendi: breviter, non inspiravit animum, non ullam dictarum hîc facultatum, sed excivit. CAP. VII

Nulli even-tus indivi-dui ex astris

Fol. 117.

Effectus a-strorum ge-neralis.

Ex quo exemplo facilè cuivis patet, quàm procul absit ab eo A-strologia, ut ad capita illa, vulgò proponi solita, De Parentibus, De Se-xu, De Substantia, De Liberis, De numero Vxorum, De Religione, De Magisterio, De Amicis, De Inimicis, De Hæreditatibus, De Fami-lia, De Regionibus, De infinitis alijs, ex uno solo Themate Genethliaco respondere exactè possit.

Vana Astro-logiæ capi-ta.

De vitæ quidem longitudine, quatenus pronunciare possit Astro-logus; hoc est, quæ sit vis directionum, dicam paulo post: De Fortuna verò nati nunc seorsim aliquid dicendũ video, consentaneũ suprà dictis.

Tria sunt, quib⁹ niti videtur hominis fortuna, quoad naturalia: Ani-m⁹, Physiognomia corporis, & Geni⁹ tutelaris: quorum de primo ne-mo dubitat, alterum occultius, nec ita vulgo notum est: de tertio nihil nisi conjecturas afferre possum. De primo hactenus egimus, de Ani-mo scilicet, ex quo Mores dependent; de quibus vulgi proverbium tri-tum est, quòd Quilibet sit fortunæ suæ faber: quo dicto summa totius hujus philosophiæ partis continetur. Age enim unum genus actionum morumque, prius etiam exemplo fœminæ tactum, loco omnium ob o-culos statuamus. Sic enim sunt comparatæ res humanæ, ut crassorum & populariter sapientium hominum, non in vulgo tantum, sed etiam in Magistratibus, inque sacro ordine, semper magna copia sit; quibus discreti, critici, reformatores, molesti sunt, proque litilitigatoribus habentur. Ut igitur prosperâ quis utatur fortunâ, eâ dico, quæ est ex hominum cœtubus; huic etsi & judicio de moralibus recto, & labore in-dustriâq; in rebus proprijs, à vulgò secretis, opus omninò est: oportet ta-men animo pinguedinis aliquid esse admixtum, oportet mores ei po-pulares, modumque agendi talem esse, qui crasso populo placeat: ani-mi nimiùm subtiles & inquieti, nisi se recipiant in aliquê secessum stu-diorum (hoc ipso despecti & contempti), creare sibi solent infortunia.

Fortuna ho-minis qui-bus rebus mediantib⁹ ex astris quadamte-nus depen-deat?

Mores fabri fortunæ.

CAP. VII.

Itaque si quis ex figurâ cœli Genethliacâ conjecturas habet sufficientes, de qualitatibus Animi: conjecturam is etiam de fortunâ Hominis in genere, faciet non ineptam; sed conjecturam solam, præterea que nihil: scilicet falli etiam ille potest, propter interventum plurium causarum, tam supernaturalium, quàm naturalium

Fol. 122.

Nam ut alterum fortunæ hominis fundamentum ex superioribus

Facies fascinum

accersam, dignationem sc. vultus; imaginatio quidem Matrum plurimum hujus confert fœtui, toto gestationis tempore, ut sæpè infœlicium parentum, (adeòq; & aliorum hominum animaliumve, crebrò & cum emphasi prægnantibus obversantium) & vultus & mores & illis fundamentis innixa fortuna consimilis, transferatur in fœtum. Sed tamen, ut

Fol. 117.

supra Paradigmata mentalia Procli, multiplicabantur in animalia, vi-

Genesis in facie expressa.

talia, mobilia, complicata sc. ideis vitæ motuumque; sic etiam hîc character cœli genethliacus immergitur in speciem vultus, occultâ vi facultatis formatricis; agnoscituruque ex nati vultu, occultiore adhuc spectantium instinctu: videasque, ad eos, qui sub copulas plurium planetarum ante Solem, nascuntur, (δοξυφορίας appellant Astrologi) copu-

Vnde vis dotyphorijs Planetarũ.

lari etiam, veluti fascino quodam, cœtus hominum popularium. Cujus rei exemplum ad omnem posteritatis memoriam commendatum videre est apud Hier: Cardanum in Genesi Lutheri: quanquàm causæ motus publici plures concurrerunt. Qui sic nascuntur (quanquàm non una certa forma præscribi potest): plurimùm ij valent authoritate apud populum, plurimùm suffragijs in consilio, plurimùm gratiâ apud Principes Reip: quorum quidem & natura respondet: itaque sæpe fortuna stat à partibus immeriti, neque alijs idoneis animi virtutibus prædicti.

Fol. 122.

Refer huc reliqua, quæ supra de Physiognomia dixi, dicique amplius possent.

Geniorum custodia. Job. 33. Matth. 18. Luc. 15.

De Genio tutelari testantur divina oracula, singulis ijs singulorum hominum custodias esse attributas, datamque & admonitionem, & intercessionem ad tribunal providentiæ dei. Nullam hic possessionem habet Natura rerum sensilium: si tamen astrologi ex themate genethliaco prænunciare possunt casus planè fortuitos (naturaliter loquendo) hoc est tales, qui neque ex malis hominis moribus, ex temeritate, ex intemperantiâ iræ libidinisve acciderunt, neque à vultus dedignatione dependent, quæ duo fortunæ fundamenta hactenus explicata sunt: ut quòd tegula de tecto delapsa ferit prætereuntem, quòd reptantem in sylvis ferit globus aut sagitta improvisa; quòd navis demersa miseros vectores mediis exponit in undis; quòd flammis hic interceptus extinguitur, ille ruinâ domus vel montis opprimitur; & in contrarium, quòd insperatam hic hæreditatem adit, ille thesaurum fortuitò invenit: si inquam thema genethliacum continet horum casuũ indicia, qui pertinent ad Angeli custodis munia citra controversiam; oportet, & hunc custodiæ impedimenta ex astro genethliaco provenire,

An planè fortuita mala pendeant ab astris?

promotionesque contrarias; quod num impiam sententiam in se contineat, viderint Theologi, præsertim ij, qui magno numero scribunt geneses & prognostica. Experientiam ego habeo, qualem dicam, nescio, duorum hominum, qui cùm essent nati sub constellationibus violentissimis, moresque sequerentur non diversi, adeò ut alteri eorum ludus

esset

esset, saltu p præcipitia ferri, medioque volatu funem arripere, à quo si aberrasset, jam actum de ejus vita fuisset: perniciem tamen sibi temeritate sua non accersivisse sunt visi: nam alter eorum fulmine, alter globo plumbeo à venatore ictus est, cùm is ferris insidiatus, visu & auribus aberrasset. Nec video quî cœlum ista possit in hominẽ, citra genios, quod cætera quæ potest, omnia per hominis Animum corpusve (quibus ad ista nulla vis ineſt) posse deprehendi. Illud mihi non semel accidit, quòd cum diu multumq; me excruciassem cõmiseratione quorundam fortuitò pereuntium, qui mihi visi sunt innocentissimi; tandem ex fide dignis resciui, vitam illorum præ cæteris talem fuisse, quâ facile bonus angelus, ut apes fumo, abigatur, & homo cæcis casibus, ut sine rectore currus, permitti soleat, velut emancipatus à patriâ Dei creatoris sui potestate, suoque permissus arbitrio, imò tyrannidi Satanæ. Cujusmodi aliquid num etiam de priùs positis exemplis sit statuendum, illiq; casus Nemesi divinæ tribuendi; solus is novit, qui corda scrutatur: qui visitat iniquitatem patrum in filios, in tertiam & quartam generationem. Verum de omnibus fortuitò pereuntibus, absit ut eandem feram sententiam. Sed vitæ talem impietatem, conjectores ex astris videre non possunt: nec enim in cœli figurâ descripta sunt divina auxilia, contra pravas animorum inclinationes, in quas cœli influxus post lapsum degenerat, non corrumpens, sed corruptum incitans animum: multò minus in Saturni livore, Martis rubore, sunt inscripta, velut in Pandectis, pœnarum genera, peccatis singulis debita. Itaq; cùm connexio naturalis harum rerum cum cœlo immediata nulla sit: jam semel atque iterum per hos 20 annos dedi publicè considerandum: An sicut spirituales illi Provinciarũ populorumque præsides à spiritibus insidiatoribus impediri se cap. IX. Danielis queruntur, sic etiam singulorũ hominũ genij ab astris naturaliter quidem impediantur: quo minùs cõmodè resistere possint potestatibus aëris, παυδημεὶ nobis insidiantibus, illaque impedimenta prævideantur exthemate Nativitatis; quod fortasse etiam in Genium influxit, non minùs quam in nascentis animum: atq; ad ea consequatur aliqua generalis nati infœlicitas; ut hinc natum sit proverbium *Nulla calamitas sola*; Deus verò hunc naturæ invisibilium cursum non frequenter impediat, quia plerumq; etiam ex illo impedimento tutelæ, boni aliquid procurare novit, quod periclitanti, si is placet, bono cedat, sin displicet, justæ vindictæ modum impleat. Sanè si malum imminens non potest impedire Angelus custos, monet saltem, occultis modis, ut imparatum perire non sinat clientem. Qualia præsagia monitionesque etiam ruinam illam montis nuperam in Rhetis præcesserunt.

CAP. VII

Sæpe peccata causæ fortuitorum.

Facta hominum non ex cœlo.

An genio negocij qd cum genesi clientis?

Geniorum monitiones

Sit igitur hoc tertium fortunæ hominis fundamentum saltem conjecturale, nihil enim affirmo. Redeundum nunc nobis est ad considerationem Essentiæ facultatis Animæ Vitalis. Quæri n. potest, si character cœli in puncto demũ Nativitatis influit; an igitur fœtus in partu demũ concipiat animæ vitalẽ facultatem, & utrũ eum ante partum inanimem dicam? Omninò propriam vitalem energeticam facultatẽ tunc demum actu concipit, cùm à matre separatur: antea maternæ flammulæ vitalis radijs illustrabatur per venam & arteriam umbilicales, quæ arteria in

Quod sit vitæ hominis in utero principium & quale?

CAP. VII.

teria in cor fœtus inseritur, separato meatu ab ijs duobus, quibus posteà propriam vitæ flammam alens intus, hinc sanguinem inde aërem ex pulmonibus haurit. Qui separatus cordis meatus, cùm primo vitæ die concidat, penitusque evanescat; ut mihi Pragæ in suculâ recens editâ monstravit Georgius Horstius, Hassiæ Landgravij Medicus, naturæ totius consultissimus: hinc igitur argumenta duco, cor fœtus, dum est in utero, non minus illo motu systoles & diastoles, quàm respiratione carere, eòque vitæ propriæ flammam in eo nondum incensam esse. Et ut insistam analogiæ fidissimæ firmiùs: uti se habet fumus tecti lignei, propter incendium tosti, ad flammam, quæ illud subitò corripit: ita se habet & id, quod in fœtu præcedit, ad vitalem facultatẽ, ab ipso partu, aut paulò anteà, incensam.

Qualiter vivat fœtus antepartũ?

In hac igitur facultate Hominis vitali, sic incensâ in partu, præcipuè relucet illud instar Memoriæ, quod supra etiam in Anima Terræ ostendi: cùm tanta sit constantia characteris cœlestis, omniumq; Thematis Genethliaci partium, tanta durabilitas ejus in Anima, ut ante vitæ finem non deponatur; cùm ad omnes planetarum transitus per loca thematis præcipua, sese commoveat hæc facultas, perinde ac siloca illa non essent imagines nudæ, superstites in animâ, rerum quæ dudum transierunt, sed veræ sideræ: & sic non unus, sed duo, verbi causa, Soles in cœlo essent, inque unum coirent; eoque coitu natura facultatis vitalis, modo supradicto, commoveretur.

Vnde vis Transitui Planetarũ per loca Geneseos?

Testimonium hujus rei clarissimum, omnique exceptione majus est in cognatione geneseon, sub quibus parentes, & sub quibus eorum liberi nascuntur. Cùm enim fœtus est maturus, facultas animæ formatrix, & generationi præfecta, tunc potissimùm se accingit ad extrudendum fœtum, eâque extrusione accendendâ novam animæ vitalem facultatem; cùm sidera in sedes maternæ paternævè geneseos, aut in configurationes easdem reversa, admonent Animam sui ipsius, suique characteris cælestis. Vide lib. de stella nova fol. 43.

Quare geneses parentum & liberorum cognatæ?

Quid quòd non tantum veros transitus planetarum per loca nativi thematis, hæc facultas observat; sed etiam successiones partium cœli, quæ in Genesi planetas habebant, in loca præcipua thematum quæ constituuntur exactis à partu diebus integris; proportionem observans diei ad Annum (ut cujus utraque revolutio Terræ à Copernico tribuitur); eâque proportione opera suæ per totam vitam Hominis dispenset, ut quanto longior est Annus Die, tanto tardiùs Effectus suum in directione Signum sequatur, quàm Signũ in directione partum insequitur? Ut ita impressio hæc cœlestis non quiescens tantùm duret, sed etiam durando, sese motu extensionis, in longiora vitæ tempora propaget. Nimirum hæc facultas non tantùm circulus est, sed motus est circularis idealis, & is geminus: est denique, per motum, etiam Tempus ideale. Vide supra fol. 117. Procli verba. Cujus rei Exemplum rursum à Memoriâ, quæ paulò superior est facultas, petere possumus. Nam in tabulâ quidem pinguntur, res tantùm cum circumstantiâ loci: in memoriâ verò, conservantur res gestæ, etiam cum charactere temporis: denique in hoc negocio Directionum, character situum & motuum tempore

Nota fundamentum naturale Directionum.

pore decursorum multiplicatur in operationes, observatâ proportione sensili mundanâ, revolutionis diurnæ ad translationem sub Zodiaco annuam; sic ut operationes jam distent ratione temporis, à suis stimulis. Dixeris cum ipso corpore Nati, crescere & tempus characteris Genethliaci motuum. CAP. VII.

Quicquid igitur Astrologi, De Vitæ longitudine, prædicere ex themate præsumunt, totum illud in hoc caput contrahitur: Directionum præludijs ex Thematis genethliaci veluti pulpito vitalem facultatem informantibus, quo potissimùm anno vitæ, humorum unus vel alter redundans, ex corpore exturbari, aut sollicitari debeat: stimulus is est Naturæ, ad peragendum opus suum extraordinarium, quod vitæ prorogandæ cedat: mors in astris, in Themate, in Directione nulla; nedum variæ Mortis formæ: materia corporis est, quæ flammam vitæ vel inundans opprimit, vel deficiens deserit, quæ naturæ conatus impedit, adque perniciem detorquet: peccatum est, quod genus humanum concesso olim immortalitatis remedio privavit: quod etiamnum Angelum custodem à tutelâ vitæ, contra dæmonum, hominum, elementorumque insultus, abigit, impedit, repellit. Sed de hac re pluribus agendum esset in Astrologiâ, egiqueque non concisè nimiùm in libro de stellâ fol. 43: & in Tertio inveniente Num. 65. & seq:; & fortè erit, ut libros Joh. Pici Mirandulani cum commentario edam; si me rem studiosis Philosophiæ gratam facturum intelligam, nec medijs necessarijs fuero destitutus. An vitæ longitudo aut mortis annus ex astris prædici possit. Quid directio physicè. Mortis causæ genuinæ

Nunc quia ad finem propero, comparationem subjungam, vitalis in homine facultatis, cum Anima Telluris, causâ influxus cœlestium: videturque hæc esse, quòd Anima Terræ circulus talis sit, qui nusquam habeat initium vel finem, nec ab aliqua sui parte sit nexus; at hominis facultas vitalis circulo comparatur, à pluribus punctis veluti nexo: causa est, quia Characteré geneseos Animæ Terræ nullum habet, cùm semper eadem maneat, nunquam nascatur aut incendatur; hominis verò nativitas recens, mortique propinqua, characterem ortus sui recepit, qui Zodiacum certis initij finisque punctis interpungit. Et Telluri quidem, quamvis characterem Genethliacum ex prima die Creationis tribuas; totum tamen cœli spacium semper illi est obvium, nihil in illo rationem habet principij finisve, ortus occasusve; Homini superficies Telluris dimidium cœli occultat, ortus & occasus signa distinguit. Patet igitur comparationis ratio. Ratio & vis Horoscopi seu gradus ascendentis in Genesi. Mundi Genesis.

Adeòque vera est hæc comparatio, vitalis in actu constitutæ facultatis, cum circulo nexo ex certis punctis; ut etiam sub principium morbi (qui nova quasi vita est, nova sc. energia vitalis facultatis, seu actio ejus extraordinaria, naturalis, præter naturam tamen constitutionis usitatæ, humorem noxium è corpore exturbare nitens) locus quem luna possedit, influat in Animam, vimque concipiat veluti veræ alicujus Lunæ, in hoc suo gradu immobilis: ad cujus quadrata & opposita loca si Luna vera in cœlo pervenerit, Natura hominis extimulatur, ad agonisandum cum morbo: Hac re nititur doctrina Crisium, de qua satis accuratè egi in Tertio interveniente, Num 70. & sequentibus. Crisium fundamentum. Quid morbus.

Satis

Satis in præsentia dictum esto, de humanæ etiam Animæ facultate
CAP. VII. inferiore: deque universâ hac materiâ.

Porrò hæc ego de Anima disputavi hactenus, non equidem hoc consilio, ut philosophiæ divinæ studiosos penitus avocem à lectione Metaphysicorum authorum: utve tot Platonis & Aristotelis interpretibus, profundissimæ indaginis, Græcis, Arabibus, Latinis, Plotino, Themistio, Simplicio, Porphyrio, Alexandro, Averroi, & quos ille allegat suæ gentis non paucos, Boetioque, & recentissimo subtilissimoque I. C Scaligero, de Anima, deque Intelligentijs disputantibus oculos configerem: sed ut hæc ex mea professione, exque intimo hujus operis Harmonici penu deprompta, nec dum tacta ab ijs, quod sciam, considerationibus illorum, veluti supplementi loco, adjicerem; unde ab ijs, qui post me sese huic contemplationi Metaphysicæ dediturі, authores dictos lecturi, nostra hæc veluti experimenta, cum illorum ratiocinationibus collaturi, & utrumque ad alterius limam liberrimâ rationis censurâ exacturi sunt (quod fateor à me hac vice factum esse minimè), hæc Metaphysicæ scientiæ pars denique illustrior & locupletior, omnibusq; numeris absolutior constitui possit: quod ut ad gloriam Nominis superbenedicti, Dei Creatoris Visibilium & Invisibilium, inq; augmentum sanctimoniæ & innocentiæ vitæ contemplatorum, deniq; in salutem æternam plurimarum Animarum cedat, illum ipsum

Deum Trinunum supplex

precor.

Finis Libri IV.

JOAN:

IO. KEPLERI
HARMONICES MUNDI
LIBER V.

DE HARMONIA PERFECTISSIMA MOTUUM CŒLESTIUM,

ortuque ex ijsdem Eccentricitatum, Semidiametrorumque & Temporum periodicorum.

Ad normam doctrinæ astronomicæ hodiernæ emendatissimæ, Hypothesesq; Copernici, sed & Tychonis Brahei: quarum alterutræ hodiè, Ptolemäicis antiquatis, ut verissimæ, publicè recipiuntur.

GALENUS DE USU PARTIUM LIBRO III.

Ἱερὸν λόγον ἐγὼ, τοῦ δημιουργήσαντος ἡμᾶς ὕμνον ἀληθινὸν σὺν τίθημι, καὶ νομίζω, τοῦτ' εἶναι τὴν εὐσέβειαν, οὐχὶ εἰ ταύρων ἑκατόμβας αὐτῷ παμπόλλας καταθύσαιμι, καὶ τὰ ἄλλα μυρία μύρα θυμιάσαιμι, καὶ κασίας· ἀλλ' εἰ γνοίην μὲν αὐτὸς, ἔπειτα δὲ καὶ τοῖς ἄλλοις ἐξηγησαίμην, οἷος μέν ἐστι τὴν σοφίαν, οἷος τε τὴν δύναμιν, ὁποῖος δὲ τὴν χρηστότητα. τὸ γὰρ κοσμεῖν ἐθέλειν ἅπαντα τὸν ἐνδεχόμενον κόσμον, καὶ μηδενὶ φθονεῖν τῶν ἀγαθῶν, τῆς τελειοτάτης χρηστότητος ἐγὼ δεῖγμα τίθεμαι: καὶ ταύτῃ μὲν ὡς ἀγαθὸς ἡμῖν ὑμνείσθω, τὸ δ' ὡς ἂν μάλιστα κοσμηθείη, πᾶν ἐξευρεῖν, ἄκρας σοφίας, τὸ δὲ καὶ δρᾶσαι πάνθ' ὅσα προεῖλετο, δυνάμεως ἀπτήτου.

Id est:

Sacrum sermonem, hymnum Deo Conditori verissimum ordior, pietatem hanc esse ratus, non ut he catombas illi Taurorum plurimas immolem, odores innumeros adoleam & Casiam: sed ut primùm Ipse discam, pòst & cæteros doceam, & quantus ille sit sapientiâ, quantus potentiâ, & qualis bonitate. Velle enim omnia, quanto posset ornatu, decorare, nec ulli Bona sua invidere; id ego Bonitatis consummatissimæ documentum statuo; hactenusq; ut Bonum celebro: Omnia verò invenire, quibus quàm maximè exornarentur, eminentissimæ Sapientiæ, Omnia deniq;, quæ statuerat, in opus producere, Potentiæ insuperabilis.

(?)

Cum S. C. M. Privilegio ad annos XV.

LINCII AVSTRIÆ
Excudebat Johannes Plancus,

ANNO M. DC. XIX.

Procœmium.

QVod ante duos & viginti annos, primum atque figuras quinque solidas inter orbes cœlestes reperi, sum auguratus; quod firmiter animo persuasi meo, priusquàm Ptolemæi Harmonica vidissem: quod titulo libri hujus quinti nuncupato, priusquàm de re ipsa certus essem, pollicitus sum amicis; quod ante sedecim annos publico scripto quærendum inculcavi; cujus causâ vitæ partem optimam Astronomicis contemplationibus impendi, Tychonem Braheum conveni, Pragam sedem elegi: id tandem, Deo Opt. Maximo, qui mentem inspiraverat, desiderium ingens excitaverat, vitam etiam & vires ingenij prorogante, mediaque cætera, per duorum Imperatorum, hujusque provinciæ Austriæ Supr-Anisanæ Procerum liberalitatem, suppeditante, defunctò priùs Astronomicâ provinciâ, quantum sufficiebat, tandem inquam in lucem protuli, supràque quàm sperare unquam potui, verissimum deprehendi; Totam Harmonices naturam, quantaquanta est, cum omnibus suis partibus, libro III. explicatis, inter Motus cœlestes reperiri; non eo quidem modo, quem ego conceperam animo; pars hæc est non postrema mei gaudij; sed diversissimo alio, simulque & præstantissimo & perfectissimo. Accessit hoc intermedio tempore, quo me suspensum tenuit Motuum restitutio laboriosissima, præcipuum & cupiditatis meæ incrementum, & propositi incitamentum, lectio Harmonicorum Ptolemæi, quæ manuscripta mihi transmisit Vir eximius, adque philosophiam, omneq; adeò genus eruditionis promovendum natus, Johannes Georgius Hervvardus, Bavariæ Cancellarius: ubi præter expectationem, & summâ cum admiratione, inveni, totum ferè librum ejus tertium in eâdem contemplatione Harmoniæ cœlestis insumptum, ante mille & quingentos annos. Verùm id ætatis multum adhuc deerat Astronomiæ; potuitque Ptolemæus, re infœliciter tentatâ, desperationem alijs objicere; ut qui cum Scipione Ciceroniano potiùs suave quoddam somnium Pythagoricũ recitasse, quàm philosophiam adjuvisse videretur: at me cùm illa veteris Astronomiæ ruditas, tum hic ipse meditationum utriusque, ex quindecim sæculorum intervallo, consensus ad amussim exactus, vehementer confirmavit in urgendo proposito. Nam quid multis opus? Ipsa rerum Natura sese proditum ibat hominibus, per diversos distantium sæculorum interpretes: digitus Dei erat, ut cum Hebræis loquar, hic in Animis duorum, qui se totos contemplationi Naturæ dedidissent, de conformatione Mundi, conceptus idem: cùm neuter alteri dux fuisset ad hoc iter ingrediendum. Jam postquàm à mensibus octodecim prima lux, à tribus, dies justa, à paucissimis verò diebus, Sol ipse mirus illuxit contemplationis admirabilissimæ; nihil me retinet, lubet indulgere sacro furori, lubet insultare mortalibus confessione ingenuâ, me vasa

vasa aurea Ægyptiorum furari, ut Deo meo Tabernaculum ex ijs
construam, longissimè ab Ægypti finibus. Si ignoscitis, gaudebo; si "
succensetis, feram: jacio en aleam, librumque scribo, seu præsentibus, "
seu posteris legendum, nihil interest: expectet ille suum lector "
remper annos centum; si Deus ipse per annorum sena millia contemplatorem præstolatus est.

Capita hujus libri sunt ista.

I. De quinque solidis figuris Regularibus.

II. De cognatione cum ijs, proportionum Harmonicarum.

III. Summa doctrinæ Astronomicæ, necessaria ad contemplationem Harmoniarum cœlestium.

IV. Quibus in rebus ad Planetarum motus pertinentibus expressæ sint Harmoniæ simplices, & quòd omnes illæ in Cœlo reperiantur, quæ in Cantu insunt.

V. Claves Scalæ Musicæ, seu loca Systematis, & Genera Harmoniarum, Durum & Molle, à certis motibus expressa esse.

VI. Tonos seu Modos Musicos, singulos quodammodò in singulis planetis exprimi.

VII. Contrapuncta, seu Harmonias universales omnium Planetarum, easque diversas, aliam scilicet ex aliâ, existere posse.

VIII. In Planetis expressas esse naturas quatuor vocum, Discanti, Alti, Tenoris, Basis.

IX. Demonstratio, quòd ad obtinendam hanc dispositionem harmonicam, Eccentricitates Planetarum illæ ipsæ, quas quilibet prosè habet, & non aliæ, constitui debuerint.

X. Epilogus de Sole, ex conjecturis prægnantissimis.

Appendix habet: I. Versionem libri tertij Harmonicorum Ptolemæi à capite III. qui tractat eandem materiam.

II. Suppletionem textus Ptolemæici, in tribus ultimis Ptolemæi capitibus, quarum lemmata sola posuit Ptolemæus.

III. Notas ad hanc partem Harmonicorum, quibus authorem explico, restituo, ejusq; vel inventa vel attentata cum meis comparo.

De his acturo mihi lubet Lectoribus inculcare Timæi, Gentilis philosophi, de ijsdem exordientis, adhortationem sanctissimam, à Christianis hominibus summâ cum admiratione & pudore, nisi imitentur, cognoscendam; quæ talis est. Ἀλλ' ὦ Σώκρατες, Τοῦτό γε δὴ πάντες, ὅσοι καὶ καλῶ βραχὺ σωφροσύνης μετέχουσιν, πᾶσῃ ὁρμῇ καὶ σμικρῷ καὶ μεγάλῳ πράγματι, θεὸν ἀεὶ πρῶτον καλοῦσιν, ἡμᾶς δ' τὸν περὶ ΠΑΝΤΟΣ λόγους ποιεῖσθαι πρέπει

πημέλλοντας, εἰ μὴ παντάπασι παραλλάττομεν, ἀνάγκη θεούς τε καὶ θεὰς ἐπικαλουμένους εὔχεσθαι πάντας, κατὰ νοῦν ἐκείνοις μὲν μάλιστα, ἑπομένως δὲ ὑμῖν εἰπεῖν. Enimvero Socrates, cùm omnes qui vel minimum Mentis habent, quoties negocium aliquod seu leve seu arduum aggrediuntur, Deum semper invocent: Nos utique, quibus de Rerum universitate disserere animus est, nisi planè ab omni sana ratione aberramus, necesse est, Deos Deasque votis conceptis precari unanimes, ut talia dicamus, quæ primùm ipsis maximè, tum deinde & vobis sint grata & accepta.

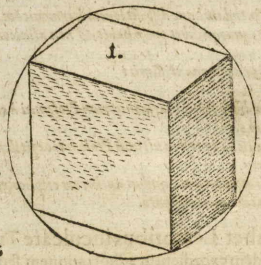
CAPVT I.

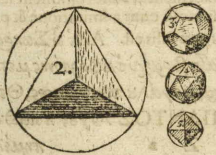
De quinque Figuris solidis regularibus.

QVomodo figuræ planæ regulares congruerent ad formandas solidas, dictum est libro secundo: de quinque nimirum solidis (inter cæteras) propter planas ibi locuti sumus. Numerus tamen illarum quinarius ibi demonstratus fuit; additumque, cur illæ Mundanæ à Platonicis denominatæ, & cui quælibet Elemento, quamque ob proprietatem, comparata sit. Jam in hujus libri vestibulo rursum de his figuris, ob seipsas, non ob planas, agendum erit; quantum quidem sufficit ad Harmoniam Cœlorum: cætera reperiet lector in Epitomes Astronomiæ parte alterâ, libro quarto.

Circuli angulis circũscripti adumbrant Sphærica, sed illa paulò majora his circulis sunt concipienda, præterquam, in 5. ut scilicet verè omnes figuræ angulos stringant.

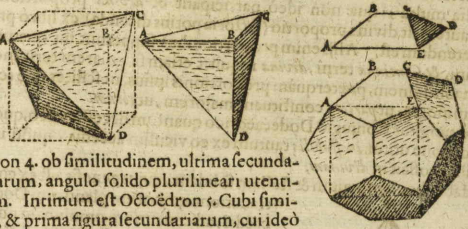
Magnitudinis ratio in hoc schemate hæc fuit observata, ut sphæricum ipsius 5. possit inscribi in 4. hujus iterũ Sphæricum in figura 3. & hujus in 2. & hujus deniq; sphæricũ in 1. Cubum tangens omnia ejus sex plana in centris suis.





Igitur ex Mysterio Cosmographico hic breviter inculco Ordinem quinque figurarum in Mundo, quarum tres primariæ, duæ secundariæ. Cubus enim 1. extimus & amplissimus, quia primigenius, & rationem habens *Totius*, ipsâ generationis suæ formâ. Sequitur Tetraëdron 2. tanquam *Pars* sectione Cubi cõstituta, primaria tamen & ipsa, angulo solido trilineari, ut Cubus. Intra Tetraëdron est Dodecaëdron 3. Vltima primariarum, similis scilicet *Compositæ* ex Cubi partibus, Tetraëdri similibus, id est, ex Tetraëdris

ēdris irregularibus, quibus tegitur Cubus intus. Huic succedit Icosaë-

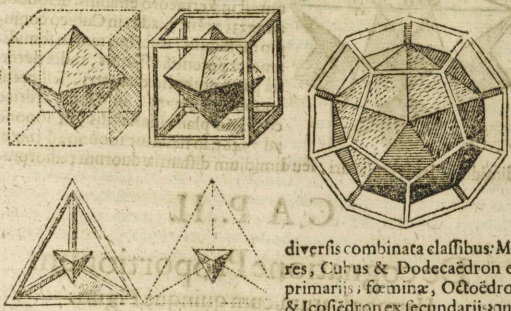


In priori figura appareret Tetraedron ACDF latens in Cubo, sic ut quodlibet Tetraedri planum ut ACD, tegatur ab uno cubi angulo ACDB

In secunda figura appareret Cubus AED latens intus in Dodecaedro, sic ut quodlibet Cubi planum, ut AED, tegatur a duob. Dodecaedri angulis seu Pētaedro ABCDE quod est sedile in tria Tetraedra dissimilia per duo plana, DCA, & ABD.

dron 4. ob similitudinem, ultima secundariarum, angulo solido plurilineari utentium. Intimum est Octoëdron 5. Cubi simile, & prima figura secundariarum, cui ideò primus locus interiorum debetur, quippe inscriptili; uti cubo circumscriptili primus exteriorum.

Sunt autem notabilia duo veluti conjugia harum figurarum, ex



Hic videsOctaedron inscriptum Cubo, IcosiedronDodecaedro, Tetraedron Tetraedro.

diversis combinata classibus: Mares, Cubus & Dodecaëdron ex primariis; fœminæ, Octoëdron & Icosiëdron ex secundarijs; quibus accedit una veluti cœlebs aut Androgynos, Tetraëdron; quia sibi ipsi inscribitur, ut illæ fœmellæ maribus inscribuntur & veluti subjiciuntur, & signa sexus fœminina masculinis opposita habent, angulos scilicet planiciebus.

Præterea ut Tetraëdron est elementum, viscera & veluti costa Cubi Maris; sic Octaëdron fœmina, est elementum & pars Tetraëdri, aliâ ratione: ita mediat Tetraëdron in hoc conjugio.

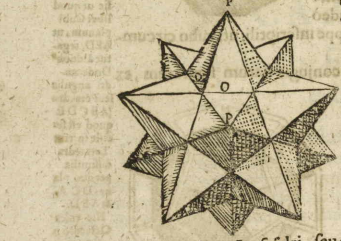
Præcipua connubiorum seu familiarum differentia in hoc consistit; quòd Cubicæ quidem *Effabilis* est proportio; nam Tetraëdron est Trigens de corpore Cubico, Octaëdron semissis de Tetraëdrico, sexta pars Cubi: Dodecaëdrici verò conjugij proportio est *Ineffabilis* quidem, sed *Divinæ*.

Harum duarum vocum copulatio jubet cavere Lectori, de earum significatu. Vox enim *Ineffabilis* hic non denotat per se nobilitatem aliquam, ut aliàs in Theologia & rebus divinis; sed denotat conditio-

nem deteriorem: sunt enim in Geometriâ, ut libro primo dictum, ineffabilia multa, quæ non ideò participant & *divinâ* proportione. Quid autem sit divina proportio (sectoria potius dicenda) ex libro primo petendum est. Alijs enim proportionibus suppetunt sui quatuor termini, & *Continuæ* terni, *divina* requirit etiam singularem terminorum habitudinem, præterquàm proportionis ipsius, ut scilicet duo termini minores, ut *partes*, constituant majorem, ut *totum*.

Huicigitur Conjugio Dodecaëdrico quantum decessit ex eo, quòd proportione utitur *ineffabili*; tantum ex eo vicissim accedit; quòd ineffabilis proficit in *divinam*.

Habet hoc conjugium & stellam solidam, cujus genesis est ex continuatione quinorum planorum Dodecaëdri, ad concursum omnium in puncto unico: vide genesin ejus libro II.



Ultimò notanda est proportio Orbium eis Cumscriptorũ ad Inscriptos, qui est in Tetraëdro effabilis, ut 100000 ad 33333 vel ut 3. ad 1. in Cubico conjugio ineffabilis, inscripti tamen semidiameter potentiâ effabilis, radix de tertiâ parte potentiæ diametri, scilicet ut 100000 ad 57735: in Dodecaëdrico conjugio planè ineffabilis, ut 100000 ad 79465; in stella, ut 100000 ad 52573. dimidium latus Icosaëdri, seu dimidium distantiæ duorum radiorum.

CAP. II.

De cognatione Proportionum Harmonicarum, cum quinque Figuris Regularibus.

VAria & multiplex est hæc cognatio: Sunt tamen quatuor potissimùm gradus. Nam aut desumitur indicium cognationis ab externâ solùm specie, quam habent figuræ: aut cum ipsa lateris constructione nascuntur proportiones eædem, quæ & harmonicæ; aut resultant ex figuris jam constructis, singulis vel junctis; aut denique vel æquales vel vicinæ sunt proportionibus orbium Figuræ.

Primo gradu Proportiones, quarum character seu major terminus est 3. familiaritatem habent cum plano Tetraëdri, Octaëdri, Icosaëdri Triangulari; quarum verò major terminus 4. cum Quadrato plano Cubi; quarum 5. cum Quinquangulo plano Dodecaëdri.

Potest hæc similitudo plani etiam extendi ad minorem proportionis terminum; ut ubicunque ternarius juxta unum ex continuè duplis inventur, illa proportio habeatur familiaris tribus figuris primò nominatis

tis ut 1. 3 & 2. 3. & 4. 3. & 8. 3. &c: ubi verò quinarius, ea propor- CAP. II.
bsolutè vindicetur conjugio Dodecaëdrico: ut 2. 5. & 4. 5. & 8. 5. Sic
3. 5. & 3. 10. & 6. 5. & 12. 5. & 24. 5. Minus probabilis erit cognatio, si summa terminorum exprimat hanc similitudinem; ut in 2. 3, juncti termini faciunt 5. quasi ideò 2. 3. sit familiaris Dodecaëdro.

Similis est cognatio ob externam speciem anguli solidi, qui est primarijs trilinearis, Octoëdro quadrilinearis, Icosaëdro quinquelinearis: itaque si proportionis alter terminus communicat cum ternario, proportio erit cognata primarijs corporibus; sin cum quaternario, Octaëdro; denique cum quinario, Icosaëdro. Sed in fœmellis hæc cognatio est specioſior, quia speciem anguli sequitur etiam figura characteristica, latens intus, in Octaëdro Tetragonus, in Icosaëdro Pentagonus: Itaque 3. 5. propter utrumque, esset Icosiedricæ sectæ.

Secundus gradus cognationis, qui in ortu consistit, sic est concipiendus. Primùm sunt aliquæ proportiones numerorum Harmoniæ, familiares uni conjugio seu familiæ, scilicet perfectæ proportiones singulæ, familiæ Cubicæ: est vicissim proportio, quæ nunquam plenis numeris exprimitur, nec aliter per numeros demonstratur, nisi longâ illorum serie, paulatim ad illam accedentium: quæ proportio *Divina* dicitur, cùm perfecta est; regnatque variè per conjugium Dodecaëdricum; illam igitur proportionem incipiunt adumbrare istæ Harmoniæ 1. 2, & 2. 3. & 3. 5. & 5. 8, Nam imperfectissimè est in 1. 2, perfectissimè in 5. 8. perfectior futura, si etiam 5. & 8. junctis in unum 13. superponamus 8: nisi hæc jam desineret esse Harmonica.

Porrò ad constituendum latus figuræ, secanda est Globi diameter: & postulat Octaëdron ejus bisectionem, Cubus & Tetraëdron trisectionem, Dodecaëdricum conjugium Quinisectionem. Distribuuntur igitur Proportiones, inter figuras, secundum hos numeros, qui illas exprimunt. Secatur verò & quadratum diametri, seu, formatur lateris figuralis quadratum, ex certâ ejus parte. Et tunc Laterum quadrata cum Diametri quadrato comparantur, constituuntque sic proportiones, Cubicum 1. 3. Tetraëdricum 2. 3. Octaëdricum 1. 2: quare & juncta bina, Cubicum & Tetraëdricum 1. 2. Cubicum & Octaëdricum 2. 3. Octaëdricum & Tetraëdricum 3. 4. Dodecaëdrici conjugij latera sunt ineffabilia.

Tertiò figuras jam constitutas, Harmonicæ proportiones variè consequuntur. Aut enim Numerus laterum plani, comparatur cum numero laterum figuræ totius: & oriuntur hæ proportiones, Cubica 4. 12. seu 1. 3. Tetraëdrica 3. 6. vel 1. 2, Octaëdrica 3. 12. vel 1. 4, Dodecaëdrica 5. 30. vel 1. 6, Icosaëdrica 3. 30. vel 1. 10 Aut numerus laterum plani, comparatur cum numero planorum: tunc Cubus dat 4. 6. vel 2. 3, Tetraëdron 3. 4, Octaëdron 3. 8, Dodecaëdron 5. 12, Icosaëdron 3. 20. Aut Numerus laterum vel angulorum plani cum numero solidorum angulorum comparatur; & dat Cubus 4. 8. vel 1. 2, Tetraëdron 3. 4, Octaëdron 3. 6. vel 1. 2, Dodecaëdron cum Conjuge 5. 20 & 3. 12, id est 1. 4. Aut numerus Planorum cum Numero solidorum angulorum; & dat Cubicum conjugium 6. 8. vel 3. 4. Tetraëdron

æquali-

CAP. II. æqualitatis proportionem, Dodecaedricum Conjugium 12. 20 vel 3. 5. Aut Numerus laterum omnium cum Numero angulorum solidorum: & dat Cubus 8. 12. vel. 2. 3, Tetraedron 4. 6, vel 2. 3, Octaedron 6. 12. vel 1. 2, Dodecaedron 20. 30. vel 2. 3, Icosaedron 12. 30. vel 2. 5.

Comparantur verò & Corpora inter se, si Tetraedrum in Cubo sit abditum, Octaedrum in Tetraedro & Cubo, inscriptione Geometricâ: Tetraedron est triens Cubi, Octaedron semissis Tetraedri, sexta pars Cubi, ut & id Octaedron, quod est inscripti globo, est sexta pars de Cubo, qui globo circumscribitur. Reliquorum corpora sunt ineffabilia.

Quarta species seu gradus cognationis, est hujus Operis magis proprius; quòd proportio exquiritur, Orbium figuris inscriptorum ad orbes ijs circumscriptos; & expenditur, quænam proportiones Harmonicæ ijs approximent. Nam in solo Tetraedro diameter inscripti est effabilis, pars sc. tertia circumscripti: at in Cubico conjugio, proportio, quæ unica ibi est, similis est lineis solâ potentiâ effabilibus. Nam Orbis Inscripti diameter est ad diametrum Orbis Circumscripti, in proportione semitripla. Et si proportiones ipsas inter se compares, Tetraedricorum Orbium proportio est dupla, proportionis Cubicorum orbium. In Dodecaedrico conjugio, proportio orbium rursum est unica, sed ineffabilis, paulò major quàm 4. 5. Igitur Cuboctaedricæ proportioni orbium, approximant ex Harmonicis istæ 1. 2. ut proximè major, & 3. 5. ut proximè minor: Dodecaedricæ verò proportioni orbium approximant Harmoniæ 4. 5. & 5. 6. proximè minores, 3. 4. & 5. 8. proximè majores.

Quòd si ob certas causas vindicentur Cubo 1. 2. & 1. 3: erunt ut proportio Cubicorum orbium ad proportionem Tetraedricorum, sic hæ Harmoniæ 1. 2. & 1. 3. Cubo tributæ, ad 1. 4 & 1. 9, Tetraedro tribuendas, siquidem utendum fuerit hac analogiâ: sunt enim & hæ proportiones illarum Harmoniarum duplæ. Et quia 1. 9. non est harmonica; succederet illi proxima Harmonica 1. 8. pro Tetraedro. Dodecaedrico verò conjugio per hanc analogiam venient ferè 4. 5. & 3. 4. Nam sicut Cubicorum orbium proportio est ferè tripla Dodecaedricorum, sic etiam Harmoniæ Cubicæ 1. 2 & 1. 3. sunt ferè triplæ Harmoniarum 4. 5. & 3. 4. Nam 4. 5. triplicata fit 64. 125. & 1. 2. est 64. 128. Sic 3. 4. triplicata, fit 27. 64. & 1. 3. est 27. 81.

CAP. III.

Summa doctrinæ Astronomicæ,

necessaria ad contemplationem Harmoniarum cœlestium.

Initio sciant hoc lectores, Hypotheses astronomicas antiquas Ptolemæi, quemadmodum illæ sunt explicatæ in Theorijs Purbachij, cæterisque Epitomarum scriptoribus, penitus esse removen-

movendas ab hac consideratione, exque animo ejiciendas; non tradunt namque veram & Corporum mundi dispositionem, & Motuum politiam. CAP. III.

In earum locum, etsi facere aliter non possum, quin Copernici de mundo sententiam unicè & substituam, & si possibile esset, omnibus persuadeam: at quia res apud vulgus studiosorum, etiamnum nova est, & dogma auditu plerisque absurdissimum, Terram ex Planetis unum esse, interque sidera ferri, circa Solem immobilem: sciant igitur, qui hujus sententiæ insolentiâ offenduntur: speculationes has harmonicas etiam in Hypothesibus Tychonis Brahei locum obtinere; propterea quod Author ille, cætera omnia, quæ dispositionem corporum & contemperationem motuum attinent, cum Copernico habet communia; solum Terræ motum annuum Copernicanum transfert ipse in totum systema Orbium Planetariorum, inque Solem, qui ejus medium obtinet, consensu authoris utriusque. Nam ex hac translatione motus, fit nihilominùs, ut terra, si non in vastissimo illo & immenso spacio sphæræ fixarum, at saltem in systemate Mundi planetarij, locum obtineat quovis tempore eundem apud Braheum, quem ei dat Copernicus: adeòque sicut, qui super papyro circulum scribit, is pedem circini scriptorium circumfert, qui verò papyrum seu tabulam affigit corno volubili, is immoto pede circini seu stilo, circulum describit eundem, super decurrente tabula: sic etiam hic, Copernico quidem Tellus circulum metatur, motu sui corporis reali, medium incedentem inter circulos, Martis exteriorem, & Veneris interiorem: at Tychoni Brahe, totum systema planetarium (in quo inter cæteros, sunt etiam Martis & Veneris circuli) convertitur, velut tabula in torno, applicans ad Terram immobilem, ceu ad stilum tornatoris, interstitium inter Martis & Veneris circulos: fitque hoc systematis motu, ut Tellus in eo signet eundem circulum circa Solem, Martij & Venerij intermedium, ipsa perstans immobilis: quem signat apud Copernicum, motu vero sui corporis, quiescente systemate. Cùm igitur Harmonica contemplatio consideret motus planetarum eccentricos, velut ex Sole visos: facilè datur intelligi, si quis contemplator in Sole esset, quantumvis mobili; Terram illi, quamvis quiescentem (ut hoc jam concedatur Braheo), nihilominus visum iri decurrere circulũ annuum, medium inter Planetas temporis etiam intermedio spacio. Quare etsi quis est imbecillis fidei homo, qui motum Terræ inter sidera capere non potest: is nihilominus gaudere poterit divinissimi hujus máchinamenti contemplatione præstantissimâ: si, quicquid de motibus diurnis Telluris in suo Eccentrico audit, id ad apparentiam eorum in Sole applicet, qualem apparentiam etiam Tycho Brahe exhibet, Terrâ quiescente.

Hypotheses Copernici.

Hypotheses Tychonis Brahei.

Cõparatio utriusque.

Valet Harmonica cõtemplatio in Hypothesibus Brahei.

Neque tamen causam habent justam veri Samiæ philosophiæ cultores, invidendi talibus, communicationem hanc delitiosissimæ speculationis: ut quorum gaudium multis partibus erit perfectius, quippe ex speculationis consummatâ perfectione; si etiam Solis immobilitatem, Terræ verò motum acceptaverint.

Valet multò magis in Copernicanis.

CAP III.

I. Quorum corporum circumitiones constituant Harmonias.

Primùm igitur hoc teneant lectores, rem hodie penes astronomos omnes esse certissimam, quòd omnes Planetæ Solem circumeant, exceptâ Lunâ, quæ sola Terram habet pro centro: cujus quidem orbis seu curriculi quantitas non est tanta, ut in hac charta delineari possit in justâ proportione ad cæteros. Accedit igitur quinque reliquis sexta Terra, quæ seu suo proprio motu, quiescente Sole, seu immota ipsâ, & conversò toto Planetarum systemate, sextum & ipsâ circulum circa Solem designat.

II. Quæ diversitas sit in illorum corporum intervallis.

Secundò, certum & hoc est, Planetas omnes fieri eccentricos, id est, mutare intervalla sua à Sole, sic ut in una parte circuli fiant à Sole remotissimi, in oppositâ proximè Solem veniant. In adjecto schemate pro singulis planetis facti sunt circuli terni; quorum nullus indicat viam ipsam Planetæ eccentricam, sed medius quidem, ut in Marte BF, est æqualis Orbitæ eccentricæ, quoad longiorem ejus diametrum; Orbita verò ipsâ, ut AD, tangit AF superiorem ex tribus, ab unâ plagâ A, inferiorem CD ex oppositâ D: Circulus GH punctis adumbratus, & per centrum Solis descriptus, indicat viam Solis apud Tychonem Brahe; qui si hanc viam movetur, omnia omninò puncta totius Systematis planetarij, hic depicti, viam incedunt æqualem, quilibet suam propriam. Et uno ejus puncto, scilicet centro Solis, in unâ sui circuli parte stante, ut hic in infimâ; omnia omninò puncta Systematis stabunt in imis partibus suorum quodque circulorum. Veneris etiam tres circuli propter angustiam spacij coierunt in unum, præter voluntatem.

Huc refer schema ♄♃♂☉♀☿.

III. Numerus corporum Harmonias facientium quam causam habeat.

Tertiò repetat lector ex Mysterio meo Cosmographico, quod edidi ante 22. annos: Numerum Planetarum seu curriculorum circa Solem, desumptum esse à sapientissimo Conditore ex quinque figuris regularibus solidis, de quibus Euclides jam ante tot sæcula, librum scripsit, qui Elementorum dicitur, eò quòd ex Propositionum serie sit constructus. Quòd autem plura corpora regularia nequeant esse, hoc est, quòd figuræ planæ regulares nequeant sæpiùs, quam quinquies, in solidum congruere; id libro secundo hujus operis patuit.

IV. Magnitudo Sphærarum, quas permeant illa corpora, quam causam habeat?

Quartò, quod attinet proportionem Orbitarum Planetariarum, illa quidem inter binas Orbitas vicinas semper est tanta, ut facilè appareat, unamquamque illarum appropinquare proportioni unicæ Orbium unius ex quinque solidis figuris, scilicet Orbis Circumscripti ad Orbem Inscriptum figuræ: at non tamen planè æqualis est, ut olim ausus fui de perfectâ denique astronomia polliceri. Nam post absolutam demonstrationem intervallorum, ex observationibus Brahei, deprehendi hoc, Cubi quidem angulis, intimo Saturni circulo applicatis, centra planorum ferè tangere medium circulum Jovis: & Tetraëdri angulis intimo Jovis circulo insistentibus, centra planorum Tetraëdri, tangere ferè Martis circulum extimum; sic Octaëdri angulis, ex Veneris quocunque circulo surgentibus (sunt etenim omnes tres in angustissimum intervallum redacti) Centra planorum Octaëdricorum penetrare & profundiùs descendere infra Mercurij circulum

circulum extimum, neque tamen venire usque ad medium Mercurij circulum: denique Dodecaëdricorum quidem & Icosaëdricorum Orbium proportionibus inter se æqualibus, omnium proximas esse proportiones seu intervalla inter Martis & Telluris, interque Telluris & Veneris circulos, easque ipsas inter se similiter æquales; si ab intimo Martis ad medium Telluris, à medio verò Telluris ad medium Veneris computemus; Telluris enim medium intervallum est Medium proportionale, inter minimum Martis & medium Veneris: attamen has duas proportiones inter Planetarum circulos, adhuc esse majores, quàm sunt binorum illorum in figuris orbium; sic, ut Planorum Dodecaëdri centra non tangant circulum extimum Telluris, neque Icosaëdricorum planorum centra, circulum extimum Veneris: sed nec expleri hunc hiatum, per semidiametrum orbis Lunæ, suprà additam Telluris intervallo maximo, infrà verò ademptam ejusdem minimo: sed aliam quandam deprehendo proportionem figuralem; si nempe auctum Dodecaëdron, cui nomen Echino feci; conformatum scilicet ex duodecim stellis quinquangularibus, eòque proximum quinque corporibus Regularibus; hoc inquam, si duodecim mucrones suos collocet in circulo Martis intimo, tunc latera Pentagonorum, qui singuli singulorum radiorum seu mucronum sunt bases, attingere medium circulum Veneris. Breviter, Cubus & Octaëdron conjuges, penetrant suos planetarios orbes nonnihil; Dodecaëdron & Icosaëdron conjuges, non planè assequuntur suos, Tetraëdron præcisè tangit utrumque: illic minus, istic plus, hîc æquale est in Planetarum intervallis. CAP. II. Fol. 188.

Ex qua re patet, proportiones ipsissimas intervallorum Planetariorum à Sole, ex solis figuris Regularibus desumptas non esse; non aberrat enim ab Archetypo suo Creator, Geometriæ fons ipsissimus, &, ut Plato scripsit, *æternam exercens Geometriam*. Et potuit sanè hoc ipsum colligi vel ex eo, quòd Planetæ omnes intervalla per certas temporum periodos mutant: sic, ut unusquisque duo habeat insignia intervalla à Sole, Maximum & Minimum; daturque inter binos Planetas comparatio intervallorum à Sole quadruplex, vel maximorum, vel minimorum, vel contrariorum remotissimorum inter se, vel proximorum: ita fiunt binorum & binorum vicinorum planetarum comparationes numero viginti: cùm è contrario, figuræ solidæ solùm quinque sint. At verò consentaneum est, Creatorem, si curam habuit proportionis Orbium in genere, curam etiâ habuisse proportionis, quæ est inter singulorum in specie intervalla variantia; eamq; curam utrinque eandem esse, alteramque ex alterâ necti: quo perpenso, obtinebimus sanè & hoc, quòd ad constituendas Orbiũ & diametros & Eccentricitates junctim, pluribꝰ sit opꝰ principijs, præter quinq; regularia corpora.

Quintò ut ad motus veniamus, inter quos constitutæ sunt Harmoniæ; rursum inculco lectori, demonstratum esse à me in commentarijs de Marte, ex certissimis Brahei observationibus, quòd ar sus diurni æquales in Eccentrico uno & eodem, non æquali permeentur celeritate; sed quòd hæ diversæ *Moræ in partibus æqualibus Eccentrici, observent proportionem suorum intervallorum à Sole*, fonte motus: & vicissim, V. Axiomata astronomica motuum verorum.

Quòd suppositis temporibus æqualibus, puta uno die naturali utrinq; respondentes ijs, *diurni veri arcus eccentricæ Orbitæ unius, habeant inter se proportionem, eversam proportionis intervallorum duorum à Sole.* Simul autem demonstratum est à me, *Orbitam Planetæ esse ellipticam*, & *Solem*, fontem motus, *esse in altero focorum hujus Ellipsis*; itaque fieri, ut Planeta, absoluto totius circuitus *quadrante à suo Aphelio, præcisè mediocre habeat intervallum à Sole*, inter maximum in Aphelio, & minimum in Perihelio. Ex his verò duobus axiomatibus conficitur, ut diurnus Planetæ *medius motus* in eccentrico, *idem sit & verus* ejus Eccentrici arcus diurnus, illis momentis, quibus Planeta est *in fine quadrantis Eccentrici ab Aphelio computati*, licet ille quadrans verus adhuc minor appareat justo quadrante. Sequitur amplius, quòd *duo quicunque arcus Eccentrici diurni verissimi, æqualiter verè distantes, alter ab Aphelio, alter à Perihelio, juncti æquent duos diurnos medios*: & per consequens, cùm sit eadem circulorum proportio, quæ diametrorum, quòd *eadem sit proportio unius diurni medij ad juactos medios omnes* inter se æquales, quot sunt in toto circuitu, *quæ est medij diurni ad junctos veros omnes* arcus Eccentricos, totidem numero, sed inter se inæquales. Et hæc de veris Eccentrici arcubus diurnis, deque veris motibus sunt præcognoscenda, ut jam ex ijs intelligamus motus apparentes, oculo in Sole supposito.

VI. Axioma Astronomica motuum ex Sole apparentiū seu angulorum, quos lineæ diurnos comprehendentes conformant in cētro Solis.

Sextò, quantum verò attinet arcus apparentes velut ex Sole, notum est ex antiquâ etiam astronomia, quòd ex motibus veris, etiam æqualibus inter se, is qui longiùs à centro Mundi recessit (ut qui est in *Aphelio*) *appareat esse minor*; spectanti ex illo centro; qui propior sit, ut *qui est in Perihelio, idem & major.* Cùm igitur insuper etiam majores sint veri arcus diurni in propinquo, propter motum celeriorem, minores in Aphelio remoto, propter motus tarditatem: hinc ego demonstravi in Martialibus, *proportionem apparentium arcuum diurnorum unius Eccentrici, satis præcisè duplam eversam esse, proportionis suorum intervallorum à Sole.* Vt si planeta in unâ suarum dierum, quando est in Aphelio, distaret à Sole partibus, quacunque mensura, 10. in oppositâ die, quando est in Perihelio, partibus consimilibus 9: certum est, quòd ex Sole apparens ejus promotio in Aphelio futura sit ad apparentem in Perihelio, sicut 81. ad 100.

Hoc autem verum est cum his cautionibus; primò *vt arcus Eccentrici non sint magni*, ne communicent cum distantijs diversis, multùm differentibus, hoc est ne causentur sensibilem varietatem distantiæ terminorum suorum ab Apsidibus: deinde, *vt Eccentricitas non sit valdè magna*: nam quo major Eccentricitas, sc. quo major sit arcus; hoc magis augetur ejus apparentiæ angulus, ultra modulum appropinquationis suæ ad Solem: *per Theorema 8. Opticorum Euclidis*; quod tamen *in arcubus parvis & magnâ distantiâ nullius est momenti*; ut in meis Opt: Capite XI. monui. Sed est alia causa, cur hoc moneam. Nam *arcus Eccentrici circa Medias Anomalias inspiciuntur obliquè ex centro Solis*, quæ obliquitas minuit apparentiæ magnitudinem; cùm ex adverso *arcus circa Apsidas, aspectui*, velut in Sole collocato, *objiciantur rectè.* Quando igitur Eccentricitas est valdè magna, tunc sensibiliter nocetur proportioni motuum

tuum, si motum medium diurnum sine diminutione applicemus distantiæ mediocri, quasi is ex distantiâ mediocri tantus appareret, quantus est: ut infrà in Mercurio apparebit. Hæc omnia prolixiùs traduntur in Ep. Astr. Copernicanæ Lib. V: fuerunt autem hic etiam commemoranda, quia attinent ipsissimos terminos harmoniarum cœlestium, per se singulos seorsim consideratos.

Septimò, si cui fortè occurrant ij motus diurni, qui non apparent velut ex Sole, sed ex Terrâ spectantibus: de quibus agit lib. VI. Ep. Ast. Cop: is sciat, eorum rationem in hoc negocio planè nullam haberi: sanè neque debet, cùm Terra non sit fons motus ipsorum; neque potest, cùm motus ij non tantùm in meram quietem seu stationem apparentem, sed planè in retrogradationem, quantum ad fallacem apparentiam, degenerent; qua ratione omnis proportionum infinitas omnib⁹ planetis simul & ex æquo tribuitur. Ut igitur certum habeamus, quales proportiones proprias constituant diurni motus singularum verarum Orbitarum eccentricarum (licet & ipsi adhuc apparentes sint, veluti spectanti ex Sole fonte motus): removenda prius est ab ijs motibus proprijs, hæc phantasia, communis omnibus quinque, motus annui adventitij; sive ille ex ipsius Telluris motu oriatur, secundùm Copernicum; sive ex motu systematis totius annuo, secundùm Tychonem Brahe; motusque cuique Planetæ proprij, enucleati, sub conspectum subjiciendi sunt.

VII. Rejectio motuũ qui apparẽt ex terra prospicientib⁹.

Octavò hactenus egimus de diversis moris vel arcubus unius & ejusdem Planetæ. Jam etiam de binorum Planetarum motibus inter se comparatis agendum. Ubi nota definitionem Terminorum, qui sunt nobis futuri necessarij. *Apsidas proximas* duorum planetarum dicemus Perihelium superioris, & Aphelium inferioris: non obstante, quòd illæ vergunt in plagam Mundi, non eandem, sed diversas, & fortè contrarias *Motus extremos*, intellige, tardissimum & velocissimum totius circuitus Planetarij. *Convergentes extremos seu Conversos*, qui sunt in binorum Apsidibus proximis, scilicet in Perihelio superioris, & Aphelio inferioris: *Divergentes vel Diversos*, qui in Apsidibus oppositis, scilicet Aphelio supioris & Perihelio inferioris. Rursum igitur hic aliqua pars mei Mysterij Cosmographici, suspensa ante 22. annos, quia nondum liquebat, absolvenda, & huc inferenda est. Inventis enim veris Orbium intervallis, per observationes Brahei, plurimi temporis labore continuo; tandem, tandem, genuina proportio Temporum periodicorum ad proportionem Orbium

--sera quidem respexit inertem,
Respexit tamen & longo pòst tempore venit;

eaque si temporis articulos petis, 8. Mart. hujus anni millesimi sexcentesimi decimi octavi animo concepta, sed infœliciter ad calculos vocata, eòque pro falsâ rejecta, denique 15. Maji reversa, novo capto impetu, expugnavit Mentis meæ tenebras; tantâ comprobatione & laboris mei septendecennalis in Observationibus Braheanis, & meditationis hujus, in unum conspirantium; ut somniare me, & præsumere quæsitum inter principia, primò crederem. Sed res est certissima exactissimaque, quòd *proportio quæ est inter binorum quorumcunque Planetarum temporum periodica, sit præcisè sesquialtera proportionis* mediarum distantiarum, id

VIII. Quæ proportio periodicorum Temporum ad intervalla binorum quorumcunque à Sole.

CAP. III.

Nam in Cõmentarijs Matris cap. XLVIII. fo. 232. probavi *Medium hoc arithmeticum vel ipsam esse diametrum circuli q̃ longitudine aquas ellipticam orbitæ vel eâ proximè minus.*

est *Orbium* ipsorum; attento tamen hoc, quòd *medium arithmeticum inter utramq; diametrum ellipticæ Orbitæ sit paulò minus longiore diametro.* Itaque si quis *ex periodo*, verbi causâ Telluris, quæ est annus unus, *& ex Periodo* Saturni, triginta annorum, sumpserit tertiam proportionis partem; id est, *radices cubicas*, & hujus proportionis duplum fecerit, radicibus *quadratè multiplicatis, is habet in prodeuntibus numeris inter vallorum* Terræ & Saturni *à Sole mediorum, proportionem justissimam.* Nam cubica radix de 1. est 1. ejus quadrm 1. Et cubica radix de 30. est major quàm 3. ejus igitur quadrm majus quàm 9. Et Saturnus mediocriter distans à Sole, paulò altior est nonuplo mediocris distantiæ Telluris à Sole. Hujus Theorematis usus infrà Cap. IX. necessarius erit ad demonstrationem Eccentricitatum.

IX. Quantum spacij quiliber planeta respectu alterius trajiciat quovis tempore.

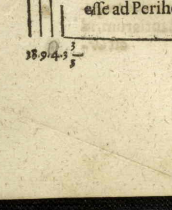
X. Quomodo ex veris itinerib⁹, & veris planetarum a Sole intervallis, habeatur motus ex Sole apparens, subjectum Harmoniæ cœlestis:

Nonò si jam ipsa verissima itinera diurna cujusque planetæ per auram ætheriam eâdem veluti decempedâ volueris metiri: conjungendæ erunt proportiones duæ, una diurnorum arcuum Eccentrici verorum (non apparentium) altera intervallorum cujusque à Sole mediocrium, quia eadem est & amplitudinis orbium; hoc est, *multiplicandus cujusque Planetæ arcus verus diurnus in sui orbis semidiametrum*: quo facto, prodibunt numeri idonei ad exquirendum, Num illa itinera faciant proportiones Harmonicas.

Decimò, ut verò habeas, quantam quodlibet talium diurnorum itinerum faciat apparentiam, oculo velut in Sole collocato; etsi hoc idem ex Astronomiâ potest immediatè peti; tamen etiam sic patebit, si addideris Itinerum proportioni proportionem eversam intervallorum non mediorum, sed verorum, quæ sunt quovis loco Eccentricorum: *Multiplicato itinere superioris in intervallum inferioris à Sole, & vicissim itinere inferioris in intervallum superioris à Sole.*

XI. Quomodo ex apparentib⁹ (vel ut ex Sole) diurnis motibus, elicianturinter vallaPlanetarum a Sole.

Undecimò, nec minùs etiam ex datis motibus apparentibus, Aphelio unius & Perihelio alterius, vel vicissim alternisve, proportiones eliciuntur Intervallorum, Aphelij unius ad Perihelium alterius: ubi tamen medios motus oportet esse præcognitos, sc: proportionem periodicorum Temporum eversam, ex quib⁹ elicitur Orbium proportio, per Num. VIII. præmissum: tunc *sumpto medio proportionali inter motum alterutrum apparentem & suum medium, fit ut hoc medium proportionale ad semidiametrum orbis* jam patefactam, *sic medius motus, ad distantiam vel intervallum quæsitum.* Sint duorum planetarum periodica tempora 27. & 8. ergò medij motus diurni illius ad hunc, est illa, quæ 8. ad 27. quare erunt semidiametri orbium ut 9. ad 4. Nam radix cubica de 27. est 3. de 8. est 2: harum radicum 3. & 2. quadrata sunt 9. & 4. Sint jam motus apparentes, Aphelius unius 2. & Perihelius alterius 3 3/5 cum tertia parte. Media proportionalia inter motus medios 8. 27. & hos apparentes, erunt 4. & 30. Si ergò medium 4. dat mediocrem distantiam planetæ 9. tunc medius motus 8. dat aphelium intervallum 18. respondens apparenti motui 2. Et si medium alterum 30. dat mediocrem distantiam alterius planetæ 4. tunc medius illius motus 27. dat perihelium illius intervallum 3 cum 3 quintis. Dico igitur, distantiam Apheliam illius, esse ad Periheliam hujus, ut 18. ad 3 cum 3 quintis. Ex quo patet, quòd impe-



CAP. III.

tis harmonijs, inter motus extremos binorum, & periodicis temporibus utrique præscriptis, necessitentur intervalla extrema & medioeria, quare etiam Eccentricitates.

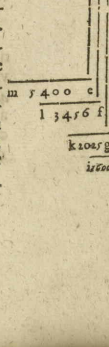
XII. Quæ proportio Motus medij ad extremos.

Duodecimò, datur etiam ex unius & ejusdem Planetæ motibus extremis diversis, invenire *Motum medium*; *Hic enim non præcisè est arithmeticum medium inter motus extremos, nec præcisè medium geometricum; sed tanto minor geometrico Medio, quantò Medium geometricum minus est, quàm medium inter utrumque*. Sint duo motus extremi 8. & 10. Medius motus erit minor quàm 9. minor etiam quàm radix de 80. dimidio ejus, quod est inter utrumque, 9. & Rad. de 80. Ita si sit Aphelius 20. perihelius 24. motus medius erit minor quàm 22. minor etiam quàm radix de 480. dimidio ejus, quod est inter hanc radicem & 22. Hujus theorematis usus est in sequenti.

XIII. Quæ cognatio proportionis interlorum inter binos Planetas & Solem cum proportione motuū apparentiū utriusque.

Decimotertiò ex præmissis demonstratur, hæc PROPOSITIO, nobis valde necessaria futura, quòd quemadmodum proportio mediorum motuum in binis planetis, est sesquialtera eversa proportionis orbium; sic *proportio* duorum *Apparentium convergentium extremorum Motuum semper deficiat à sesquialtera proportionis intervallorum, illis* Extremis motibus *respondentium*: *& quantisper quidem* duæ *proportiones* duorum *intervallorum respondentium, ad intervalla* duo *media seu ad semidiametros* duorum *orbium junctæ, faciunt minus quàm dimidiam proportionis orbium, tantisper proportio Motuum* duorum extremorum *convergentium, est major proportione respondentiū intervallorum: si verò illa summa superaret dimidiam proportionis orbium, tunc motuum convergentium proportio fieret minor proportione suorum intervallorum*.

Sit Orbium proportio DH. AE, Motuum mediorum proportio HI, EM, prioris sesquialtera eversa. Sit intervallum illic minimum sui orbis sc. CG, hic maximum sui, sc. BF; & junctæ proportiones DH, CG, & BF. AE sint primò minores dimidiâ ipsius DH, AE. Sitque motus superioris perihelij apparens GK, inferioris Aphelius FL. ut sint extremi convergētes. Dico proportionem GK, FL, esse majorem, proportione CG. BF eversâ; minorem tamen ejus sesquialterâ. Nam proportio HI ad GK, est dupla proportionis CG ad DH, & proportio FL ad EM, dupla proportionis AE ad BF. Junctæ igitur duæ proportiones, HI ad GK, & FL ad EM, duplum efficiunt junctarum CG ad DH, & AE ad BF. Sed junctæ CG ad DH, & AE ad BF, sunt minores dimidio proportionis AE ad DH, defectu certo, ut est in suppositis; ergò & junctæ HI ad GK, & FL ad EM sunt minores duplo dimidii, id est, minores tota proportione AE ad DH, defecto prioris duplo. Sed HI ad EM, est sesquialtera proportionis AE ad DH, per VIII. præmissum. Ergò minus toto defectu duplicato, ablatum à sesquialtero, scilicet proportiones HI ad GK, & FL ad EM, à proportione HI ad EM, reliquunt plus quàm semis proportionis AE ad DH, excessu duplicato; reliquunt verò proportionem GK ad FL: Ergò proportio GK ad FL, est plus quàm dimidia proportionis AE ad DH, excessu duplicato. At proportio AE ad DH, est composita ex tribus; ex AE ad BF, ex BF ad CG, & ex CG ad DH. Et CG ad DH, cum AE ad BF est mi-



Cap. III.

est minus dimidio ipsius AE ad DH, defectu simplo. Ergò BF ad CG est plus dimidio ipsius AE ad DH, excessu simplo. Sed proportio GK ad FL erat etiam plus quàm dimidia ejusdem AE ad DH, verùm excessu duplicato. Duplicatus verò excessus est major simplo. Ergo proportio motuum GK ad FL est major, proportione intervallorum respondentium, BF ad CG.

Eodem planè modo demonstratur etiam è contrario, si planetæ appropinquent invicem in ⨅G. F, ultra distantias medias in H. E. sic ut proportio mediarum distantiarum DH. AE, amittat plus dimidio; tunc motuum GK ad FL proportionem, fieri minorem proportione suorum intervallorum BF ad CG. Nihil enim ultrà faciendum, quàm ut mutes voces, *Major* in *Minor*, *Plus* in *Minus*, *Excessus* in *defectus*; & vicissim.

In appositis numeris, quia dimidia de 4. 9. est 2. 3. & 5. 8. est adhuc major quàm 2. 3. quantitate excessus 15. 16; & verò proportionis 8. ad 9 dupla facta est proportio 1600. ad 2025. id est 64. ad 81; et proportionis 4. ad 5. dupla est facta proportio 3456 ad 5400, id est 36 ad 25. denique proportionis 4 ad 9. sesquipla est facta proportio 1600 ad 5400, id est 8. ad 27: ideò etiam proportio 2025 ad 3456, hoc est 75. ad 128, adhuc major est, quàm 5 ad 8, hoc est 75. ad 120. quantitate excessus itidem (120 ad 128. id est) 5 ad 16. Ut ita *proportio motuum Convergentium 2025 ad 3456, tanto superet proportionem eversam intervallorum respondentium 5 ad 8. quantò hæc superat dimidium proportionis Orbium 4 ad 9.* Vel quod eodem redit, *Proportio duorum intervallorum convergentium, est media inter dimidiam Proportionis Orbium, & inter eversam Motuum respondentium.*

Ex hoc autem datur intelligi, *Motuum divergentium proportionem, esse multò majorem sesquialterâ proportionis orbium*; cùm ad sesquialteram accedant duplæ proportionum, intervalli Aphelij ad intervallum medium, & medij ad perihelium.

CAPVT IV.

Quibus in rebus ad motus Planetarum pertinentibus, expressæ sint a Creatore proportiones Harmonicæ, & quomodo?

IGitur ablata phantasia retrogradationum & stationum, & enucleatis planetarum proprijs motibus, in suis genuinis Orbitis eccentricis, restant adhuc hæc in planetis distincta, 1. Intervalla à Sole. 2. Tempora periodica. 3. Arcus eccentrici diurni. 4. Moræ in ijs arcubus diurnæ. 5. Anguli ad Solem seu arcusdiurni apparentes veluti spectantibus ex Sole. Rursumque, omnia hæc (exceptis Temporibus periodicis) sunt variabilia toto circuitu, plurimùm quidem in longitudinibus medijs, minimùm verò in extremitatibus, quan-

quando conversione facta ab earum una, revertuntur ad oppositam; ut cùm est Planeta humilimus & Soli vicinissimus, eóque in uno gradu Eccentrici moratur quàm minimum, & vicissim in una die maximum arcum Eccentrici diurnũ conficit, & velocissimo ex Sole apparet: tunc illius motus manet aliquandiu in hoc vigore, sine sensibili variatione: donec superato pihelio planeta paulatim inceperit à Sole discedere in lineâ rectâ longiùs; tunc simul & in gradibus Eccentrici moratur diutius: aut si unius diei motum consideres, sequenti quoque die proficit minùs, multoq; etiam tardior ex Sole apparet: donec summæ Apsidi appropinquaverit, faciens intervallum à Sole maximum; tunc enim & diutissimè omnium moratur in uno gradu Eccentrici; aut contrà, in unâ die minimum ejus arcum conficit, multoq; etiam minorem & totius ambitus sui minimam facit apparentiam. CAP. IV

Deniq; hæc omnia sunt vel unius alicujus Planetæ per diversa tempora; vel sunt in planetis diversis; sic ut suppositâ temporis infinitate, omnes affectiones circuitus unius planetæ, cum omnibus affectionibus circuitus alterius planetæ, eodem temporis momento concurrere & comparari possint: & tunc integri quidem Eccentrici, inter se comparati, proportionem habent eandem, quam ipsorum semidiametri, seu intervalla mediocria; arcus verò Eccentricorum duorum, æqualiter vel eodem numero denominati, habent tamen inæquales veras longitudines in proportione totorum Eccentricorum. Verbi causa, gradus unus in Sphæra Saturni duplo ferè major est, quàm gradus unus in Sphæra Jovis. Et vicissim, arcus diurni Eccentricorum expressi numeris astronomicis, non exhibent proportionem verorum itinerum, quæ globi in una die conficiunt per auram ætheream, quia singulæ unitates denotãt in ampliori circulo Planetæ superioris, itineris particulam majorem, in angustiori verò circulo inferioris, particulam minorem. Ut sic hæc iam accedat considerationis pars sexta, de Itineribus binorum Planetarum diurnis,

Primùm igitur sumamus secundum ex positis; Tempora scilicet periodica Planetarum: quæ continent summas collectas ex omnibus Moris omnium Graduum totius ambitus, longis, mediocribus, parvis. Et deprehensum est ab antiquo ad nos usque, quòd Planetæ circa solem reditus suos absolvant, ut sequitur in Tabellâ.

	Diebus	Diei scrupulis.	Ergò diurni medii Min.	Sec.	Tert.
Saturnus	10769.	12	2.	0.	27.
Iupiter	4332.	37	4.	59.	8.
Mars	686.	59	31.	28.	31.
Tellus cũ Luna	365.	15	59.	8.	11.
Venus	224.	42	96.	7.	39.
Mercurius	87.	58	245.	32.	25.

CAP. IV

In his igitur periodicis temporibus harmonicæ proportiones nullæ sunt, quod facilè apparet, si periodi majores continuè bisecentur, minores continuè duplicentur, ut dissimulatis Diapasón intervallis, ea quæ sunt intra unum Diapasón, exquirere possimus.

	Saturni	*Iovis*	*Martis*	*Telluris.*	*Veneris.*	*Mercurij*	
	10759.12					87.58	
di-	5379.36	4332.37				175.56	*Du-*
mi-	2689.48	2166.19			224.42	175.56	*pla.*
di-	1344.54	1083.10	686.59	365.35	449.24	351.52	
a	672.27	541.35					

Omnes ultimi, ut vides, abhorrent à proportionibus harmonicis, videnturq; similes ineffabilibus. Capiat enim numerus dierum Martis 687. mensuram 120, quæ est divisionis Chordæ; venient in hac mensurâ Saturno, pro parte sedecimâ, paulò plus quàm 117; Jovi pro parte octavâ, minus quàm 95; Telluri minus quàm 64; Veneri pro duplo, plus quàm 79; Mercurij quadruplo, 61 plus. Arqui hi numeri cum 120. non faciunt ullam proportionem harmonicam, sed eorum vicini, 60. 75. 80. 96. Ita qualium Saturnus habet 120; Jupiter habet ferè 97; Tellus supra 65. Venus plusquàm 80; Mercurius minus quàm 63. Et qualium Jupiter habet 320; Terra habet minus quàm 81; Venus minus quàm 100; Mercurius minus quàm 78. Qualium item Venus habet 120: Terra habet minus quàm 98. Mercurius plus quàm 94. Qualium denique Terra habet 120; Mercurius habet minus quàm 115. Quòd si valuisset hic libera proportionum electio: omninò perfectæ Harmoniæ, non verò, excedentes & deficientes sumptæ fuissent. Non deprehenditur igitur Creator Deus inter has morarum summas collectas in Tempora periodica, voluisse introducere proportiones harmonicas.

Proportio inter se globorum Planetariorum

Ac cùm sit conjectura probabilissima (quippe nixa demonstrationib⁹ Geometricis, & doctrinâ de causis motuum Planetariorum, traditâ in comentarijs Martis;) Planetarum moles corporum, esse in proportione periodicorum Temporum, sic ut Saturni globus sit trigecuplo circiter major, globo Telluris; Jupiter duodecuplo, Mars minùs duplo; Terra globi Veneris sesquialtero major, Mercurialis globi quadruplo major: non erunt igitur neque hæ proportiones corporum harmonicæ.

Cùm autem Deus nihil sine Geometricâ pulchritudine constituerit, quod non ab alio priore, quadam necessitatis lege sit nexum; facilè colligimus, temporibus periodicis suas venire prolixitates, adeòque & Corporibus mobilibus suas moles, ab aliquo, quòd est in Archetypo prius; ad quod exprimendum, istæ, ut videntur improportionatæ moles & periodi, sunt in hunc modulum aptatæ. At collectas esse dixi Periodos ex Moris, longissimis, mediocrib⁹, & tardissimis: oportet igitur vel in his Moris, vel si quid est ijs priùs in Mente Opificis, inveniri conciliates Geometricas. Morarum verò proportiones nexæ sunt ab arcuum diurno-

diurnorum proportionibus; quia arcus proportionem eversam habent proportionis Morarum. Rursum, & Morarum & Intervallorum unius alicujus Planetæ proportiones, diximus esse easdem. Quòd igitur attinet Planetas singulos, una & eadem erit consideratio trium horum, Arcuum, Morarum in Arcubus æqualibus, & Remotionis arcuum à Sole, seu Intervallorum. Et quia jam variabilia sunt hæc omnia in Planetis: dubium nullum esse potest, quin si quid fuerint sortita pulchritudinis Geometricæ, certo summi Opificis consilio; id suis Extremis acceperint, ut Aphelijs & Perihelijs intervallis; non ita Medijs interjectis. Nam datis extremorum intervallorum proportionibus, jam non opus est consilio, ut intermediæ proportiones certo aptentur numero; sequuntur enim ultrò, necessitate motus planetarij ab uno Extremo, per intermedia omnia, ad Extremum alterum.

Igitur extrema intervalla sunt ista, per accuratissimas Tychonis Brahei observationes, methodo in Commentarijs Martis traditâ, exquisita, pertinacissimo septendecim annorum studio.

Comparata Intervalla cum Harmonicis

Binorum			*Singulorum propr.*
Converg	Diverg:	*Saturni Aphel.* 10052. a	*Plus tono minore* $\frac{10000}{9000}$
a 2 / d 1	b 5 / c 3	*Perihelium* 8968. b	*Min° tono majore.* $\frac{10000}{8935}$
		Iovis Aphelium 5451. c	*Nulla concinna proportio*
c 4 / f 1	d 3 / e 1	*Perihelium* 4949. d	*sed ferè* $\frac{11}{10}$ *Inconcinna*
			vel dim. de harmonica $\frac{6}{5}$
		Martis Aphelium 1665. e	*Hic* $\frac{1665}{1388}$ *esset Harmonica* $\frac{6}{5}$
e 5 / h 3	f 27 / g 20	*Perihelium* 1382. f	& $\frac{1665}{1332}$ *esset* $\frac{5}{4}$
		Terræ Aphelium 1018. g	*Hic* $\frac{1020}{980}$ *esset diesis* $\frac{25}{24}$
		Perihelium 982. h	*non possidet ergò diesin*
g 1 / h 1 *semis sc.* $\frac{1000}{7071}$	h 27 / i 20		
		Veneris Aphel. 729. i	*Minus quàm sesquicomma*
		Perihelium 719. k	*plus quam tertia pars diesios.*
i 12 / m 5	k 243 / l 160	*Saturni Aphel.* 470. l	*Plus quam diapente abun-*
		Perihelium 307. m	*dans* $\frac{243}{160}$ *minus quàm Harmonica* $\frac{8}{5}$

Nullius igitur Planetæ unius intervalla Extrema ad Harmonias alludunt, præter Martis & Mercurij.

At si diversorum Planetarum intervalla extrema inter se compares: jam affulgere incipit aliqua lux Harmonices. Nam Extrema ♄ & ♃ divergentia, faciunt paulò plus quàm Diapason; Convergentia, medium inter Sextas majorem & minorem. Sic Extrema ♃ & ♂ Divergẽtia complectuntur ferè Disdiapason, Convergẽtia ferè Diapente cum diapason. Telluris verò & ♂ Divergentia, plus aliquantò sunt complexa, quàm Sextam majorem, Convergentia Diatessaron abundans. In sequenti copulâ Telluris & ♀ rursum inter Convergentia est idem diatessaron

CAP. IV

abundans, at inter divergentia destituimur Harmonicâ proportione: minor enim est quàm Hemidiapasòn (si ita licet loqui) hoc est, minor quàm semidupla. Denique inter Veneris & Mercurij divergentia, paulo minus interest compositâ ex Diapasòn & tertiâ minore; inter convergentia est Diapente abundans, paulò plus.

Quibus gradibus ad veras harmonias cœlestes perventum.

Analogia inter convexum orbem & circularem lineam eadem, quæ inter solidas figuras & harmonias: eadem etiâ inter corpus & motum corporis

Etsi igitur unum intervallum paulò longiùs abit ab Harmonicis; fuit tamen hic successus invitamentum ad progrediendum ulteriùs. Erant autem hæ meæ ratiocinationes. Primùm intervalla hæc, in quantum sunt longitudines sine motu, non aptè ad Harmonica examinantur, quia Harmonijs magis familiare subjectum est Motus, causâ celeritatis & tarditatis. Deinde, in ijsdem, in quantum sunt diametri Orbium, credibile est, potiorem esse habitam rationem Corporum regularium quinque, ex analogiâ: quia quæ ratio est corporum Geometricorum solidorum, ad cœlestes orbes, undiquaque vel clausos cœlesti materia, ut vult antiquitas, vel claudendos successivè plurimarum gyrationum agglomeratione: eadem est & Planarum figurarum, circulo inscriptilium (quæ figuræ Harmonias gignunt) ad circulos cœlestes motuum, cæteraque spacia, in quibus fiunt motus. Ergò si quærimus Harmonias, quæramus eas non in his intervallis, ut sunt semidiametri Orbium; sed in illis, ut sunt mensuræ motuum, hoc est, in ipsis potiùs motibus. Sanè intervalla non alia possunt accipi, pro semidiametris Orbium, quàm Mediocria; nos verò hic de Extremis agimus intervallis. Non agimus igitur de intervallis respectu suorum orbium, sed respectu motuum.

His igitur de causis cùm ad motuum extremorum comparationem transivissem; primùm manserunt magnitudine eædem motuum proportiones, quæ priùs erant intervallorum, tantummodò eversæ; quare etiam inter motus inventæ sunt proportiones aliquæ, ut priùs, inconcinnæ, & ab Harmonijs alienæ. Id verò rursum ratus sum meritò mihi evenire; quippe qui comparem inter se arcus Eccentrici, qui neque sint expressi & numerati mensurâ magnitudinis ejusdem; sed numerentur gradibus & minutis, quæ sunt in planetis diversis magnitudinis diversæ; neque etiam faciant apparentiam ullibi tantam, quantum dicit numerus cujusque: nisi tantùm in centro Eccentrici cujusque, quod nullo corpore est suffultum, ac proinde etiam incredibile est, sensum vel instinctum naturalem in illo mundi loco ullum esse, apparentiæ hujus capacem; imò & impossibile, siquidem comparabam diversorum planetarum arcus Eccentricos, causâ suæ apparentiæ in centris suis, quæ diversi obtinêt diversa: comparatæ verò diversæ apparentes magnitudines, in uno debebât Mundi loco sic apparere; ut id quod facultatem habet comparandi illa; sit in illo communis apparentiæ loco præsens. Aut igitur removendam ex animo censui apparentiam horum arcuum eccentricorum, aut aliter informandam. Quòd si removerem apparentiam, & mentem ad ipsa diurna Planetarum itinera attenderem; vidi utendum esse præcepto illo, quod superiori capite Numero IX. tradidi. Multiplicatis igitur arcubus Eccentricorum diurnis in Orbium intervalla Mediocria, prodierunt hæc itinera.

Arcus

	Diurni Prim. Sec.	Intervalla mediocria	Itinera diurna.
Saturni Aphelij	1. 53.		1065
Perihelij	2. 7.	9510.	1208
Iovis Aphelij	4.44		1477
Perihelij	5.15.	5200.	1638
Martis Aphelij	28.44.		2627
Perihelij	34. 34.	1524.	3161
Telluris Apheliæ	58. 6.		3486
Perihelæ	60. 13.	1000.	3613
Veneris Apheliæ	95. 29.		4149
Perihelæ	96. 50.	724	4207
Mercurij Aphelij	201. 0.		4080
Perihelij	307. 3.	388.	7148

CAP. IV

Ita Saturnus vix septimã partem cõficit, itineris Mercurialis sitque quod Aristoteles lib. II. de cœlo rationi consentaneum ceusuit, ut semper is, q Soli propior, minus spatium cõficiat, quã qui remotior: quod in antiqua astronomia obtineri non potest.

Quod igitur attinet singulorum itinera diurna, proportiones ijs comprehensas oportet easdem magnitudine esse, quæ priùs fuerunt in intervallis, sed specie eversas: quia arcus Eccentrici, ut dictum, habent suorum intervallorum à Sole proportionem eversam.

Itinera verò binorum extrema vel diversa vel conversa si consideremus, multò minus harmonicum quicquam apparet, quàm priùs, cùm ipsos arcus considerassemus.

Et sanè si rem pensitemus diligentiùs, apparebit, non valde verisimile esse, Creatorem sapientissimum Harmonias inter ipsa potissimum itinera Planetaria procurasse. Nam si sunt Harmonicæ proportiones itinerum: erunt reliqua omnia, quæ habent planetæ, coacta, & ex itineribus nexa, ut non sit locus alibi procurandi Harmonias. At cui bono Harmoniæ inter itinera; aut quis has harmonias percipiet? Duo sunt, quæ nobis harmonias in rebus naturalibus patefaciunt, vel lux vel sonus: illa per oculos, sensusve occultos oculis analogos, hic per aures, recepti; quas species occupans mens, sive instinctu (de quo lib. IV. abunde) sive per ratiocinationem Astronomicam vel Harmonicam, dijudicat concinnum ab inconcinno. Jam soni in cœlo nulli existunt, nec tam turbulentus est motus; ut ex attritu auræ cœlestis eliciatur stridor. Restat lux: si hæc docere debet de itineribus Planetarum; docebit vel Oculos, vel sensorium ijs analogon, situm in certo loco; & ut statim ipsa per se lux edoceat, coram videtur adesse oportere sensum. Erit igitur sensus in toto Mundo; scilicet ut unus & idem omnium Planetarum motibus simul adsit. Nam illa via, ab observationibus, per longissimas Geometriæ & Arithmeticæ ambages, per proportiones orbium & cætera antea discenda, usque ad itinera hæc ipsa, traducta, nimis est longa pro instinctu aliquo naturali, cujus movendi causâ harmonias introductas esse consentaneum videtur.

CAP. IV

Omnibus igitur in unum conspectum coactis, concluſi rectè, dimiſſis veris itineribus Planetarum per auram ætheriam, oportere nos oculos convertere ad Apparentes arcus diurnos, & apparentes quidem omnes ex uno certo & inſigni Mundi loco, ſcilicet ex ipſo corpore Solari, fonte Motus omnium Planetarum; videndumque, non quàm altus à Sole ſit Planetarum quilibet, nec per quantum ſpacium in unâ die trajiciat; hoc enim ratiocinativum eſt & aſtronomicum, non inſtinguibile: ſed quantum angulum in ipſo ſolis corpore diurnus cujusque motus ſubtendat, vel quantum arcum ſub uno communi circulo, ex Sole deſcripto, qualis eſt Ecliptica, quolibet die conficere videatur; ut ita hæc apparentia, beneficio luminis ad corpus Solis perlata, cum ipſo lumine rectâ in creaturas, inſtinctus hujus participes, ſic influere poſſit: ſicut libro quarto, ſchema cœli in fœtum, beneficio radiorum diximus influere.

Docet igitur Aſtronomia Tychonica, (remotis à planetario motu proprio, parallaxibus orbis annui, quæ ſpeciem ipſis induit ſtationum & retrogradationum) motus diurnos Planetarum in ſuis orbitis (apparentes veluti ſpectantibus ex Sole) eſſe hoſce.

Apparentes diurni

Harmonia binorum			diurni. *Prim. Sec.*	*Harmoniæ ſingulorum propria* *Prim. Sec.*	
Diver.	*Conv.*				
a 1	b 1	♄ Aphelius	1. 46. a.	Inter 1. 48	est 4/5 Tertia
		Perihelius	2. 3 5. b.	& 2. 15.	major.
d 3	c 2	♃ Aphelius	4. 30. c.	Inter 4. 35.	est 5/6 Tertia minor.
c 8	d 1	Perihelius	5. 30. d.	& 5. 50.	
f 1	e 5	♂ Aphelius	26. 14. e.	Inter 25. 21.	est 2/3 Diapente
e 5	f 2	Perihelius	3. 81. f.	& 38. 1.	
h 12	g 3	Tel. Aphelius	57. 3. g	Inter 57. 28.	est 15/16 Semitonij
g 3	h 5	Perihelius	61. 18. h	& 61. 18.	
k 5	i 8	☿ Aphelius	94. 50. i.	Inter 94. 50.	est 24/25 Diesis
i 1	k 3	Perihelius	97. 37. k.	& 98. 47.	
m 4	l 5	☾ Aphelius	164. 0. l.	Inter 164. 0.	est 5/12 Diapaſon cum tertia minore
		Perihelius	384. 0. m.	& 394. 0.	

Nota, quòd Mercurij magna Eccentricitas, faciat motuum proportionem nonnihil differre à duplicatâ diſtantiarum proportione. Nam ſi feceris, ut 100. mediocrem diſtantiam, ad 121. Apheliam, duplo tantam proportionem motus Aphelij, ad motum medium 245 *m.* 32 *ſ.* tunc prodit motus aphelius 367. & ſi, ut 100 ad 79. diſtantiam perihelium; duplo tantam proportionem motus perihelij ad mediocrem eundem; Perihelius motus fiet 393. utrinque major, quam hic poſui; quia ſcilicet medius motus in Anomalia media valde ex obliquo inſpectus, non apparet tantus, ſc. non 245 *m.* 32 *ſec.* ſed minor, circiter 5. ſcrupu-

scrupulis; ergo etiam Aphelius & Perihelius minores elicientur. Minùs autem Aphelius, & plùs perihelius, propter Th. Opt. Eucl. ut cavi CAP. IV. capite præcedenti, Numero VI.

Quòd igitur inter hos apparentes motus singulorum extremos essent Harmoniæ, & Concinna intervalla, id vel ex proportionibus diurnorum arcuum eccentricorum, suprà relatis, potui præsumere animo: cùm viderem ibi passim semisses regnare proportionum harmonicarum; scirem verò, apparentium motuum esse duplam proportionem, proportionis motuum eccentricorum. Sed datur experientiâ ipsâ, vel sine ratiocinatione, quod affirmatur, comprobare; ut vides in tabellâ proximâ. Valdè n. propè ad harmonias accedunt proportiones apparentium motuum singulorum; sic ut Saturnus & Jupiter paulo admodum plus quàm Tertias complectantur, Majorem & Minorem: excessus illic 53. 54. hic 54. 55. aut minus, sc. sesquicommata ferè; Terra paulò admodum, scilicet 137. 138. vix semicommate, plus quàm semitonium; Mars aliquanto (scilicet 29. 30. quod ad 34. 35. vel 35. 36. accedit) minus quàm Diapente; Mercurius supra Diapason, propiùs obtinet Tertiam Minorem, quàm Tonum, minus sc. habet per 58. 59. circiter, quod est circiter duo commata, scilicet fere 34. 35. vel 35. 36. Sola Venus minus aliquid obtinet, quàm sunt omnia concinna, ipsaque adeò Diesis: est enim proportio ejus inter duo & tria comata, superatque bessem Dieseos, existens circiter 34 35. ferè 35. 36. comate diminuta Diesis.

In hanc considerationem etiam Luna venit: Nam deprehenditur ejus Apogææ motu horarius in Quadris, omnium sc. tardissimus, 26 pr. 26 sec. Perigææ in Copulis, omnium scilicet velocissimus, 35 pr. 12 sec. quâ ratione formatur exactissimè Diatessaron. Nam pars tertia de 26. 26 est 8. 49. - cujus quadruplum est 35. 15. - Et nota, quòd Harmonia Diatessaron inter motus apparentes alibi nusquam inveniatur: nota etiam analogiam Quartæ in Harmonijs, cum Quadra in Phasibus. Hæc itaque inveniuntur in motibus singulorum.

At in binorum inter se collatorum Planetarũ motibus extremis, clarissimus sol Harmoniarum cœlestium statim ad primum aspectum enititur, sive diversos motus extremos inter se compares, sive conversos. Nam inter conversos Saturni & Jovis, proportio est exactissimè dupla, seu Diapason; inter diversos, paulò admodùm amplius quam tripla, seu Diapason cum Diapente. Nam de 5 pr. 30 sec. tertia pars est 1 pr. 50 sec. cùm Saturnus pro eo habeat 1 pr. 46 sec. Igitur Planetaria habet plùs unam Diesin, aut paulò quid minus sc. 26. 27. vel 27. 28: & minus unico Secundo ad Aphelium ♄ accedente, excessus erit 34. 35. quanta est motuum extremorũ ☿. Inter Jovis & Martis diversos & conversos regnant Trisdiapason, & Disdiapason epidiatrion, non perfectè. Nam pars octava de 38 pr. 1 sec. est 4 pr. 45 sec. cùm Jupiter habeat 4 pr. 30 sec. quos inter numeros adhuc interest 38. 19. quod est medium inter 35. 16 & 24. 25. Semitonium & Diesin, scilicet proximè perfectum Limma 128. 125. Sic pars quinta de 26 pr. 14 sec. est 5 pr. 15 sec. cum Jupiter habeat 5 pr. 30 sec. deest igitur hic proportioni quintuplæ circiter 21. 22, quantum prius altera abundabat, ferè sc. Diesis 24. 25. Propiùs accedit Har-

Quæ Harmoniæ inter binorũ conversos & diversos motus.

Vide libr. III. Cap. IV. fol. 20

CAP. IV

Harmonia 5. 24. quæ ad Diſdiapaſon pro majori Sextâ adſciſcit minorem. Nam de 5. 30. quinta pars eſt 1, 6, quæ ſumpta vicies quater, conſtituit 26. 24. cum quo 26. 14. non plus quam ſemicomma facit. Mars cum Tellure minimam proportionem ſortitus eſt, exactiſſimè ſeſquialteram, ſeu Diapente: nam pars tertia de 57 *pr.* 3 *ſec.* eſt 19 *pr.* 1 *ſec.* cujus duplum 38 *pr.* 2. *ſec.* quem ipſiſſimum numerum habet Mars, ſc. 38 *pr.* 1 *ſec.* Majorem illi proportionem ſortiti ſunt Diapaſon cum Tertia minori 5. 12. paulò imperfectiùs. Nam pars duodecima de 61 *pr.* 18 *ſec.* eſt 5 *pr.* 6 ſem. *ſec.* quæ ſumpta quinquies, fit 25 *pr.* 33 *ſec.* cùm pro eo Mars habeat 26 *pr.* 14 *ſec.* Deeſt igitur diminuta Dieſis circiter, ſc. 35. 36. Tellus verò & Venus communes ſortiti ſunt harmonias, maximam 3. 5. minimam 5 8. Sextas, majorem & minorem, rurſum non perfectiſſimè. Nam pars quinta de 97 *pr.* 37 *ſec.* eſt 19 *pr.* 31 *ſec.* & hujus triplum fit 58 *pr.* 34 *ſec.* quod eſt motu Telluris Aphelio plus per 34. 35. quod eſt ferè 35. 36. tantum ſuperat Harmonicam Planetaria. Sic pars octava de 94 *pr.* 50 *ſec.* eſt 11 *pr.* 51 *ſec.* cujus quintuplum eſt 59 *pr.* 16 *ſec.* quod eſt quàm proximè æquale medio motui Telluris; quare hic minor eſt planetaria harmonicâ per 29. 30. vel 30. 31, quod eſt rurſum ferè 35. 36. Dieſis diminuta; adeòque appropinquat hæc minima illorum proportio, Harmoniæ Diapente: pars enim tertia de 94 *pr.* 50 *ſec.* eſt 31 *pr.* 39 *ſec.* cujus duplum 63 *pr.* 14 *ſec.* à quo deficit perihelius Telluris motus 61 *pr.* 18 *ſec.* particulâ 31. 32. ut exactè Planetaria medium teneat inter vicinas Harmonicas. Denique Venus & Mercurius ſortiti ſunt proportiones, maximam Diſdiapaſon, minimam Sextam duram; nec has planè perfectiſſimè. Nam pars quarta de 384. eſt 96 *pr.* 0 *ſec.* cùm Venus habeat 94 *pr.* 50 *ſec.* accedit igitur Quadruplæ, unum comma circiter. Sic quinta pars de 364 *pr.* eſt 72 *pr.* 48 *ſec.* quæ ter ſumpta facit 98 *pr.* 24 *ſec.* cùm Venus habeat 97 *pr.* 37 *ſec.* ſuperat igitur Planetaria beſſe commatis circiter, hoc eſt 126. 127.

Hæ ſunt igitur Harmoniæ Planetis inter ſe diſtributæ; nec eſt ulla ex præcipuis comparationibus (convergentium ſcilicet, & divergentium extremorum motuum) quæ non adeò prope Harmoniam aliquam veniat, ut ſi vel chordæ ſic eſſent tenſæ, aures imperfectionem haud facilè diſcreturæ fuerint, excepto illo exceſſu unius inter Jovem & Martem.

Quæ Harmoniæ inter ejuſdē plagæ motus binorum.

Sequitur autem, ut neque tunc multùm aberraturi ſimus ab Harmonijs, ſi motus ejuſdem plagæ comparemus. Additâ namque Saturni 4. 5. cum 53. 54. ad intermediam 1. 2. conflatur 2. 5. cum 53. 54. quod eſt inter Aphelios motus ♄ 4. Adde Iovis 5. 6. cum 54. 55, colligitur 5. 12. cum 54. 55. quod eſt inter Perihelios Saturni Iovis. Sic adde Iovis 5. 6. cum 54. 55. ad intermediam ſequentem 5. 24. min^{a} 157. 158, prodit 5. 6 min^{a} 35. 36. inter aphelios; adde ad eandem 5. 24. min^{a} 157. 158. ♂ 2. 3. minus 29. 30, prodit 5. 36. minus 24. 25. circiter, id eſt 325. 864. vel 1. 7. ferè, inter perihelios: hoc quidem inconcinnum adhuc ſolum eſt. Ad tertiam ex intermedijs 2. 3. adde Martiam 2. 3. minus 29. 30, provenit 4. 9. minus 29. 30, id eſt 40. 87, inconcinnum alterum inter Aphelios; ſi pro Martia Terream 15. 16. addideris plus 137. 138., creabis 5. 8. plus

137. 138

137. 138. inter perihelias. Et ad quartam intermediarum 5. 8. minus 50. 33. vel 2. 3. plus 31. 32, si Telluris 15. 36. cum 137. 138. addideris, colliges quàm proximè 3. 5. inter aphelios motus Telluris & Veneris. Nam pars quinta de 94 *prim.* 50 *secund.* est 18 *prim.* 58 *secund.* cujus triplum est 56 *prim.* 54 *secund.* cum Tellus habeat 57 *pr.* 3 *sec.* Ad eandem si Veneris 34. 35. addideris, accumulas 5. 8. inter perihelios. Nam pars octava de 97 *pr.* 37 *sec.* est 12 *pr.* 12 *sec.* quæ sumpta quinquies fœnerat 61 *pr.* 1 *sec.* cum Tellus habeat 61 *pr.* 18 *sec.* CAP. IV.

Denique ad ultimam intermediarum 3. 5. cum 126. 127, si addideris Veneriam 34. 35, componetur 24. 25. ultra 3. 5. & fit dissonum intervallum ex utroque compositum inter aphelios. Sin autem addideris Mercurialem proportionem 5. 12. minus 38. 39; jam de 1. 4. seu Disdiapason decedet quàm proximè Diesis integra, pro proportione inter motus perihelios.

Perfectæ igitur inveniuntur Harmoniæ, inter Saturni & Jovis convergentes, Diapason; inter Jovis & Martis convergentes, Diapason cum Tertiâ molli ferè; inter Martis & Telluris convergentes, Diapente; inter eorum perihelios Sexta mollis; inter Telluris & Veneris aphelios Sexta dura, inter perihelios Sexta mollis; inter conversos extremos Veneris & Mercurij Sexta dura: inter divergentes vel etiam inter perihelios, Disdiapason: adeò ut sine damno Astronomiæ omnium subtilissimè ex observationibus Braheanis extructæ, residua exilissima discrepantia consumi posse videatur; præsertim in motibus Veneris & Mercurij.

Notabis autem, ubi non est Harmonia Major perfecta, ut inter Jovem & Martem: ibi solùm proximè perfectam deprehendi interlocationem figuræ solidæ, cùm perihelia Jovis distantia sit proximè tripla apheliæ Martis; ut ita hæc biga perfectam Harmoniam, quam non habet in motibus, affectet in intervallis. Notabis amplius, Planetariam Saturni & Jovis majorem, excedere Harmonicam, scilicet Triplam, quantitate ferè tantâ quanta est Veneris propria; & tantùdem ferè deesse communi majori Martis & Telluris, tantundem & duabus communibus, extremorum Telluris & Veneris, convergentium & divergentium. Notabis tertiò, ferè in superioribus esse Harmonias stabilitas inter convergentes: at in inferioribus, inter motus ejusdem plagæ. Nota & quartò, inter Saturni & Telluris aphelios, esse proximè quinque Diapason; nam pars triceſima secunda de 57 *prim.* 3 *secund.* est 1 *prim.* 47 *sec.* cùm aphelius Saturni habeat 1 *pr.* 46 *sec.*

Porrò magnum discrimen interest inter explicatas singulorum Planetarum Harmonias, & inter junctorum. Nam illæ quidem eodem temporis momento existere non possunt, hæ verò omninò possunt: quia idem Planeta, versans in suo Aphelio, non simul potest esse & in opposito Perihelio: at duorum Planetarum alter in suo Aphelio, alter in suo Perihelio possunt esse eodem temporis momento. Adeòque quæ proportio est Cantus simplicis seu Monodiæ, quam Choralem Musicam dicimus, & quæ sola Veteribus fuit

cognita, ad cantum plurium vocum; Figuratum dictum, inventum proximorum sæculorum: eadem est proportio Harmoniarum, quas singuli designant Planetæ, ad Harmonias junctorum. Itaque jam porrò; Cap. V. & VI. singuli planetæ comparabuntur cum Musica Chorali veterum, ejusque proprietates in planetarum motibus ostendentur; at capitibus sequentibus, juncti planetæ, cum figuratâ modernâ Musicâ paria facere demonstrabuntur.

CAPVT V.

In Proportionibus motuum Planetariorum apparentium (ex Sole veluti spectantibus) expressa esse Loca Systematis, seu Claves Scalæ Musicæ, & genera cantus, Duri & Mollis.

Quod igitur inter hos duodecim terminos seu Motus, Planetarum sex, solem circumcurrentium, sursum deorsum, & quaquaversùm stent proportiones Harmonicæ, aut talibus intra insensilem partem Concinni minimi proximæ, probatum est hactenus, per numeros hinc ex Astronomia, inde ex Harmonicâ petitos. Quemadmodum verò libro tertio primùm Harmonicas proportiones seorsim singulas eruimus capite primo; tunc demum capite secundo, eas omnes, quotquot erant, in unum commune Systema seu Scalam Musicam compegimus, imò potiùs unam earum Diapason, quæ cæteras potestate complectitur, per illas cæteras in gradus seu Loca sua divisimus, eâque, re ut Scala esset, effecimus: sic nunc quoq; inventis Harmoniis, quas Deus ipse in Mundo incorporavit, sequitur ut videamus, num ita singulæ stent seorsim, ut nullam cum reliquis cognationem habeant; an verò omnes inter se consentiant? Quanquàm facile est vel sine ulteriori inquisitione concludere: Harmonias istas summo consilio sic invicem aptatas esse, ut intra unam veluti compagem sese mutuò ferant; nec una aliam elidat: quippe cùm videamus, in tam multiplici comparatione eorundem terminorum, nusquam non occurere Harmonias. Nisi enim omnes omnibus aptatæ essent in unam Scalam; facilè fieri potuisset (& factum est passim, necessitate sic urgente) ut plures dissonantiæ existerent. Ut si quis

inter primum & secundum terminum constitueret Sextam majorem,
inter secundum & tertium, Tertiam itidem majorem, sine respectu
prioris; hic inter primum & tertium admitteret dissonantiam & intervallum inconcinnum 12. 25.

Age ve-

Age verò videamus, an quod jam ratiocinando collegimus, id reipsa sic inveniatur. Cautiones tamen aliquas præmittamus, quo minus impingamus in progressu. Primùm superfluitates illas, vel defectus, semitonio minores, in præsens dissimulare oportet; nam quas illæ causas habeant, posteà videbimus. Deinde duplicatione vel contrariâ bisectione continuâ motuum, redigemus omnia intra Systema unius Octavæ, propter Identisonantiam omnium Diapason. CAP. V.

Igitur Numeri, quibus systematis Octavæ Loca seu Claves omnes exprimuntur, capite octavo Libri tertij, folio 47. in tabella expositi sunt: quos numeros scilicet intellige de binarum chordarum longitudine. Per consequens igitur, celeritates motuum, erunt inter se in proportionibus eversis.

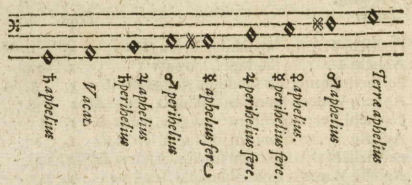
Comparentur nunc motus Planetarum in partibus continuè subduplis. Est igitur

Motus	*Prim.*	*Sec.*
Perihelij ☿ septimùm subdupla, seu 128va	5.	0.
Aphelij ☿ sextùm subdupla, seu 64ta	2.	34.-
Perihelij ♀ quintùm subdupla, seu 32da	3.	3. +
Aphelij Veneris quintùm subdupla, seu 32da	2	58.-
Perihelij Terræ quintùm subdupla, seu 32da	1.	55.-
Aphelij Terræ quintùm subdupla, seu 32da	1.	47.-
Perihelij Martis quartùm subdupla, seu 16da	2.	23.-
Aphelij Martis tertiùm subdupla, seu 8va	3.	17.-
Perihelij Jovis subdupla	2.	45.
Aphelij Jovis subdupla,	2.	15.
Perihelius Saturni	2.	15.
Aphelius Saturni	1.	46.

Signet jam Saturni tardissimi motus aphelius, id est, tardissimus, locum Systematis gravissimum *G.* numero 1 *prim.* 46 *secund.* Eundem igitur signabit & Telluris aphelius, sed quinque Diapason altiùs, quia ejus numerus est 1 *prim.* 47 *secund.* & quis ausit in Saturni aphelio motu de uno Secundo contendere? Esto tamen; differentia non erit major, q. 106, 107, quod est commate minus. Hujus 1 *pr.* 47 *sec.* quartam partem 27 *sec.* si addideris, conficietur 2 *pr.* 14 *sec.* cùm Saturni perihelius habeat 2 *pr.* 15 *sec.* Jovis aphelius similiter, sed altiùs uno Diapason. Igr hi duo motus signant Clavem ♄, vel paulò admodum altiores fiunt. Sume de 1 *pr.* 47 *sec.* tertiam 36 *sec.* & adde toti, procreabis 2 *pr.* 23 *sec.* pro Clave *c*: & ecce perihelium Martis, ejusdem magnitudinis, sed per quatuor Diapason altiùs. Eidem 1 *prim.* 47 *secund.* adde & dimidium 54 *sec.*, confiet 2 *pr.* 41 *sec.*, pro Clave *d*: & ecce hîc præstò perihelius Iovis, sed uno Diapason altiùs: numerum enim proximum obtinet, sc. 2 *pr.* 45 *sec.* Si duas tertias addideris, sc. 1 *pr.* 11 *sec.* +: proveniunt 2 *pr.* 58 *sec.* Et ecce aphelium Veneris 2 *pr.* 58 *sec.* Signat igitur hic locum seu Clavem *e*, sed per quinq; Diapason altiùs: nec multùm superat perihelius Mercurij, habens 3 *pr.* 0 *sec.* sed 7. intervallis Diapasôn superiùs. Deniq; divide duplum ipsius 1 *pr.* 47 *sec.* sc. 3 *pr.* 34 *sec.* in novem,

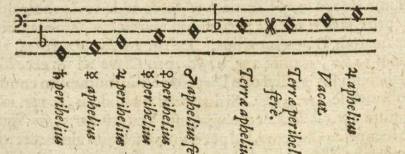
CAP. V. & partem unam 24 *sec.* auferè à toto, restat 3 *pr.* 10 *sec.* + pro clave *f*, quam signat ferè aphelius Martis 3 *pr.* 7 *sec.* sed per tria Diapasòn altiùs, & ipse numerus paulò major justo, appropinquans clavi *fe*. Nam pars sedecima de 3 *pr.* 34 *sec.* scilicet 13 sem. *pr.* ablata à 3 *pr.* 34 *sec.* relinquit 3 *pr.* 20 sem. *sec.* cui proximus est 3 *pr.* 17 *sec.* Et sanè etiam in Musica loco *f*, crebrò adhibetur *fe*, ut videre est passim.

Omnes igitur claves cantus duri, intra una Octavam (exceptâ clave *A*, quæ neque per sectiones Harmonicas Libro III. Cap. II. signabatur) signantur ab extremis Planetarum motibus omnibus, exceptis perihelijs Veneris & Telluris, & aphelio Mercurij, cujus numerus 2 *pr.* 34 *sec.* appropinquat clavi *ce*. Nam auferè à *d.* 2 *pr.* 41 *sec.* partem sedecimam 10 *pr* +. restat 2 *pr.* 30 *sec.* clavi *ce*: ita soli perihelij Veneris & Terræ exulant ab hac Scala, ut vides in tabella.



Contrà si à Saturni motu perihelio 2 *pr.* 15 *sec.* fiat initium scalæ, jubeaturq; is repræsentare clavem *G*: tunc clavi *A* veniunt 2 *pr.* 32 *sec.* g appropinquat valdè aphelio Mercurij: Clavi *b* veniunt 2 *pr.* 42 *sec.* g est proximè perihelius ♃, p æquipollentiam Octavarum: Clavi *c* veniunt 3 *pr.* 0 *sec.* perihelius Mercurij & Veneris proximè: Clavi *d* veniunt 3 *pr.* 23 *sec.* + nec multò est obtusior aphelius Martis, sc. 3 *pr.* 18 *sec.* ut sit hic ferè tanto minor numerus suâ clavi, quanto priùs itidem suâ major erat: Clavi *de* veniunt 3 *pr.* 36 *sec.* quam obit aphelius motus Telluris ferè, Clavi *e* veniunt 3 *pr.* 50 *sec.* estque perihelius Telluris 3 *pr.* 49 *sec.* Jovis verò aphelius rursum tenet *g*.

Hoc pacto claves omnes intra unam octavam cantus mollis, exceptâ *f*, exprimuntur ab aphelijs & perihelijs plerisque planetarum motibus, præsertim ijs, qui priùs erant omissi, ut vides in Tabella:

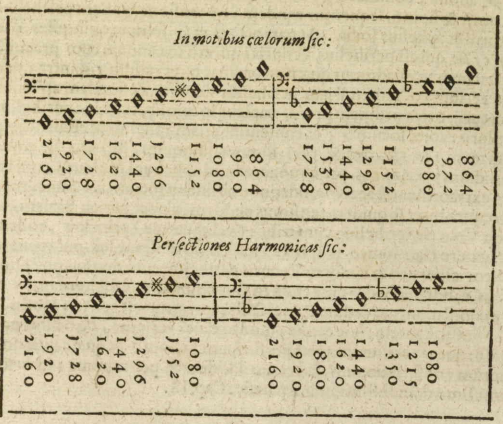


Erat autem prius *fe* signata, *A* omissa: jam *A* signatur, *fe* omittitur; nam sectiones Harmonicæ CAP. II. clavem *f* etiam omiserunt.

Est igi-

CAP. V.

Est igitur in cœlo duplici viâ, & in duobus quasi generibus cantus, expressa scala Musica, seu systema unius Octavæ, cum locis omnibus, per quæ in Musicâ traducitur cantus naturalis. Sola in hoc est differentia, quòd in sectionibus quidem nostris Harmonicis, utraque via conjunctim incipit ab uno & eodem termino *G*; hîc verò in motibus planetarum, qui prius erat ♄, jam in Molli genere fit *G*.



Nam sicut in Musica se habet 2160 ad 1800. vel 6 ad 5. sic in illo systemate, quod cœlum exprimit, se habent 1728 ad 1440, scilicet etiam ut 6 ad 5. & sic de cæteris plerisque

2160 ad 1800. 1620. 1440. 1350. 1080.
Ut 1728 ad 1440. 1296. 1152. 1080. 864.

Jam igitur non amplius miraberis, excellentissimum ordinem sonorum seu graduum in systemate vel scala Musica, constitui ab hominibus: cùm videas, ipsos hac in re nihil aliud, quàm Dei Creatoris simias agere, & ludere veluti drama quoddam ordinationis motuum cœlestium.

Verum supest etiam alius modus, quo duplicem intelligamus in cœlo scalam Musicam; ubi systema quidem idem, tensio verò gemina concipitur, altera ad aphelium motum Veneris, altera ad perihelium: quia hujus planetæ motuum varietas est minimæ quantitatis: ut quæ se continet intra magnitudinem Diesios, Concinni minimi. Et aphelia quidem tensio, ut suprà, habet aphelios motus Saturni, Telluris, Veneris, & ferè Jovis, in *G. e.* ♄, perihelios verò Martis & ferè Saturni, & ut primâ fronte apparet, etiam Mercurij, in *c. e.* ♄: perihelia contrà tensio locum dat etiam aphelijs Martis, Mercurij, & ferè Jovis, peri-

helijs verò Jovis, Veneris, & ferè Saturni; quadamtenus verò etiam
CAP. V. Telluris; & proculdubio etiam Mercurij. Nam esto, ut jam non aphelius Veneris, sed perihelius 3 *pr.* 3 *sec.* locum *e* capiat; ei proximè accedit etiam perihelius Mercurij 3 *pr.* 0 *sec.* per Disdiapason, per finem capitis IV. Hujus verò perihelij ♀, 3 *pr.* 3 *sec.* pars decima, 18 *sec.* ablata, relinquit 2 *pr.* 45 *sec.* perihelium Jovis, obtinentem locum *d*: & pars quindecima 12 *pr.* addita, cumulat 3 *pr.* 15 *sec.* aphelium Martis ferè, obtinentem locum *f*: & sic in ♄, sequentur eandem ferè tensionem etiam perihelius Saturni & aphelius Jovis. At pars octava 23 *sec.* sumpta quinquies, dat 1 *pr.* 55 *sec.* qui est perihelius Telluris; qui etsi in eandem cum præmissis scalam non quadrat, ut quæ non ordinat intervallum *f.g.* infra *e*, nec 24. 25. supra *G.* tamen si jam perihelius Veneris, & sic etiam aphelius Mercurij, extra ordinem pro *e*, capiant locum *de*, tunc hic perihelius Telluris capiet locum *G*; & consentiet etiam aphelius Mercurij; quia pars tertia 1 *pr.* 1 *sec.* de 3 *pr.* 3 *sec.* sumpta quinquies, fit 5 *pr.* 5 *sec.* cujus dimidium 2 *pr.* 32 *sec.* +. proximè accedit ad aphelium Mercurij, qui in hac extraordinariâ accommodatione obtinebit locum *c*. Sunt igitur hi omnes inter se quidem tensionis ejusdem: aliter tamen Scalam dividit Veneris perihelius; cum tribus (vel quinque) prioribus, eodem sc. genere Harmonico, q. apheli⁹ ejusdem, in tensione suâ, puta genere Duro: aliter etiam ejusdem Veneris perihelius cum duobus posterioribus, eandem dividit: puta, non in Concinna alia, sed saltem in diversum Concinnorum ordinem; qui scilicet proprius est generis Mollis.

Sufficit autem, hoc capite, quid in causâ versetur, ob oculos posuisse: quare verò unumquodque sic fuerit factum, & quæ causæ non tantùm conspirationum, sed etiam dissidentiæ per minima; id luculentissimis demonstrationibus patefiet Cap: IX.

CAP. VI

In Extremitatibus motuum Planetariorum expressos esse quodammodo Modos seu Tonos Musicos.

Sequitur hoc ex antedictis, nec opus est multis verbis, singuli enim planetæ singula quodammodò signant loca systematis, motu perihelio, quatenus datum est singulis, percurrere certum aliquod intervallum in Scala Musica, certis ejus Clavibus, seu locis Systematis comprehensum; cujusque ab illa Clave seu loco inceptum, qui capite præcedenti contigit illius motui aphelio, Saturno quidem & Terræ *G*, at Jovi ♄, quæ in *G* altius transponi potest, Marti *f*, Veneri *e*; Mercurio *A*, in altiori Systemate. Vide singulos in Notis usitatis. Non formant quidem intermedios locos, quos hic vides notis impletos, articulatè, sicut extremos; quia ab uno extremo, non saltibus & intervallis, sed continuâ tensione nituntur ad oppositum, media omnia

mnia (infinita in potentiâ) permeantes actu: id quod aliter à me non potuit exprimi, quam per continuam seriem Notarum intermedia- CAP. VI

rum. Venus ferè manet in unisono non æquans tensionis amplitudine vel minimum ex concinnis intervallis.

Atqui signatura duarum in communi Systemate Clavium, & formatio seleti Octavæ, per comprehensionem certi intervalli concinni, est rudimentum quoddam distinctionis Tonorum seu Modorum: sunt ergò Modi Musici inter Planetas dispertiti. Scio equidem, ad formationem & definitionem distinctorum Modorum requiri plura, quæ cantus humani, quippe intervallati, sunt propria: itaque voce quodammodò sum usus.

Liberum autem erit Harmonistæ, sententiam depromere suam: quem quisque planeta Modum exprimat propiùs, extremis hic ipsi assignatis. Ego Saturno darem ex usitatis Septimum vel Octavum, quia si radicalem ejus clavem ponas *G*, perihelius motus ascendit ad ♄: Jovi Primum vel Secundum; quia aphelio ejus motu ad *G* accommodato, perihelius ad *b* pervenit; Marti Quintum vel Sextum; non eò tantùm, quia ferè Diapente assequitur, quod intervallum commune est omnibus modis: sed ideò potissimùm, quia redactus cum cæteris ad commune systema, perihelio motu *c* assequitur, aphelio ad *f* alludit: quæ radix est Toni seu Modi Quinti vel Sexti: Telluri darem Tertium vel Quartum: quia intra semitonium ejus motus vertuntur; & verò primum illorum Tonorum intervallum est semitonium; Mercurio verò ob amplitudinem intervalli, promiscuè omnes Modi vel Tonicias, in hoc convenient: Veneri ob angustiam intervalli, planè nullus; at ob commune Systema, etiam Tertius & Quartus; quia ipsa respectu cætero- rum obtinet *e*.

Tellus canit MI FA MI ut vel ex syllaba conjicias, in hoc nostro domicilio MI feriam & FA mem ob timere.

CAPVT VII.

Harmonias universales omnium sex Planetarum, veluti communia Contrapuncta, quadriformia dari.

NVnc opus, Vranie, sonitu majore: dum per scalam Harmonicam cœlestium motuum, ad altiora conscendo; quâ ge- ruimus

CAP. VII.

nuinus Archetypus fabricæ Mundanæ reconditus asservatur. Sequimini Musici moderni, remque vestris artibus, antiquitati non cognitis, censete: vos his sæculis ultimis, prima universitatis exempla genuina, bis millium annorum incubatu, tandem produxit sui nunquam non prodiga Natura: vestris illa vocum variarum concentibus, perque vestras aures, sese ipsam, qualis existat penitissimo sinu, Menti humanæ, Dei Creatoris filiæ dilectissimæ insusurravit.

Anne flagitium fecero, si à singulis hujus ætatis Componistis artificiosam aliquam Motetam pro hoc Elogio exigam Textum huc aptũ Psaltes Regius, cæteriq; Sacri libri suppeditare poterunt. Verum heus vos, in cœlo plures quam sex non concordant; Nam Luna seorsim suam Monodiam cantillat, Terris ut cunis assidens. Conferte symbolas, ego ut liber fiat, sexpartibus, Curatorem me sedulum polliceor. Qui propius Musicam cœlestem exprimet hoc opere descriptam, huic Clio sertum, Vranie Venerem sponsam spondent.

Quas Harmonicas proportiones bini Planetæ vicini Motuum suorum extremitatibus complecterentur, id explicatum fuit suprà. Verum contingit rarissimè, ut duo, p̃sertim tardissimi, simul in sua incidãt extrema intervalla: verbi causa, Saturni & Jovis apsides distant circiter 81 gradibus: igitur intereâ, dum hæc illorum distantia, certis vicenorum annorum saltibus, totum Zodiacum emetiatur, anni labuntur octingenti: neque tamen saltus, qui octavum claudit sæculum, præcisè fertur ad ipsissimas apsidas; & si paulò longiùs aberret; expectandi sunt alij octingenti anni, ut saltus illo fælicior cum ratione quæri possit; idque toties iterandum, quoties modulus aberrationis in unius saltus dimidiati prolixitate continetur. Tales Periodos efficiunt etiam cæteræ bigæ singulæ, quanquàm non ita prolixas. Interim verò contingunt etiam aliæ Harmoniæ binorum Planetarum; inter motus non extremos utrosque, sed intermedium, vel unum vel utrumque: eæq; in diversis veluti tensionibus. Nam quia Saturnus ex *G* in ♄ & paulò ulteriùs tenditur, Jupiter ex ♄ in *d* & amplius: possunt igitur contingere inter ♄ & ♃ Harmoniæ etiam istæ supra Diapason, Tertia utraq;, & Diatessaron; illarum q̃dem alterutra p̃ tensionem, q̃ habet amplitudinem reliquæ; hæc verò per amplitudinem Toni majoris. Diatessaron enim erit non tantum à *G* Saturni in *cc* Jovis sed etiam ab *A* Saturni in *dd* Jovis, & per intermedia omnia inter *G. A.* illius & *cc. dd* hujus. Diapason verò & Diapente in solis apsidum punctis contingit. Mars verò majus nactus intervallum proprium, hoc obtinuit, ut etiam Diapason cum superioribus, per aliquam tensionis amplitudinem faciat. Mercurius tantum obtinuit intervallum; ut plerumque omnes Harmonias cum omnibus constituat, intra unam periodum suam, quæ non prolixior est trium mensium spacio. Tellus è contrà, Venusque multò magis, angustiâ propriorum intervallorum, restringunt Harmonias suas non tantùm cum cæteris, sed maximè inter se mutuas, ad paucitatem spectabilem. Quòd si tres in unam Harmoniam conspirare debeant: multæ quidem vices sunt exspectandæ; multæ tamen Harmoniæ sunt; ut ita tantò faciliùs contingant, dum vicinam suam proxima quæque excipit: videnturque inter Martem, Tellurem & Mercurium, triplices contingere sæpiusculè. Quatuor verò planetarum Harmoniæ, jam incipiunt spargi in sæculâ: quinque Planetarum, in Myriadas annorum. Ut verò sex omnes consentiant; id longissimis ævi spacijs interseptum, & nescio an penitus impossibile sit bis contingere, per exactam evolutionem; potiusque principium quoddam Temporis demonstret, à quo omnis Mundi ætas defluxerit.

Character principij Mundi.

Quòd si unica sola contingere posset Harmonia sextuplex, aut inter-

inter plures unica insignis; ea proculdubio pro charactere Creationis haberi posset. Quærendum igitur, an & quot omninò formis redigantur omnium sex planetarum motus in unam communem harmoniam? Methodus inquisitionis hæc est, ut incipiamus à Terrâ & Venere; quia hi duo faciunt consonantias non plures duabus, & (quod hujus rei causam continet) per intensiones motuum brevissimas. CAP. VII.

Age igr præfigamus duo veluti sceleta Harmoniarum, singula binis numerorum (quibus termini tensionum signantur) extremitatibus contenta, quidq; ijs congruat ex varietate motuum cuiq; Planetæ concessorum, conquiramus. Primum sceleton habeat inter Terram & Venerem 3, 5. & in gravissima tensione motum diurnum Telluris aphelium 57 *pr.* 3 *sec.* in acutissimâ, Veneris perihelium 97 *pr.* 37 *sec.* cæteri ergò sic erunt:

Harmoniæ Planetarum omnium seu Universales Generis Duri

Ut ♄ concordet

	In Tensione	Gravissima. Sc. pr. sec.	Acutissima. Sc. Pr. Se.
	e ♈ij.	380. 20	
☿	h ♈ij.	285. 15	292. 48.
	g ♈j	228. 12	234. 16.
	e ♈j	190. 20	195. 14.
Venus	e ♈	95. 5	97. 37
Ter.	g iiij	57. 3	58. 34
♂	h iiij	35. 39.	36. 36.
	g iij	28. 32.	29. 17
♃	♄j		4. 34.
♄	♄	2. 14.	
	G.	1. 47.	1. 49.

Ut c concordet

	In Tensione	Gravissima. Sc. pr. sec.	Acutissima. Sc. Pr. Se.
	e ♈ij.	380. 20.	
☿	c ♈ij.	04. 16	312. 21
	g ♈j	228. 12.	234. 16.
	e ♈j	190. 10.	195. 14
Venus	e ♈	95. 5	97. 37
Ter.	g iiij	57. 3.	58. 34
♂	c iiij	38. 2.	39. 3
	g iij	28. 32.	29. 17.
♃	c j.	4. 45.	4. 53.
♄	G	1. 47.	1. 49.

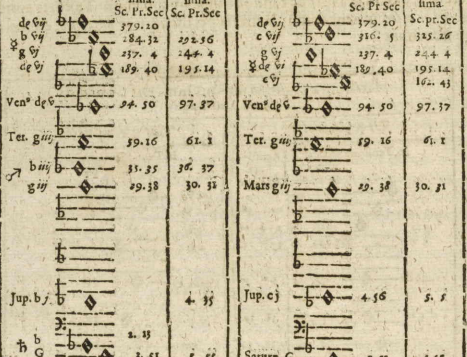
Ad hanc universalem concurrit Saturnus motu aphelio, Terra aphelio, Venus aphelio ferè; in altissima tensione concurrit Venus perihelio; in media tensione concurrit Saturnus perihelio, Jupiter aphelio, Mercurius perihelio. Ita Saturnus duobus motibus potest concurrere, Mars duobus, Mercurius 4.

Hic cæteris manentibus, Saturni perihelius & Jovis aphelius non feruntur; at eorum loco concurrit Mars perihelio motu.

Cæteri singulis motibus concurrunt; solus Mars duobus, Mercurius quatuor.

secundum igr sceleton erit, in quo inter Terram & ♀ est altera possibilis Harmonia §. 8. Ubi de ♀ aphelio motu diurno 94 *pr.* 50 *sec.* pars octava 11 *pr.* 51 *sec.* + sumpta quinquies, occupat de motu Telluris 59 *pr.* 16 *sec.* & de perihelio ♀ 97 *pr.* 37 *sec.* pars consimilis, occupat de motu Telluris 61 *pr.* 1 *sec.* Cæteri igr Planetæ concordant sequentibus motibus diurnis.

Harmoniæ Planetarum omnium seu universales Generis Mollis.



Kurium hic in tensione media concurrunt Saturnus motu perihelio, Jupiter aphelio, Mercurius perihelio. In tensione altissima ferè concurrit perihelius Telluris motus.

Et hic exutis aphelio Jovis, & perihelio Saturni, admittitur Mercurij aphelius proximè præter perihelium. Cætera manent.

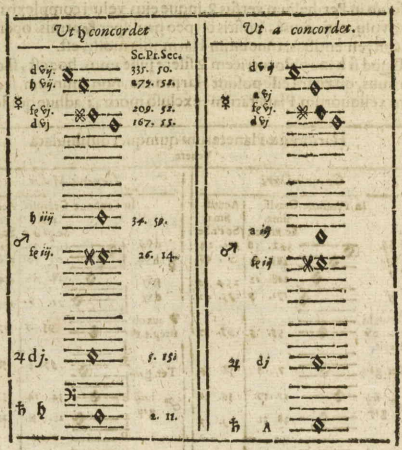
Testatur igr experientia Astronomica, posse contingere universales omnium motuum Harmonias, easque duorum generum, Duri & Mollis; & in utroque genere, formæ seu (si ita licet) Toni duplicis; & in uno quolibet quatuor casuum; cum aliqua tensionis latitudine, & cum aliqua etiam varietate particularium Harmoniarum Saturni, Martis & Mercurij, cujusque cum cæteris: nec id præstari solis motibus intermedijs, sed omninò extremis omnibus, præterquàm aphelio Martis; & perihelio Jovis; quia cùm ille obtineat *fe*, hic *d*, Venus obtinens intermedium *de* vel *e* perpetuò, non ferent illos suos vicinos dissonos in harmonia universali, quod faceret, si nacta fuisset spacium excedendi *ex e* vel *de*. Hoc impedimenti habet conjugium hoc Telluris & Veneris, ceu maris & fœminæ, qui duo planetæ genera Harmoniarum distinguunt, in duras scilicet & masculas, mollesque & fœmininas: prout

pro ut alter conjugum alteri fuerit gratificatus, Terra scilicet vel in Aphelio suo fuerit, tanquam dignitatem tuens maritalem, & opa urgens viro digna, Venere in perihelium suum veluti ad colum semotâ & detrusâ: vel eam in Aphelium ascendentem blandè admiserit; ipsave Tellus, suum in Perihelium versus ♀, inque ejus veluti complexus descenderit, voluptatis causâ, positis clypeo pauliſper & armis, operibusque viro convenientibus: tunc enim Harmonia mollis est. CAP. VII.

Quod si hanc oblocutricem ♀ silere jubeamus, hoc est, si consideraverimus, quænam esse possint Harmoniæ, non omnium, sed quinq; saltem reliquorum Planetarum, excluso motu ♀: adhuc quidem Tel-

lus oberrat chorda suâ g, nec ascendit ab eâ ultra semitonium: possunt igitur cum g conspirare b, h, c, d, dg, e: ubi Jupiter, ut vides, chordam d signans motu perihelio, admittitur; superest igitur de Martis aphelio difficultas. Nam Telluris aphelius, obtinens g, confert illi in se. perihelius verò, ut supra dictum Cap. V. ab aphelij Martij consensu abhorret circiter dimidiâ Diesi.

CAP. VII Quatuor verò Planetarum, Saturni, Jovis, Martis, Mercurij, potest & hæc esse Harmonia, in qua sit etiam aphelius Martis, sed est sine sionis latitudine.



Nihil igitur aliud sunt motus cœlorum, quàm perennis quidam concentus (rationalis non vocalis) per dissonantes tensiones, veluti quasdam Syncopationes vel Cadentias (quibus homines imitantur istas dissonantias naturales) tendens in certas & præscriptas clausulas, singulas sex terminorum (veluti Vocum) ijsque Notis immensitatem Temporis insigniens & distinguens; ut mirum amplius non sit, tandem inventam esse ab Homine, Creatoris sui Simiâ, rationem canendi per concentum, ignotam veteribus; ut scilicet totius Temporis mundani perpetuitatem in brevi aliqua Horæ parte, per artificiosam plurium vocum symphoniam luderet, Deique Opificis complacentiam in operibus suis, suavissimo sensu voluptatis, ex hac Dei imitatrice Musicâ perceptæ, quadamtenus degustaret.

CAP.

CAPVT VIII.

Quis in concordantijs cœlestibus Discanti, quis Alti, quis Tenoris, quis Bassi vicem obeat?

Etsi hæc sunt vocabula vocum humanarum, nec in cœlo voces aut soni existunt, ob summam motuum tranquillitatem; at ne subjecta quidem, in quibus Harmonias deprehendimus, sub motus veri genere comprehenduntur; quippe cùm solùm apparentes ex Sole motus consideremus; etsi denique causa nulla talis est in cœlo, quæ voces certo numero advocet ad faciendam Harmoniam, qualis est in cantu humano: priùs quippe erat numerus Planetarum sex, Solem circumeuntium, ex numero quinque intervallorum, à figuris Regularibus desumptorum; posteà demum (ordine Naturæ non tempori) de motuum congruentia statuendum fuit: nescio tamen quo pacto mihi vim faciat hæc admirabilis congruentia cum humano cantu, ut hanc quoque partem comparationis, etiam sine solida causa naturali, prosequi cogar. Quas enim libro tertio, Capite XVI. proprietates Basso tribuit usus, vindicatque natura: easdem quodammodò Saturnus & Jupiter obtinent in cœlo: quas Tenori, nos in Marte invenimus; quas Alto, eæ insunt in Tellure & Venere; quas Discanto, easdem habet Mercurius, si non æqualitate intervallorum, at certè proportione. Utcunque enim proprijs ex causis capite sequenti deducantur cujusque Planetæ Eccentricitates, & per eas, propria cujusque motuum intervalla: illud tamen inde resultat admirabile, nec scio an non juxtà procuratum, nec merè necessitatum temperamentum; quòd I. ut Alto Bassus opponitur; sic duo Planetæ sunt, qui Alti naturam habent, duo qui Bassi, velut in quolibet Genere cantus utrinque unus: cæterarum singularum Vocum singuli; quòdque II. ut Altus penè supremus, in angustijs est, necessarijs & naturalibus de causis, lib. III. explicatis: sic penè intimi Planetæ, Terra & Venus, angustissima motuum habent intervalla, Tellus non multò plus semitonio, Venus ne Diesin quidem; III. et ut Tenor liber est, modestè tamen incedit; sic Mars, uno Mercurio excepto, maximum intervallum, scilicet Diapente, facere potest: IV. et ut Bassus Harmonicos saltus facit; sic Saturnus & Jupiter intervalla obtinent Harmonica, ipsique inter se à Diapason usque ad Diapente epi Diapason veniunt: V. & ut Discantus liberrimus est, plùs quàm omnes reliqui, idemque & celerrimus; sic etiam Mercurius plusquàm Diapason, brevissimo reditu perambulare potest. Sed sit hoc sanè per accidens: audiamus nunc Eccentricitatum causas.

CAPVT IX.

Ortus Eccentricitatum in Planetis singulis ex procuratione Harmoniarum inter eorum motus.

CVm igitur videamus, Harmonias universales omnium sex Planetarum non temerè posse evenire, præsertim per extremitates motuum, quas vidimus omnes concurrere ad universales Harmonias, exceptis duabus, quæ ad proximas universalibus concurrebant: cùm multò minùs temerè possit accidere, ut omnia loca systematis Octavæ, constituta libro tertio per sectiones Harmonicas, signentur extremitatibus motuum Planetariorum; omnium verò minimè, ut subtilissimum negocium distinctionis Harmoniarum cœlestium in duo genera, durum & molle, casu proveniat, sine cura singulari Opificis: sequitur igitur ut Creator, sapientiæ omnis fons, approbator Ordinis perpetuus, scaturigo Geometriæ & Harmonices æterna & superessentialis, ut hic inquam cœlestium Opifex ipsissimus, Harmonicas proportiones, ortas ex figuris planis regularibus, adjunxerit ad solidas quinque figuras regulares, exque utraque classe, unum perfectissimum Archetypum cœlorum conformaverit; in quo, sicut per solidas quinque figuras, Ideæ relucerent orbium, quibus sex stellæ vehuntur: sic etiam per planarum figurarum soboles, Harmonias (libro tertio ex ijs deductas), Eccentricitatum in singulis orbibus mensuræ, ad motus corporum proportionandos, continerentur: exque his duabus rebus contemperatio una fieret, & majores Orbium proportiones, minoribus Eccentricitatum, ad Harmonias procurandas necessariarum, nonnihil concederent; & vicissim, ex proportionibus Harmonicis, illæ potissimùm Planetis accommodarentur, quæ cum solida quâque figurâ cognationem majorem haberent; quâ id per Harmonias fieri potuit: eâque tandem ratione & proportiones Orbium, & singulorum Eccentricitates, ex Archetypo simul enascerentur, ex Orbium verò amplitudine & mole corporum, periodica Tempora singulorum resultarent.

Quam methodum, dum per usitatam Geometris ἀποθεοσιν in lucem Intellectus humani proferre nitor: faveat Author ipse Cœlorum, Pater Intellectuum, Largitor sensuum mortalium, ipse immortalis & superbenedictus; impediatque, ne quid indignum ipsius Majestate, de hoc opere suo, nostræ mentis tenebræ proferant; efficiatque, ut perfectionem ipsius operum, sanctitate vitæ, ad quam Ecclesiam suam in terris elegit, & sanguine filij sui à peccatis mundavit, ope Spiritus sui sancti, nos Dei imitatores æmulemur; procul habentes omnes dissonantias inimicitiarum, omnes contentiones, æmulationes, iras, rixas, dissensiones, sectas, invidiam, provocationes, irritationes per dicteria, cæteraque carnis opera; quod meçum omnes, qui spiritum Christi

Christi habent, non optabunt tantùm; sed & factis exprimere; vocationemque suam certam facere studebunt, spretis omnibus omnium partium pravis moribus, obtentu Zeli, aut amoris veritatis, aut singularis eruditionis, modestiæve erga contentiosos præceptores, aliove quocunque specioso prætextu velatis & fucatis. Pater sancte, serva nos in consonantia dilectionis mutuæ, ut simus unum, sicut & tu cum filio tuo, Domino nostro, & Spiritu sancto unum es, & sicut omnia opera tua, per suavissima consonantiarum vincula, unum fecisti: & ut ex reducta gentis tuæ concordiâ, sic ædificetur corpus Ecclesiæ tuæ in his terris, sicuti tu ex Harmonijs cœlum ipsum extruxisti.

Rationes priores.

I. Axioma

COnsentaneum est, ubicunque omnino fieri potuit, Harmonias inter Extrema motuum tam singulorum quàm binorum Planetarum constitui debuisse, omnivarias; ut varietas ista mundum exornaret.

II. Axioma

Interualla quinque; Orbium sex; oportuit magnitudine quadamtenus respondere proportioni orbium geometricorum, qui figuris quinque regularibus solidis inscripti sunt & circumscripti: idque ordine eodem, qui figuris ipsis naturalis est.

De hoc vide Cap. I. & Mysterium Cosmographicum; & Epitomes Astron. Lib. IV.

III. Propositio.

Inter Tellurem & Martem, eandemque & Venerem intervalla, debuerunt esse proportione ad orbes suos minima, eaq; proximè æqualia; mediocria & rursum ferè æqualia inter Saturnum & Jovem, interque Venerem & Mercurium; maximum inter Jovem & Martem.

Nam per II. quæ figuræ minimam faciunt orbium geometricorum proportionem, ijsdem Planetæ respondentes in situ, debent itidem minimam facere; mediocrem verò ij, qui figuris mediocris proportionis respondent, & maximam ij, qui figuræ maximæ proportionis. Sed quo ordine est inter figuras Dodecaedron & Icosaedron; eodem est inter planetarum bigas, una Martis & Telluris, altera Telluris & Veneris: & quo ordine Cubus & Octaedron; eodem biga ♄♃ & biga ☿♀; quo denique ordine Tetraedron, eodem & biga Jovis & Martis, vid. Cap. III. Ergò minima erit inter orbes Planetarios primò dictos proportio: inter verò Saturni Jovisque, ferè æqualis ei; quæ inter Veneris Mercuriique; denique maxima inter Jovis & Martis orbes. IV. Axe-

CAP. IX.

IV. Axioma

PLanetæ omnes debent habere suas Eccentricitates, non minùs quàm latitudinis motum, & secundùm eas, etiam distantias à Sole, fonte motus, diversas.

Sicut essentia motus consistit non in ESSE, sed in FIERI, sic etiam species seu figura regionis, quam Planeta quilibet motu perneat, non FIT statim ab initio solida, sed successu temporis acquirit demum suam non longitudinem tantùm, sed etiam latitudinem & profunditatem, perfecto dimensionum ternario; fitque sic paulatim connexione & accumulatione plurimarum circulationum, ut repræsentetur species orbis concavi, idem cum Sole centrum habentis; sicut ex fili serici pluribus inter se connexis & conglomeratis circulis struitur ædicula Bombyci.

V. Propositio.

CViq; bigæ vicinorum Planetarum fuerunt attribuendæ duæ Harmoniæ diversæ.

Nam per IV quilibet planeta habet distantiam à Sole longissimam, & brevissimam; quare per Cap. III. hujus; habebit & motum tardissimum & celerrimum. Duæ ergò sunt primariæ comparationes extremorum motuum, una Divergentium in duobus planetis, altera Convergentium. Diverse autem inter se, ut sint, necesse est; quia major erit proportio divergentium, minor convergentium. Sed & per diversas Planetarum bigas, oportuit esse Harmonias diversas; ut hæc varietas ad exornationem Mundi proficeret; per Ax. I. etiamque ideò, quia inter vallorum inter binos, sunt proportiones diversæ, per III. At cuique proportioni orbium, certa respondent proportiones Harmonicæ, cognatione quantitativâ, ut hujus libri Cap. V. demonstratum.

VI. Propositio.

HArmoniæ duæ minimæ 4. 5. & 5. 6. locum non habent inter planetas binos.

Est enim 5. ad 4. ut 1000. ad 800, & 6. ad 5. ut 1000 ad 833 ⅓. At orbes circumscripti Dodecaedro & Icosaedro, majorem habent proportionem ad inscriptos, scilicet eam quam 1000 ad 795 &c: & hæ duæ proportiones indicant intervalla inter Orbes Planetarios proximos inter se, seu spacia minima: in cæteris enim figuris regularibus orbes distant longius à se invicem. Iam verò proportio motuum adhuc major est, proportionibus intervallorum, nisi ingens sit proportio Eccentricitatum ad Orbes, per Capitis III Numerum 13. Ergo proportio motuum minima, major est quàm sunt 4. 5 & 5. 6. Igitur hæ Harmoniæ à figuris quidem regularibus impeditæ, locum inter planetas nullum sortiuntur.

VII. Pro-

VII Propositio.

CAP. IX.

HArmonia Diatessaron inter convergentes motus binorum Planetarum locum nullum habere potest, nisi sint illis propriæ extremorum proportiones junctæ plus quàm Diapente.

Sit enim 3. 4. inter convergentes, & sit primò nulla Eccentricitas, nulla Planetis singulis propria motuum proportio, sed ijdem motus & convergentes & Medij: tunc sequitur, ut inter valla respondentia, quæ per hanc suppositionem erunt Orbium semidiametri, constituant hujus proportionis bessem, scilicet 4480. 5424. per cap. III. At qui hæc proportio jam est minor quàm cujuscunq; figuræ Regularis orbium proportio: ita q; Orbis interior totus secaretur à planis regularis figuræ cuicunq; Orbi exteriori inscriptæ. Hoc verò est contra Axioma II.

Sit secundò aliqua summa propriarum proportionum inter motas extremos: & sit convergentium motuum proportio 3. 4. vel 75. 100. intervallorum verò respondentium sit proportio 1000. 795. cùm nulla figura regularis faciat minorem orbium proportionem. Et quia superat illa motuum eversa hanc intervallorum excessu 750. 795: auferatur igr hic excessus etiam à proportione 1000. 795. secundùm doctrinam Cap. III. restat 9434. 7950. dimidium proportionis orbium. Ergò duplum hujus sc. 8901. 6320. id est: 10000. 7100. est proportio orbium. Huic autem proportioni intervallorum convergentium 10000. 7950. restabit 7100. 7950. circiter Tonus major. Tanta debet esse ad minimum summa binarum proportionum, quas medij habent ad convergentes utring; ut inter motus convergentes possit esse Diatessaron. Divergentia igr extrema inter valla, ad convergentia extrema, summam proportionum faciunt, hujus circiter duplam, id est duos Tonos, & motus convergentes rursum duplum hujus, id est, quatuor Tonos; quod est plus quàm Diapente. Si igr duorum vicinorum planetarum summa proprionum est minor, quàm Diapente: inter eorum convergentes non poterit esse Diatessaron.

VIII. Propositio.

SAturno & Iovi debebantur Harmoniæ 1. 2. & 1. 3. id est Diapason & Diapente epi Diapason.

Nam ipsi sunt primi & supremi ex Planetis, & nacti sunt figuram primam Cubam, p cap. I. hujus: & hæ Harmoniæ sunt primæ ordine naturæ & sunt capita primarum familiarum figuralium, Bisectoriæ seu Tetragonicæ, & Trigonicæ, per dicta l. b. I. Quod verò caput est, Diapason 1. 2, est proximè major proportione orbium Cubi Semitriplà: quare apta est ut fiat minor proportio motuum planetarum cubicorum, per cap. III. Num. 13; & per consequens, 1. 3. servit pro majori proportione. Hoc verò idem etiam sic. Si enim aliqua Harmonia se habet ad proportionem aliquam orbium figuralium, sicut se habet proportio motuum ex Sole apparentium ad proportionem intervallorum mediocrium, meritò tali Harmonia tribuetur motibus. At naturale est, ut proportio motuum divergentium, sit multò major, proportionis Orbium sesquialterà, per finem cap. III. hoc est, appropinquat duplæ proportioni proportionis Orbium; & 1. 3. est etiam dupla proportionis orbium cubicorum: quippe quam dicimus esse Semitriplam. Ergò Tripla debetur divergentibus Saturni & Iovis. Plurimas alias cognationes harum Proportionum cum Cubo vide supra Cap. II.

CAP. IX.

IX. Propositio.

SAturni & Iovis Motuum extremorum propriæ proportiones junctæ debuerunt fieri 2.3. Diapente circiter.

Id ex antecedenti sequitur, si n. Iovis ꝑihelius motus est triplus aphelij Saturni, & vicissim Iovis apheli⁹ dupl⁹ perihelij ♄, quare ablatâ 1.2. ab 1.3; restat 2.3.

X. Axioma.

CUm libera est electio per cætera, Planetæ superiori debetur proportio motuum propria, quæ naturâ prior, aut quæ generis præstantioris, aut etiam quæ major est.

XI. Propositio.

PRoportio aphelij motus Saturni ad perihelium debuit fieri 4.5. Tertia major, Jovialium verò 5.6. Tertia minor.

Nam quia junctim possident 2.3, hoc verò harmonicè aliter non dividitur, quàm in 4.5. & 5.6: Harmostes igr Deus Harmoniam 2.3. divisit harmonicè, per Ax. I. ej⁹ q̧ partem Harmonicam majorem, & generis Duri præstantioris, quippe masculi, majori & altiori Planetæ ♄ dedit, minorem 5.6. inferiori Iovi, per X.

XII. Propositio.

VEneri & Mercurio debebatur Major Harmonia 1.4. Disdiapason.

Nam sicut Cub⁹ est figura prima primariarum: sic Octaedron est prima Secundariarum, per cap. I. huj⁹ libri. Et sicut Cub⁹ geometricè considerat⁹, est exterior, Octaedron interius, illi sc. hoc inscriptile; sic etiam in Mundo ♄ quidem & ♃ sunt supiorum & exteriorum Planetarũ principiũ, sive ab extrà; ☿ verò & ♀ sunt principiũ interiorum, sive ab intrà: & interlocatum est inter illorũ curricula Octaedron: vide cap. III. Debetur igr ♀ & ☿ etiam ex Harmonijs aliqua primaria & cognata Octaedro. Porrò ex Harmonijs post 1.2. & 1.3, sequitur ordine naturali 1.4. & est illa cognata cubicæ 1.2. quia ex eâdem figurarũ sectâ, sc. Tetragonicâ est orta, illiq̧ commensurabilis est, sc illi⁹ dupla; Octaedron verò etiam est Cubo cognatum & commensurabile. Est & cognata 1.4. Octaedro, privato nomine, ꝓpter numerum in illâ quidem quaternarium, figurã verò in Octaedro latentem Quadrangulam, cujus orbium proportio dicitur Semidupla. Ejus igr proportionis est Harmonia 1.4. continuè multiplex, in proportione duplâ, est scil. Semiduplæ quadrupla, vide cap. II. Ergò 1.4. debebatur ♀ & ☿. Et quia 1.2. in Cubo facta est minor Harmonia binorum: cum illi situs obtigerit extim⁹: erit in Octaedro hæc 1.4. jam major Harmonia binorũ; ut cui sit⁹ obtigit intim⁹. Sed & hæc causa est, cur 1.4. hic pro majori data sit, non pro minori. Cùm enim proportio orbium Octaedri sit Semitripla; posito quòd perfecta sit inscriptio Octaedri inter planetas, (quanquam non perfecta est, sed penetrat aliquatenus ☿, quod prodest nobis): proportionẽ igitur convergentium oportet illius Semitriplæ sesquialterâ esse minorem: atqui vel 1.3 est planè dupla Semitriplæ, & sic major justâ; quantò major erit justo 1.4. quippe major quàm 1.3. Ergo ne dimidium quidem de 1.4. toleratur inter convergentes. Non potest igitur 1.4. esse minor Octaedrica: erit igitur Major. Am-

Memineris Voces, Dupla, Tripla, Semitripla &c interdum dare nomen ꝓportionib⁹ singulis, absolutè consideratis ut sunt aliqua Quantitas. interdum verò exprimere proportionem comparatarum inter se binarum Proportionum.

jor. Ampliùs 1. 4. sic est cognata Octaedrico quadrangulo, cujus orbium proportio est Semidupla: sicut 1. 3. est cognata Cubo, vt cujus orbium proportio est Semitripla. Sicut enim 1. 3. est multiplex Semitriplæ, ejus scilicet dupla; sic etiam hic 1. 4. est multiplex Semiduplæ, ejus scilicet bis dupla, hoc est quadrupla. Quare si 1. 3. debuit fieri major Harmonia Cubi, per VII: debet igitur etiam 1. 4. fieri major Harmonia Octaedri sui. CAP. IX.

XIII. Propositio.

Iovis & Martis extremis motibus debebantur Harmoniæ, Major quidem 1. 8. Trisdiapason circiter, Minor verò 5. 24. Tertia minor supra Disdiapason.

Nam quia Cubus sortitus est 1. 2. & 1. 3. proportio verò orbium Tetraedri, quod est situm inter ♃ & ♂, nominata Tripla, est dupla proportionis orbium Cubi, nominatæ Semitriplæ: ergò conveniens erat, vt etiam Tetraedro accommodarentur proportiones motuum, duplæ proportionum cubicarum. Sunt autem ipsarum quidem 1. 2. & 1. 3. duplæ, Proportiones hæ, 1. 4. & 1. 9. At 1. 9. non est Harmonica, & 1. 4. jam est absumpta in Octaedron. Vicinæ igitur Harmoniæ his proportionibus fuerunt sumendæ, per Ax. I. Sunt verò primùm ipsi 1. 9. vicinæ, minor 1. 8. & major 1. 10. Inter has delectum facit cognatio cum Tetraedro, cui nihil est commune cum Pentagono, cùm 1. 10. sit sectæ pentagonicæ: major verò Tetraedro cognatio est cum 1. 8. multis nominibus, quæ require ex Cap. II. Ampliùs pro 1. 8. facit & hoc, quòd quemadmodum 1. 3. est major Cubi, & 1. 4. major Octaedri, quia sunt proportionum inter orbes figurales, multiplices; sic etiam 1. 8. fieri debuit major Tetraedri; quia vt hujus corpus est inscripti sibi Octaedri duplum, vt dictum Cap. I: sic etiam proportionis hujus Tetraedricæ terminus 8. est Octaedricæ proportionis termini 4. duplus. Ampliùs sicut 1. 2. minor Cubi, est unũ Diapason; & 1. 4 major Octaedri, est duo Diapason; sic jam 1. 8. major Tetraedri debuit fieri tria Diapason. Plura autem Diapason debebãtur huic quàm illis, quia cùm Harmonia minor Tetraedrica necessariò sit omnium minorũ in cæteris figuris, maxima (quippe & orbium Tetraedricorum ꝓportio est omniũ figuraliũ maxima): Harmõia etiam major Tetraedrica debuit majores cæterarũ supare numero ipsarũ Diapason. Habet deniq; ternari⁹ intervallorũ Diapason familiaritatem cum Trigonicâ specie Tetraedri, habet perfectionẽ quãdam, scd̃m illud, Omne trinum ꝑfectum; cùm etiam Octonarius, ej⁹ terminus, sit primus Cubicorum numerorum quantitatis perfectæ, trium sc. dimensionum.

II. Ipsi 1. 4. seu 6. 24, vicinæ sunt Harmoniæ, major quidem 5. 24. minor verò 6. 20. seu 3. 10. Rursum autem 3. 10. est sectæ Pentagonicæ, cui cum Tetraedro nihil commune est. At 5. 24. ꝓpter numeros 3. 4. (quorũ soboles sunt numeri 12. 24) familiaritatem habet cum Tetraedro. Nam alteros terminos minores, sc. 5. & 3. hic negligim⁹: quia eorum levissim⁹ cognationis grad⁹ est cum figuris, vt videre est cap. II. Prætereâ orbium Tetraedri ꝓportio Tripla est: tanta verò debet esse & convergentium intervallorum proportio circiter: per Ax. II. Atqui per cap. III. proportio motuum convergẽtium appropinquat eversæ sesquialteræ intervallorũ sesquialtera verò Triplæ, est inter 1000. & 193 circiter. Qualium igitur apheli⁹ ♂ mot⁹ est 1000, erit ♃ major quàm 193 paulò, minor quàm 333. tertia illi⁹ pars, multò: Non igitur Harmonia 10. 3. hoc est 1000. 333, sed Harmonia 24. 5. hoc est 1000. 208. locum habet inter convergentes Jovis & Martis.

CAP. IX.

XIV. Propositio.

MOtuum Martis extremorum propria proportio debuit fieri major quàm Diatessaron 3. 4. & circiter 38. 25.

Sint enim præcisè jam Harmoniæ 5. 24. & 1. 8. seu 3. 24. Iovi & Marti communiter attributæ, Prop. XIII. Auffer minorem 5. 24. à majore 3. 24. restat 3. 5. summa propriarum utriusque. At Iovis solius propria, suprà quidem pr. XI. inventa est 5. 6. Hanc igitur aufer à summâ propriarum 3. 5. Hoc est, aufer 25. 30. ab 18. 30. restat Martis propria 18. 25, quæ est major quàm 18. 24 seu 3. 4. Fiet autem adhuc major, si per sequentes rationes, communis major 1. 8. augeatur.

XV. Propositio.

INter convergentes motus, Martis & Telluris, Telluris & Veneris, Veneris & Mercurij, dispertiendæ fuerunt Harmoniæ 2. 3. Diapente, 5. 8. Sexta mollis, 3. 5. Sexta dura; eæque hoc ipso ordine.

Nam Dodecaedron & Icosaedron, figuræ inter Martem, Tellurem, & Venerem interlocatæ, minimam habent proportionem inter suos orbes, circumscriptum & inscriptum: ergò illis ex possibilibus Harmonijs minimæ debentur, quippe cognatæ propter hoc, & ut Ax. II. locum habeat. Atqui Harmoniæ omnium minimæ, sc. 5. 6. & 4. 5. non sunt possibiles, per VI. Ergò debentur figuris dictis, Harmoniæ proximè majores hisce, scilicet vel 3. 4. vel 2. 3. vel 5. 8. vel 3. 5.

Rursum figura inter Venerem & Mercurium interlocata, scilicet Octaedron, proportionem habet eandem suorum orbium, quam Cubus: at cubo pro minori Harmonia, quæ est inter motus convergentes, obvenit Diapason, per VII. ergò deberetur per analogiam etiam Octaedro tanta, sc. 1. 2. pro minori, si nihil diversitatis accederet. Accedit autem hoc diversitatis, quòd Cubicorum quidem planetarum, Saturni sc. & Iovis singulorum propriæ motuum proportiones junctæ, efficiebant summam non majorem, quam 2. 3. hic verò Octaedricorum Planetarum, Veneris & Mercurij singulorum propriæ junctæ faciunt summam majorem quàm 2. 3. quod facilè sic appareat. Esto enim, quod requireret analogia inter Cubum & Octaedron, si sola esset: sit inquam Minor Octaedrica, major quàm sunt hic præscriptæ: adeòque sit planè tanta, quanta sunt cubicæ, scilicet 1. 2: erat verò Major 1. 4. per. XII. Ablatâ igitur hinc, quam modo posuimus, Minore 1. 2, manet adhuc 1. 2. pro summa propriarum Veneris & Mercurij; atqui 1. 2. plus est quàm summa 2. 3. propriarum Saturni & Iovis. Et verò majorem summam hanc, major sequitur eccentricitas, per Cap. III. majorem verò Eccentricitatem sequitur minor proportio motuum convergentium, per idem Cap. III. Quare fit accessione majoris Eccentricitatis ad analogiam inter Cubum & Octaedron, ut minor etiam requiratur convergentium Veneris & Mercurij proportio, quàm 1. 2. Id etiam conveniens erat Axiomati I. ut Harmoniâ Diapason absumptâ in Cubicos, conciliaretur Octaedricis alia proxima, & per priorem demonstrationem, minor quàm 1. 2. Est autem hac proximè minor 3. 5. quæ ut

majo-

major ex tribus, debebatur figuræ majoris orbium suorum proportionis, Octaedro scilicet: Minores igitur 5. 8. & 2. 3. vel 3. 4. relinquebantur Icosiedro & Dodecaedro, figuris proportionis Orbium suorum minoris.

Hæ verò residuæ, inter duas residuas sic sunt distributæ. Sicut enim ex figuris, licet æqualium inter suos orbes proportionum, Cubus quidem sortitus est Harmoniam 1. 2. Octaedron verò 3. 5. minorem. eò quòd summa propriarum Veneris & Mercurij superaret summam propriarum Saturni & Jovis: sic etiam hic Dodecaedro, quamvis id eandem faciat orbium suorum proportionem, quàm Icosiedrō, debebatur minor quàm Icosiedro, proxima tamē propter, similem causam, sc. quia hæc figura est inter Tellurem & Martem, cujus in superioribus magna facta erat Eccentricitas; Veneris verò & Telluris, ut in sequentibus audiemus, Minimæ sunt Eccentricitates. Ac cùm Octaedron habeat 3. 5. Icosiedron, cujus orbium proportio minor, succedentem, paulò minorem illā, sc. 5. 8: relinquebatur igitur Dodecaedro vel 2. 3. residua, vel 3. 4: potiùs verò illa, quippe propior Icosaedricæ 5. 8. quia & figuræ similes sunt.

At ne possibilis quidem fuit 3. 4. Etsi enim satis magna erat in superioribus propria proportio motuum extremorum Martis: At Tellus, ut jam dictum, & in sequentibus patebit, conferebat propriam minorem, quàm ut summa utriusq; superaret Diapente. Non poterat igitur locum habere 3. 4. per VII. Id eò amplius, quia ut sequetur prop. XLVII. major esse debuit intervallorum convergentium proportio, quàm 1000. 795.

XVI. Propositio.

VEneris & Mercurij motuum proportiones, cujusque propriæ, junctæ debuerunt efficere 5. 12. circiter.

Auferenim minorem harmonicam 3. 5. huic bigæ communiter tributam Prop. XV. ab illorum majori 1. 4. vel 3. 12. per. XII. restat 5. 12. summa propriarum utriusq;. Itaque Mercurij solius propria motuum extremorum proportio, minor est quam 5. 12. quantitate propriæ Veneris. Intellige hoc de his primis rationibus. Nam infrà per secundas rationes, accedente communibus utriusq; Harmonijs aliquo fermento, efficietur, ut sola propria Mercurij perfectè obtineat 5. 12.

XVII. Propositio.

HArmonia Motuum, Martis & Telluris, divergentium, non potuit esse minor quàm 5. 12.

Nam solus Mars nactus fuit in propriâ suorum motuum proportione plus quàm Diatessaron; & plus quàm 18. 25. p. XIV. Minor verò Harmonia illorum est Diapente 2. 3. per XV. junctæ igitur hæ duæ partes, faciunt 12. 25. At debetur & Telluri sua propria proportio, per Axioma IIII. Ergò, cùm Divergentium Harmonia ex dictis tribus constet elementis; erit illa major quàm 12. 25. Sed Harmonia proximè major quàm 12. 25, hoc est 60. 125, est 5. 12. scilicet 60. 144. Quare si Harmonia opus est pro hac majori ducorum Planetarum

CAP. IX. *proportione motuum, per Axiomat. I. illa non poterit esse minor, quàm 60. 144. vel 5. 12.*

Hactenus igitur omnibus reliquis Planetarum bigis obvenerunt suæ binæ Harmoniæ, rationibus necessarijs; sola biga Telluris & Veneris adhucdum unam solam Harmoniam 5. 8. per Axiomata huc usq; usurpata, sortita fuit. Reliquam igitur ejus Harmoniam, Majorem sc., seu motuum Divergentium, jam porrò, novo initio facto, ꝑquirem⁹.

Posteriores Rationes.

XVIII. Axioma.

HArmoniæ motuum universales, contemperatione motuum sex, constituendæ fuerunt, præcipuè per extremos motus. *Probatur per Axioma I.*

XIX. Axioma.

HArmoniæ universales per aliquam motuum latitudinem eædem contingere debuerunt; scilicet ut tantò crebriùs acciderent.

Nam si ad individua puncta motuum fuissent determinatæ; fieri potuisset, vt nunquam contingerent, aut certè rarissimè.

XX. Axioma.

Vt est naturalissima distinctio Generum Harmoniarum, in Durum & Molle, ut libro III. probatum; sic utriusque generis Harmoniæ universales procurandæ fuerunt inter Planetarum extremos motus.

XXI. Axioma.

HArmoniarum utriusque Generis, diversæ species instituendæ fuerunt, ut pulchritudo Mundi ex omnibus possibilibus varietatis membris concinnaretur; idque per extremos motus, saltem aliquos. *Per Axiom. I.*

XXII Propositio.

EXtremi Planetarum motus signare debuerunt loca seu chordas systematis Diapason, vel claves scalæ Musicæ.

Nam

Nam ortus & comparatio Harmoniarum inceptarũ ab uno communi termino genuit scalam Musicam, seu divisionem Diapason in sua loca vel sonos, vt libro III. probatum. Cum igitur requirantur Harmoniæ inter motuum extrema variæ, per Ax. I. & XX, & XXI: quare requiritur systematis alicujus, cœlestis seu scalæ Harmonicæ, realis distinctio per extrema motuum. CAP. IX.

XXIII. Propositio.

OPortuit esse unam bigam Planetarum, inter cuius motus nullæ possent existere Harmoniæ, præter duas Sextas, Majorem 4. 5. & minorem 5. 6.

Cùm enim esset necessaria distinctio generum Harmoniarum, per Axioma XX. idque per motuum extrema in Apsidibus, per XXII; quia sola extrema, tardissimus scilicet & velocissimus, indigent definitione procurantis & ordinantis, intermediæ tensiones proveniunt ultrò cum ipso transitu planetæ à tardissimo motu ad velocissimum, sine peculiari curâ: hæc igitur ordinatio aliter fieri non potuit, quin extremis binorum motuum Planetariorum, Diesis seu 24. 25. designaretur; eò quòd Genera Harmoniarum Diesi distinguantur, per ea quæ libro III. sunt explicata. Atqui Diesis est differentia vel duarum Tertiarum, 4. 5. & 5. 6. vel duarum Sextarum 3. 5. & 5. 8, vel earundem abundantium uno vel pluribus Diapason intervallis. Duæ verò Tertiæ 4. 5. & 5. 6. non habuerunt locum inter binos Planetas, per Pr. VI. sed neque Tertiæ vel Sextæ abundantes intervallo Diapason, usquam inventæ sunt, præterquàm 5. 12. in biga Martis & Telluris; neque tamen illa aliter, nisi cum socia 2. 3: itaque et iam intermediæ 5. 8 & 3. 5. & 1. 2. juxtà admittebantur. Ergò relinquitur, vt dandæ fuerint uni Planetarum bigæ, duæ sextæ, 3. 5. & 5. 8. Sed & solæ Sextæ variationi motuum illorum concedendæ fuerunt, sic vt neque terminos suos ad comprehensionem intervalli proximè majoris unius Octavæ 1. 2. dilatarent, neque ad proximè minoris Diapente 2. 3. angustiam contraherent. Nam etsi verùm est, quòd duo planetæ, facientes Diapente convergentibus motuum extremis, & Diapason divergentibus, ijdem etiam Sextas facere, & sic Diesin quoque permeare possint; at hoc non redoleret singularem providentiam Ordinatoris motuum. Diesis enim, minimum intervallorum, potest iate latens in majoribus omnibus, quæ comprehenduntur ab extremis motuum, ipsa permeatur quidem tunc à motibus intermedijs, continuâ tensione variatis; at non determinatur ab eorum extremis, cùm semper minor sit pars toto, Diesis scilicet, intervallo majore 3. 4. quod est inter 2. 3. & 1. 2. quod totum à motuum extremis determinari hic poneretur.

XXIV. Propositio

Planetæ duo, qui mutant genus Harmoniæ, differentiam propriarum proportionum inter motuum extrema, debent facere Diesin, & unius propria proportio debet esse major Diesi: debentque motibus aphelijs facere Sextarum unam, perihelijs reliquam.

Cùm enim extrema motuum duas faciant Harmonias, unicâ Diesi differentes,

CAP. IX. rentes, id potest fieri tripliciter: aut enim, ut unius Planetæ motus maneat constans, alterius varietur per Diesin aut ut uterque varietur per semiesse Diesios faciantque 3. 5. Sextam majorem, quando superior est in Aphelio, inferior in Perihelio: ex ijs spacijs excursu facto, sibi mutuò obviantes, superior usque in Perihelium, inferior in Aphelium faciant 5. 3, Sextam minorem: aut denique ut unus altero plus varies motum suum ab Aphelio in Perihelium, sitque excessus unius Diesios; & sic Sexta major sit inter utrumque aphelium, Sexta minor inter utrumque perihelium. Primus verò modus non est legitimus; esset enim alter horum Planetarum sine Eccentricitate, contra Axioma IIII. Alter modus minùs pulcher fuit & minùs commodus; minùs pulcher, quia minùs Harmonicus. Duorum enim Planetarum propriæ motuum proportiones fuissent inconcinnæ; nam inconcinnum est, quicquid est Diesi minus: præstat verò unum solum Planetam hac inconcinna parvitate laborare. Quin ne fieri quidem potuit iquia extremi motus hoc pacto aberrassent à Locis systematis, seu clavibus scalæ Musicæ, contra XXII. Minùs etiam commodus fuisset, quia Sextæ illis tantum modò momentis contigissent, quibus planetæ fuissent in contrarijs apsidibus: nulla fuisset latitudo, per quam hæ Sextæ, & sic universales Harmoniæ scilicet eas, contingere potuissent: rarissimæ igitur fuissent universales Harmoniæ, locis Planetarum omnibus ad certorum in Orbitis suis, & unicorum punctorum angustias redactis; contra Axioma XIX. Restat igitur modus tertius: ut uterq; quidem Planetarum suum proprium varies motum; sed alter altero plus per unam perfectam Diesin ad minimum.

XXV. Propositio.

PLanetarum, genus Harmoniæ mutantium, superior debet habere proportionem motuum propriorum, minorem Tono parvo 9. 10. inferior verò minorem Semitonio 15. 16.

Nam aut aphelijs motibus faciant 3. 5. aut perihelijs, per præmissam. Non perihelijs sic esset enim tunc apheliorum motuum 5. 3, inferior igitur una Diesi plus haberet in proportione propriâ, quàm superior, per eandem præmissam. Id verò est contra Axioma X. Faciunt igitur aphelijs 3. 5, perihelijs 5. 3, minus quàm illic per 24. 25. Quòd si aphelij motus faciunt Sextam duram 3. 5. ergò superioris aphelius cum inferioris perihelio faciet plus quam Sextam duram, adjicient enim inferior totam propriam proportionem. Eodem modo, si perihelij motus faciunt Sextam mollem 5. 8. superioris perihelius, & inferioris aphelius facient minus quàm sextam mollem: auferet enim inferior totam suam propriam proportionem. Quòd si inferioris proportio propria æquaret semitonium 15. 16. jam posset præter Sextas etiam Diapente contingere, quia Sexta mollis, diminuto semitonio, fit Diapente: hoc verò est contra Prop. XXIII. Minùs igitur semitonio habet planeta inferior in intervallo sibi proprio. Et quia superioris propria proportio major est propriâ inferioris, per unam Diesin, Diesis verò addita Semitonio facit Tonum minorem 9. 10. superioris igitur propria proportio est minor quàm Tonus minor 9. 10.

XXVI. Pro-

XXVI. Propositio.

CAP. 12.

PLanetarum, genus Harmoniæ mutantium, superior debuit habere vel Diesin duplicem 576. 625. hoc est 12. 13. ferè, pro motuum extremorũ intervallo, vel Semitonium 15. 16. vel aliquid intermedium, Commate 80. 81. distans vel ab illo, vel ab hoc: inferior verò, vel Diesin simplicem 24. 25. vel differentiam inter Semitoniũ & Diesin, quæ est 125. 128. hoc est 42. 43. ferè: vel denique similiter aliquid intermedium, Commate 80. 81. distans vel ab illo, vel ab hoc: sc. ille duplicem, iste simplicem Diesin, utrumq; intervallum Commate diminutum.

Nam superioris propria debet esse major, quam Diesis, per XXV. minor verò quàm Tonus 9. 10. per præcedentem 2. At verò superior debet excedere inferiorem Diesi unâ, per XXIV. Et suadet Harmonica pulchritudo, ut propriæ horum, si ob parvitatem nequeunt esse Harmonicæ, saltem ex Concinnis sint, si fieri hoc possit, per Ax. I. At qui Concinna minora, quàm est Tonus 9. 10. sunt tantùm duo, Semitonium & Diesis: hæc verò differunt inter se non Diesi, sed aliquo minori intervallo 125. 128. Non possunt igitur simul habere superior Semitonium, inferior Diesin: sed aut superior habebit Semitonium 15. 16. inferior 125. 128. h.e. 42. 43. aut inferior habebit Diesin 24. 25. superior verò duplicem Diesin 12, 13. ferè. Cùm verò utriusq; Planetæ sint æqualia jura, quare est in propriis ipsorum violanda fuit natura Concinni: æqualiter in utroq; violanda fuit; ut differentia propriorum ipsis intervallorũ manere posset exacta Diesis, ad discriminanda genera Harmoniarum necessaria 2, per XXIV. Æqualiter autem tunc violabatur Concinni natura in utroq; si quanto superioris propria proportio deficiebat, à Diesi duplici, superabat ve Semitonium; tantò et iam inferioris propria deficeret à Diesi simplici, superaret ve intervallum 125. 128.

Porrò hic excessus vel defectus, debuit esse Comma 80. 81. quia rursum nullum aliud intervallum monstrabatur à proportionibus Harmonicis; & ut Comma sic exprimeretur inter motus cœlestes, sicut expressum est in Harmonicis, scilicet solo excessu & defectu inter se intervallorum 2. Comma enim in Harmonicis distinguit inter Tonos, majorem & minorem, nec aliter innotescit.

Restat ut disquiramus, utra ex propositis, potiora sint intervalla Num Diesas, simplex pro inferiori planetâ, duplex pro superiori: an potiùs Semitonium pro superiori, & 125. 128. pro inferiori. Et vincunt argumentis Diesses. Nam etsi Semitonium varie expressum est in scala Musica: at jocium 125. 128. non est expressum. Contrà & Diesis est expressa varie, & duplex Diesis quodammodò, sc. in resolutione Tonorum in Dieses Semitonia & Limmata: tunc enim, ut libro III. cap. VIII dictum, proximè invicem succedunt duæ Dieses, duobus locis. Alterum argumentum, quòd in distinctione generum propria sunt jura Diesios, nulla Semitonij; major igitur respectus habendus fuit Diesios, quàm Semitonij. Constatur ex omnibus hoc; superioris propriam debere esse 2916. 3125. seu 14. 15. ferè; inferioris propriam 243. 250. seu 35. 36. ferè.

Quæritur utrum summa sapientia creatrix occupata fuerit in tenuibus istis ratiunculis conquirendis? Respondeo, fieri posse, ut multæ me rationes lateant. At si pôderosiores Natura Harmonices non tulit,

CAP. IX.

quippe in proportionibus, infra omnium concinnorum quãtitatem descendentib⁹: absurdũ non est, Deum vel istas, utcunq; appareãt tenues, esse secutum, cùm nihil sine causâ ordinaverit. Absurdi⁹ n. longè esset affirmare, Deum has quantitates, infra quidem præscriptum ijs terminũ Toni minoris, fortuitò arripuisse. Nec sufficit dicere; Tantas sumpsit, quia tantæ placuerũt: in geometricis enim, libertati electionis subjectis, nihil Deo placuit sine causâ geometricâ qualicunq;; ut apparet in oris foliorum, in squamis piscium, in pellibus ferarum, earumque maculis & macularum ordine; & similibus.

XXVII. Propositio.

Telluris & Veneris motuum proportio Major, debuit esse Sexta dura, inter motus aphelios; Minor, Sexta mollis, inter perihelios.

Oportuit n. distingui genera Harmoniarum, per Ax. XX. Id autem fieri aliter non potuit, quàm p Sextas, p XXIII. Earum igr unam §8. cùm acceperint Terra & ♀, proximi Planetæ, & Icosiedrici, p XV: oportuit & alteram 3.5 ijs tribui. Non verò inter extremos, convergentes vel divergentes; sed inter ejusdẽ plagæ extremos, unam inter aphelios, alteram inter perihelios. p XXIV. Est ipsa & Harmonia 3.5 cognata Icosiedro, quippe sectæ utriq; Pentagoniæ. Vid. ca. II

Ecce causam, cur præcisæ Harmoniæ inter horum duorum motus aphelios potiùs & perihelios inveniantur; non verò inter convergentes, ut in superioribus.

XXIIX. Propositio.

Telluri propria motuum proportio competebat 14.15. circiter: Veneri 35.36 circiter.

Nam hi duo distinguere debuerũt genera Harmoniarum, p præmissam: ergò p XXVI, Tellus quidem ut superior, nancisci debuit intervallum 2916: 3125. id est ferè 34.35. Venus verò, ut inferior, intervallum 243.250. id est 35.36. proximè.

Ecce causam, cur hi duo planetæ tam parvas habeant Eccentricitates, & secundùm eas, parva intervalla seu proportiones motuum extremorum proprias: cùm tamen proximè illâ superior Mars, & proximè hac inferior ♀, insignes, omniumque maximas habeant. Hoc verò verum esse. Astronomia confirmat; nam Cap. IV. Terra planè 14.15. habuit, Venus verò 34.35. quod astronomica certitudo vix discernere in hoc Planeta poterit à. 35.36.

XXIX. Propositio.

Martis & Telluris Major motuum Harmonia, diuergentium pura, non potuit esse ex majoribus, quam 5.12.

Suprà Pro. XVII. non erat minorum aliqua: nunc verò neq; aliqua majorum est. Nam altera horũ communis, seu Minor 2.3, cum p priâ Martis, quæ per XIV. superat

superat 18. 25, facit plus quàm 12. 25. hoc est, 60. 125. adde igitur Telluris propriam 15, 16. hoc est 56. 60, per præmissam, accumulatur plus quàm 56. 125, quod est proximè 4. 9. plus scilicet quam Octava & Tonus major, paulò. At Harmonia proximè major, quam Octava & Tonus, est 5. 12. Diapason cum Tertiâ molli. CAP. IX.

Nota quòd non dico, non esse hanc proportionem nec majorem nec minorem, quàm 5. 12. sed hoc dico, si necesse sit illam fieri Harmocam, Harmoniam illi aliam non competituram.

XXX. Propositio.

MErcurii propria motuum proportio debuit fieri major omnibus alijs proprijs.

Nam per XVI. propriæ Veneris & Mercurij junctæ facere debuerunt circiter 5. 12. Sed Veneris propria seorsim, est tantum 243. 250. hoc est 1458. 1500: hæc verò ablata à 5. 12. hoc est à 625: 1500. relinquit 625. 1458. majorem quàm Diapason cum Tono majore, Mercurio soli: cùm Martis ꝓpria, quæ illi inter cæteros Planetas est omniũ maxima, sit minor quàm sesquialtera 2. 3. hoc est Diapẽte.

Adeoque Veneris & Mercurij infimorũ propriæ junctæ, æquant quatuor supremorum proprias junctas ferè: quia vt jam statim apparebit, Saturni & Iovis propriæ junctæ excedunt 2. 3. Martis à 2. 3. nonnihil deficit: summæ 4. 9. hoc est 60. 135, adde Telluris 14. 15. hoc est 56, 60. accumulatur 56. 135, quod paulò plus est quàm 5. 12; quanta modò erat summa propriarum Veneris & Mercurij. Hoc verò non quæsitum est, nec ab aliquo pulchritudinis archetypo separato & singulari desumptum; sed provenit ultrò, necessitate causarum ex Harmonijs hactenus stabilitis nexarum.

XXXI. Propositio.

MOtus Telluris aphelius cum aphelio Saturni per aliquot Diapason concordare debuit.

Nam Harmonias universales oportuit esse, per XVIII: quare etiam Saturni cum Tellure & Venere. At si motuum Saturni extremorum alter cum neutro horum concordasset; hoc minùs fuisset harmonicum, quàm si uterq; illius extremus concordet cum his planetis, per Ax. I. Ergò Saturnus utroq; suo extremo, concordare debuit; aphelio cum uno ex duobus hisce Planetis; perihelio cum reliquo cùm nihil impediret, quippe in primo Planeta. Erunt igitur istæ Harmoniæ vel Identisonæ vel Diversisonæ, hoc est proportionis vel duplæ continuè, vel alterius. At nequeunt ambæ proportionis alterius esse: nam inter terminos 3. 5. (definientes Majorem Harmoniam inter Telluris & Veneris aphelios, per XXVII) non possunt consistere duo media Harmonica: Sexta enim nequit dividi in tria intervalla Harmonica. Vide lib. III. Non potuit igitur Saturnus utroq; suo motu Diapason facere cum Medijs inter 3. & 5. Harmonicis: sed vt & cum 3 Terræ, & cum 5. Veneris concordent ejus mot⁹; necesse est, vt eorũ alter cum altero terminorum, sc. cum uno dictorum planetarum ipsorum concordet identicè, seu

CAP. IX. *per aliquot Diapason. Cùm autem præstantiores sint Identicæ; statuendæ erunt etiam inter extrema motuum præstantiora, sc. inter aphelios; quia & principij locum obtinent ob elevationem planetarum, & Harmoniam 3.5. de quâ vt majore Telluris & Veneris nunc agimus, propriam sibi quodammodò & cum prærogativâ vindicant. Etsi enim Harmonia ista etiam perihelio Veneris, & aliquo Telluris intermedio competit, per XXII: at initium fit à motuum Extremis, Motus intermedij stant post principia. Jam cùm ex altera parte habeamus Saturni altissimi motum aphelium; ex altera parte cum illo copulandus erit aphelius Telluris potiùs quàm Veneris; quia horum duorum, genus Harmoniæ distinguentium, illa iterum est altior. Est & alia propior causa: quòd rationes posteriores, in quibus jam versamur, derogant quidem prioribus, sed tantùm circa minima, quod est in Harmonice, circa intervalla omnibus concinnis minora. Sed per rationes priores, non Veneris sed Telluris aphelius, approximabat Harmoniæ Diapason aliquot, cum Saturni aphelio constituendæ. Collige enim in unam summam primò propriam Saturninorum motuum proportionem 4.5. id est ab aphelio in perihelium Saturni, ex XI. secundò convergentium Saturni & Iovis 1.2. id est à perihelio ♄ ad aphelium Iovis, ex VIII. tertiò divergentium Iovis & Martis 1.8. id est ab aphelio Iovis ad perihelium Martis, ex XIV; quartò convergentium Martis & Telluris, 2.3. id est, à perihelio Martis ad aphelium Telluris, ex XV: accumulabis inter aphelium Saturni & aphelium Telluris, proportionem 1.30. cui deest non plus quàm 30.32. id est 15.16. seu semitonium, quo minus sit 1.32. seu quinque Diapason. Itaque si semitonium in particulas minimo concinno minores sectum, quatuor his elementis addatur; perfecta erit inter propositos Saturni & Telluris aphelios Harmonia Pentakis Diapason. At vt idem apheli⁹ Saturni cum aphelio Veneris, Diapason aliquot faceret; oportuisset Rationibus prioribus integrum ferè Diatessaron eripere: addito enim 3.5 quod est inter aphelios Telluris & Veneris, ad summam 1.30. ex quatuor prioribus elementis conflatam; colligitur tanquam ex priorib⁹ rationibus, inter aphelios Saturni & Veneris 1.50. quod intervallum differt ab 1.32, Pentakis Diapason, per 32.50. hoc est per 16.25. quod est Diapente cum Diesi; & ab Hexakis diapason seu 1.64. differt per 50.64. quod est 25.32, seu Diatessaron, minùs unâ Diesi: Non igitur inter Veneris & Saturni, sed inter Telluris & Saturni aphelios, Identica Harmonia statui debuit, vt Saturno cum Venere diversisona Harmonia restaret.*

XXXII. Propositio.

IN Harmonijs Planetarum universalibus generis Mollis, motus Saturni planè aphelius cum cæteris Planetis exactè concordare non potuit.

Nam Tellus motu suo aphelio ad Harmoniam universalem generis mollis non concurrit, quia aphelij Telluris & Veneris faciunt intervallum 3.5. generis Duri, per XXVII. Saturnus verò aphelio suo facit Identicam Harmoniam cum aphelio Telluris, per XXXI. Ergò neq; Saturnus aphelio suo motu concurrit. Succedit tamen loco aphelij motus, intensior aliquis Saturni motus, aphelio proxim⁹, ad genus etiam molle, vt Cap. VII. apparuit.

XXXIII. Pro-

XXXIII. Propositio. CAP. IX.

DVrum Harmoniarum & Scalæ Musicæ genus, est familiare motibus aphelijs, molle perihelijs.

Nam etsi Dura constituitur Harmonia inter Telluris non aphelium tantum, cum Veneris aphelio; sed etiam inter Telluris motus aphelio inferiores cum Veneris inferioribus, usque in ejus perihelium: & vicissim Mollis Harmonia non tantùm inter Veneris perihelium cum Telluris perihelio, sed etiam inter Veneris superiores usq; in aphelium, cum Telluris superioribus, per XXVII: propria tamen & evidens designatio generis, fit tantum extremis utriusque, per XX & XXIV. Propria igitur Duri designatio, est tantùm in aphelijs motibus, propria Mollis, tantùm in perihelijs.

XXXIV. Propositio.

DVrum genus familiarius est Planetæ in comparatione duorum superiori, Molle inferiori.

Nam quia Durum genus est apheliorum motuum proprium, Molle perihelíorum, per præmissam; aphelij verò sunt tardiores & graviores perihelijs: Durum igitur est motuum tardiorum, Molle celeriorum. Atqui ad tardos motus familiariùs se habet Planetarum duorum superior, ad celeres inferior, quia semper in Mundo altitudinem consequitur motus proprij tarditas. Ergò etiam ad Durum Scalæ genus familiarius se habet, duorum, qui utrique se accommodant generi, is qui superior; ad Molle, is qui inferior. Amplius, Durum genus utitur intervallis majoribus 4. 5. & 3. 5. Molle minoribus 5. 6. & 5. 8. Atqui etiam superior Planeta & majorem orbem habet, & tardiores, id est majores motus, prolixioremq; circuitum: quibus verò utrinque magna conveniunt, illa inter se familiariùs coëunt.

XXXV. Propositio.

SAturnus cum Tellure, Durum genus amplectuntur familiariùs, Jupiter cum Venere, genus Molle.

Nam primò Tellus cum Venere comparata, & cum eâdem utrumq; genus designans, superior est; Terra igitur Durum potissimum genus amplectitur, Venus genus Molle, per præmissam. Saturnus verò aphelio suo per Diapason consonat cum Telluris aphelio per XXXI. Quare etiam Saturnus, per XXXIII, Durum genus amplectitur. Deinde Saturnus aphelio motu, per eandem, fovet magis genus Durum, respuit genus Molle, per XXXII. Habet se igitur familiariùs ad genus Durum, quàm ad Molle, quia genera propriè designantur motibus Extremis.

Iam quod Iovem attinet; is in comparatione cum Saturno, est inferior: ergò ut Saturno debetur Durum genus, sic Iovi debetur Molle, per præmissam.

CAP. IX.

XXXVI Propositio

IOvis motus perihelius cum perihelio Veneris in unam Scalam Musicam, at non etiam in eandem Harmoniam consp irare debuit; multòque minùs hoc cum perihelio Telluris.

Nam quia Iupiter debebatur generi Molli potissimùm, per præmissam; illi verò familiares sunt motus perihelij, per XXX: Iupiter igitur perihelio suo designare debuit Scalam generis Mollis, ejus scilicet certum locum seu phthongum. Sed & perihelij Veneris & Telluris eandem Scalam designant, per XXVII. Ergò cum horum perihelijs, Iovis perihelius in eandem tensionem sociandus fuit. Non verò cum Veneris perihelio potuit constituere Harmoniam. Nam quia per VIII. cum aphelio Saturni facere debuit 3. circiter, id est, clavem d systematis illius, in quo Saturni aphelius faciebat clavem G, Veneris verò aphelius clavem e; igitur appropinquavit clavi e intra spacium Harmoniæ minimæ: Nam illa est 5. 8. at inter d. e. est intervallum multò minùs, scilicet 9. 10. Tonus. Ac etsi in tensione perihelia, Venus elevatur à tensionis apheliæ; at elevatio hæc est minor Diesi, per XXVIII. Diesis verò (ea q. minus aliquid) juncta Tono minori, nondum æquant intervallum Harmoniæ minimæ 5. 6. Non potuit igitur perihelius Iovis cum aphelio Saturni præter propter 1. 3. tueri, & simul concordare cum Venere. Sed nec cum Tellure. Nam si perihelius Iovis ad perihelij Veneris scalam accommodatus fuerit in eandem tensionem, sic ut infra quantitatem concinni minimi tueatur intervallum cum aphelio Saturni 3. 3, distans scilicet à perihelio Veneris Tono minore sc. 9. 10. seu 36. 40. (præter aliqua Diapason) versus Gravia: Telluris equidem perihelius ab eodem perihelio Veneris distat per 5. 8. id est per 25. 40. Itaq; distabunt perihelij Telluris & Iovis per 25. 36. præter Diapason aliquot. Id verò Harmonicum non est; quippe duplum ipsius 5. 6. seu Diapente, diminutum unâ Diesi.

XXXVII. Propositio.

AD summam propriarum Harmoniarum Saturni & Jovis 2. 3. & ad communem ijs majorem 1. 3. accedere oportuit intervallum, æquale intervallo Veneris.

Nam Venus aphelio motu propriè designationem adjuvat generis Duri, perihelio generis Mollis, per XXVII. & XXXIII. Sed Saturnius aphelio conspirare debuit etiam ad genus Durum, & sic ad aphelium Veneris, per XXXV. Iupiter verò perihelio ad perihelium Veneris, per præmissam. Quantum igitur Venus facit intervallum ab aphelio in perihelium, tantum etiam accedere necesse est motui Iovis illi, qui cum aphelio Saturni facit 1. 3. ad perihelium Iovis ipsissimum. Sed convergentium Iovis & Saturni Harmonia est præcisè 1. 2. per VIII. Ablato igitur intervallo 1. 2. abeo quod plus est quàm 1. 3. relinquitur aliquid, quod tantundem plus est quàm 2. 3. pro summâ propriarum utriusque proportionum.

Supra prop. XXXIII. erat propria Veneriorum motuum proportio 24.

tio 243. 250. vel 35. 36. proximè, At verò cap. IV. inter Saturni aphelium, & Jovis perihelium, inventus est excessus supra 1. 3. paulò major, scilicet inter 26. 27. & 27. 28. At unico minuto Secundo, quod haud scio an discernat Astronomia, ad Saturni aphelium motum addito, æquatur planè quantitas hîc præscripta. CAP. IX.

XXXVIII. Propositio.

ADditamentum 243. 250. ad summam propriarum Saturni & Jovis, quæ hactenus primis rationibus constituebatur 2. 3. distribuendum sic fuit inter Planetas; ut de eo Saturno accederet Comma 80. 81. Jovi Residuum 19683. 20000. seu 62. 63. ferè.

Distribuendum illud fuisse inter utrumq; Planetam, sequitur ex XIX. ut uterq; aliquâ latitudine concurrere posset ad Harmonias universales generis sibi familiaris. Atqui 243. 250. intervallum est minus omnibus Concinnis: Nullæ igitur supersunt leges Harmonicæ, quibus illud dividatur in partes duas Concinnas; nisi solùm illæ, quibus supra prop. XXVI. ad sectionem Diesios 24. 25. opus fuit; ut sc. abeat in Comma 80. 81. (quod est unum & quidem primarium ex ijs quæ Concinnis inserviunt) & in Residuum 19682. 20000. quod est paulò majus Commate, sc. 62. 63. ferè. Non autem duo sed unum Comma fierat abscindendum; ne nimium inæquales partes fierent, cùm propriæ Saturni & Jovis sint proximè æquales: secundùm axioma X, etiam ad Concinna & ijs minutiores partes extensum: simul etiam ideò, quia Comma definitur intervallis Tono majore & Tono minore, non ita duo Commata. Potrò Saturno, altiori & valentiori Planetæ, debebatur harum partium non illa potiùs, quæ major, licet is haberet propriam 4. 5. majorem; sed illa, quæ prior & pulchrior, hoc est, magis Harmonica. Nam in Ax. X, præcedit respectus prioritatis & perfectionis Harmonicæ; ultimas tenet respectus quantitatis, quia nulla pulchritudo est in quantitate per se. Ita motus Saturni fiunt 64, 81, Tertia major adulterina, ut lib. III. Cap: XII. appellavimus; Jovis verò 6561. 8000.

Nescio an inter causas additi Saturno Commatis sit commemorandum; ut scilicet Extrema Saturni iutervalla possent constituere proportionem 8. 9, Tonum majorem: an potiùs id ultrò resultaverit ex causis antecedentibus Motuum. Habes igitur hic potiùs, loco Corollarij, causam, cur suprà cap. IV. fol. 195. Intervalla Saturni deprehensa sint Toni majoris proportionem complecti proximè.

XXXIX. Propositio.

IN Harmoniis Planetarum uniuersalibus, generis Duri, Saturnus motu exactè perihelio concordare non potuit; nec Jupiter motu exactè aphelio.

Cùm enim Saturni aphelius, cum Telluris & Veneris aphelijs, exactè concordare debuerit, per XXXI. concordabit cum ijsdem etiam is Saturni motus, qui est intensior quàm aphelius ejus, per unam Tertiam duram 4. 5: aphelij enim Telluris

CAP. IX. *Telluris & Veneris faciunt Sextam duram, quæ per demonstrata libri III. divisibilis est in Diatessaron & Tertiam duram. Ergò motus Saturni, qui adhuc celerior est hoc jam concordato, infra tamen magnitudinem intervalli Concinni, is non exactè concordabit. At talis est perihelius Saturni ipsissimus, quia distat ab ejus aphelio plus quàm intervallo 45 plus scilicet uno Commate 80,83. (quod minus est Concinno minimo) per XXXVIII. Non concordat igitur exactè perihelius Saturni. At nec exactè aphelius Jovis: is enim cum perihelio Saturni, non exactè consonante, consonat per Diapason perfectum, per VIII. quare per dicta libro III. nec ipse exactè consonare poterit.*

XL. Propositio.

AD communem Jovis & Martis divergentium motuum Harmoniam 1. 8. Trisdiapason, prioribus rationibus stabilitam, addi oportuit Limma Platonicum.

Nam quia inter aphelios Saturni & Telluris debuit esse 1. 32. hoc est 12,384, per XXXI; ab aphelio verò Telluris ad perihelium Martis debuit esse 3. 2. hoc est 384. 256. per XV; & ab aphelio Saturni ad ejus perihelium 4. 5. vel 12. 15. cum additamento, per XXXVIII; deniq; à perihelio Saturni ad aphelium Jovis 1. 2. vel 15. 30. per VIII: restat igitur ab aphelio Jovis ad perihelium Martis 30. 256, dempto Saturni additamento. Atqui 30. 256. superat 32. 256. hoc est 1. 8. quantitate 30. 32. hoc est 15. 16. vel 140. 256. quod est Semitonium. Detractum igitur à 240. 256. Saturni additamentum, quod prop. XXXVIII. debuit esse 80. 81. hoc est 240. 243, relinquit 243. 256; id verò est Limma Platonicum, scilicet 59. 20. ferè: vide lib. III. Ad 3. 8. igitur addendum fuit Limma Platonicum.

Itaque major Jovis & Martis proportio, divergentium sc. motuum, esse debet 243. 2048. quod est medium quodammodò inter 243. 2187. & 243. 1944. id est inter 1. 9. & 1. 8. quarum illam suprà requirebat Analogia, hanc Harmonica concinnitas vicinior.

XLI. Propositio.

MARTIS motuum propria proportio necessario dupla est facta proportionis Harmonicæ 5. 6. scilicet 25. 36.

Nam quia proportio Jovis & Martis motuum divergentium, debuit esse 243. 2048. id est 729. 6144. per præcedentem: convergentium verò 5. 24, id est 1280. 6144. per XIII: summa ergò propriarum utriusque necessariò fuit 729. 1280. vel 72900. 128000. Sed Jovis solius propria debuit fieri 65 61. 8000, id est 104976. 128000, per XXXVIII. Ablatâ ergò hac Joviali, abutriusque summâ, relinquitur propria Martis 72900. 104976. id est 25. 36. cujus dimidia est 5. 6.

Aliter sic. Ab aphelio Saturni ad aphelium Telluris motum est 1. 32. seu 120. 3840. ab eodem illo ad perihelium Jovis est 3. 3. seu 120. 360. cum suo additamento. Hinc verò ad aphelium Martis est 5. 24. seu 360. 1728. Igitur ab aphe-

CAP. IX.

aphelio Martis ad ad aphelium Telluris relinquitur 1728. 3840. minus additamento illo Saturni & Jovis divergentium proportionis. At ab eodem aphelio Telluris ad perihelium Martis est 3.2. hoc est 3840. 2560. Inter ergò Martis aphelium & perihelium motus, relinquetur proportio 1728. 2560, id est 27. 40. seu 81. 120. minùs dicto additamento. Sed 81. 120. Commate minus est quàm 80. 120. seu 2. 3. Ergò si de 2. 3. detrahatur Comma, detrahatur & additamentum dictum (quod per XXXVIII. est æquale propriæ Veneris): relinquitur propria. Sed propria Veneris, est Diesis diminuta commate per XXVI. Comma verò, & Diesis diminuta Commate, faciunt Diesin integram 24. 25. Si ergò à 2. 3. hoc est à 24. 36, auferas diesin 24. 25. relinquetur Marti propria 25. 36. ut prius: cujus dimidia 5. 6. cedit intervallis, per cap. III.

Enitemum causam, cur suprà Capite IV, fol. 195. Martis intervalla extrema, proportionem Harmonicam 5. 6, complecti deprehensa sint.

XLII. Propositio.

Martis & Telluris Maior, seu diuergentium communis proportio, necessariò facta est 24. 125. minor quàm Harmonia 5 12, prioribus rationibus stabilita.

Propria enim Martis debuit fieri Diapente, cui sit adempta diesis, per præcedentem Communis verò convergentium Martis & Telluris, seu Minor, debuit esse Diapente 2. 3. p XV. Propria denig; Telluris, est duplicata Diesis, cui sit adempta Comma, p XXVI. & XXVIII. Ex his verò elementis conflatur Major, seu divergentium & Telluris, sit q; duo Diapente (seu 4. 9, hoc est 108. 243.) cum una Diesi, quæ sit multata Commate, hoc est cum 243. 250: sit sc. 108. 250. seu 54. 125. hoc est 608. 1500. At qui hoc est minus, quàm 625. 1500. hoc est, quàm 5, 12, quantitate 608, 625. quæ est ferè 36. 37. minor Concinno minimo.

XLIII. Propositio.

ADHarmoniam aliquam uniuersalem, Martis aphelius conspirare non potuit: in scalam tamen generis Mollis illum quadamtenus consentire necessarium fuit.

Nam quia perihelius Iovis obtinet locum d tensionis acutæ in genere Molli, & verò inter illum & Martis aphelium esse debuit Harmonia 5. 24. ergò Martis aphelius obtinet locum f adulterinum tensionis ejusdem acutæ. Dico adulterinum: nam libro III. cap. XII. cum recenserentur Consonantiæ adulterinæ; ex q; compositione systematum deducerẽtur omissæ sunt aliquæ, quæ in ipso systemate simplici naturali existunt. Ita q; lector post lineam quæ desinit sic 81. 120. adscribat ista. à qua si auferas 4, 5. seu 32. 40. restat 27. 32 diminuta Sexta mollis: quæ est inter d f. vel c e vel a c. Octavæ etiam simplicis.

Et in subjecta Tabella primam lineam occupent ista.

Pro 5. 6, est 27. 32. deficiens.

Ex quibus patet, in Systemate naturali, clavem f genuinam, ut illa est ex meis principijs ordinata, cum d clave constituere Sextam Mollem deficientem seu adulterinam. Cum igr inter perihelium Jovis in clavi genuinâ d, constitutum,

CAP. IX.

& inter aphelium Martis, sit perfecta Sexta mollis supra Disdiapason, non verò deficiens, ꝑ XIII: sequitur Martem aphelio motu signare locũ, qui sit uno commate altior clave genuinâ f; itaq; non nisi f adulterinũ obtinebit: eoq; non planè, sed saltem quadamten⁹ in hanc scalam consentit. Concordãtiam verò universalem neq; puram neq; adulterinam ingreditur. Nam Veneris perihelius obtinet locum e tensionis huj⁹. At inter e. f est dissonantia, ob vicinitatem. Dissonat igr ♂, ab uni⁹ planetarum sc. à ♀ perihelio. Sed & à cæteris ♀ motibus dissonat, remittuntur n. ij uno Commate minus, quàm ꝑ unam Diesin: quare cùm inter perihelium ♀ & aphelium ♂ sit Semitonium & Comma, inter igr aphelium ♀ & aphelium ♂ erit Semitonium & Diesis (dissimulatis Octavis), hoc est Tonus minor; quod adhuc dissonum est intervallum. Tantùm a. in Mollis generis Scalam aphelius Martis consentit, non etiam in Duri. Nam cùm aphelius Veneris conspiret in e generis Duri; Martis verò aphelius (dissimulatis Octavis) sit factus altior quàm e, Tono minore; necessariò igr aphelius ♂ in hac tensione medius inter f & fe caderet, faciens cum g (quem in hac tensione occupat aphelius Telluris) intervallum 25. 27. planè inconcinnum, Tonum sc. majorem, cui adempta sit Diesis.

Eodem modo probabitur Martis aphelius etiam à Telluris motibus dissidere. Nam quia cum perihelio Veneris Semitonium & Comma facit, per dicta, id est 14. 15. sed perihelij Terræ & Veneris faciunt Sextam Mollem 5. 8. seu 15. 24. per XXVII; Martis igr aphelius cum perihelio Telluris (additis illi Octavis) faciet 14. 24. seu 7. 12. inconcinnum intervallum, nedum Harmonicum, vt & 7. 6. Est n. dissonum & inconcinnum, quicquid est inter 5. 6. & 8. 9. vt hic 6. 7. Sed nec ullus alius Telluris mot⁹ concordare potest cum aphelio Martis. Nam supra dictũ, quòd is cum aphelio Telluris faciat 25. 27. inconcinnum (dissimulatis Octavis): jam verò à 6. 7. vel 24. 28. usque in 25. 27. omnia sunt minora minimo intervallo Harmonico.

XLVI. Corollarium.

PAtet igitur ex hac XLIII. de Iove & Marte, & ex XXXIX. de Saturno & Jove, & ex XXXVI. de Jove & Tellure, & ex XXXII. de Saturno: cur suprà cap. V. planetarum mot⁹ extremos neq; omnes ad unum Systema naturale seu scalam musicam perfectissimè accommodatos esse, neque qui ad systema tensionis ejusdem accommodati erant; omnes illos, loca illius naturali ratione divisisse, seu successionem Concinnorum intervallorum merè naturalem effecisse deprehensum sit. Nam priores sunt causæ, quibus singuli planetæ singulas sunt nacti Harmonias, quibus & omnes planetæ Harmonias universales; quibus deniq; & Harmoniæ universales duo genera, Durum & Molle: quibus positis, jam impeditur omnimoda accommodatio ad unum naturale systema. Quòd si illæ causæ non præcessissẽt necessariò: dubium nullum est, quin vel unum systema, unaq; ejus tensio Planetarum omnium motus extremos complexum esset: vel si duobus systematib⁹ op⁹ fuit, pro duobus cantus generibus, Duro & Molli; non in alterâ tantũ generis duri, sed etiam in reliquâ generis Mollis, ipsissimus ordo scalæ naturalis fuisset express⁹. Habes igr hic dicto cap. V. promissas causas dissidiorum ꝑ minima, & omnibus qdem conçinnis minora.

XLVII. Pro-

XLV. Propositio. CAP. XII.

AD communem maiorem Veneris & Mercurii Disdiapason, nec non ad Mercurij etiam propriam, suprà prioribus rationibus prop. XII. & XVI. stabilitas, accedere oportuit intervallum æquale intervallo Veneris, sic ut propria Mercurij fieret perfecta 5. 12, & sic ☿ utroque motu cum unico perihelio Veneris concordaret.

Nam quia Saturni aphelius cum aphelio Telluris concordare debuit, Planetæ extimi, figuræ suæ circumscripti & altissimi, cum Telluris, quæ figurarum classes distinguit, altissimo: sequitur legibus oppositorum, ut Mercurij perihelius cum Telluris perihelio conspiret, quippe Planetæ intimi, figuræ suæ inscripti, & humilimi, Solig; vicinissimi, cum Telluris, sepis illius communis, motu humilimo: illi quidem ad Durum, hi ad Molle Harmoniarum genus designandum, per prop. XXXIII. & XXXIV. Sed Veneris perihelius cum Telluris perihelio concordare debuit in Harmonia 5. 8. per XXVII. Ergò etiam perihelius Mercurij, cum perihelio Veneris in unam Scalam debuit contemperari. Erat verò prop. XII. ex prioribus illis rationibus definita Veneris & Mercurij Divergentium Harmonia 3. 4. Illa ergo jam per has posteriores rationes fuit fermentanda accessione totius intervalli Veneris. Non igr amplius ab aphelio, sed à perihelio Veneris ad perihelium Mercurij est perfecta Disdiapason 2. Atqui etiam convergentium Harmonia 3. 5. perfecta est, per prop. XV. Eâ igitur subtractâ ab 1. 4, restat soli Mercurio propria 5. 12. etiam perfecta, non verò amplius (ut prop. XVI. per priores rationes) diminuta proportione Veneris propriâ.

Alia ratio. Sicut Saturnum & Iovem solos exterius nullatenus contingût Dodecaedron & Icositedron, conjugatæ: sic eædem Mercurium solum interius non tangunt: tangunt n. Martem, Tellurẽ & Venerem, illum intus, hanc extrà, mediam utring. Sicut igr in proprias proportiones motu ũ Saturni & Iovis, qui Cubo & Tetraedro sulti sunt, distributum additum est aliquid æquale propriæ Veneris: sic jam propriæ Mercurij solitarij, qui Octaedro, Cubi & Tetraedri sociâ figurâ continetur, accedere debuit tantundem: quippe sicut Octaedron, figura unica inter Secundarias, vicem sustinet duarum, Cubi & Tetradri inter Primarias, de quo vide Cap. I. sic etiam inter Planetas inferiores, unus Mercurius est loco duorum ex superioribus, Saturni scilicet & Iovis.

Tertiò, sicut Saturnus altissimus per aliquot Diapason, hoc est, in proportione 1. 32. continuè duplâ, concordare debuit aphelio suo motu, cum duorum qui genus Harmoniæ mutant, altioris sibig, ppioris motu etiam aphelio: per XXXI: sic vicissim, & humilimus, rursum p aliquot diapason, h. e. in proportione 1. 4. etiam continuè duplâ, concordare debuit ☿ perihelio suo motu cum duorum, qui genus Harmoniæ mutant, inferioris sibig, similiter propioris motu perihelio. Quartò superiorum trium ♄, ♃, ♂, singuli tantùm extremi conspirant ad Harmonias universales; inferioris igr & unici, Mercurij sc. ambo extremi conspirare debuerũt ad easdem: nam medij, Tellus & ♀, genus Harmoniarum mutare debuerunt, per XXXIII. XXXIV. Deniq; in bigis tribus superiorum inventæ sunt Harmoniæ perfectæ inter convergentes motũ; fermentatæ verò inter divergentes, & ppriæ singulorum: in bigis igr duabus inferiorum vicissim non inter convergentes potissimùm, nec inter divergentes, sed inter ejusdem plagæ motus, perfectæ Harmoniæ reperiri debuerunt. Et quia Telluri & ♀, duæ perfectæ debebantur: quare etiam ☿ & ♀ duæ debebãtur perfectæ. Et illi quidem duo, tam inter aphelios perfectã sortiri debuerunt, quàm inter ☿helios, quia genª Harmoniæ mutare debuerunt:

CAP. IX.

Venus verò & Mercurius, utpote genus Harmoniæ non mutantes, non etiam requirebant perfectas inter utramq; bigam, tam apheliorum quàm perihelíorum motuum: sed successit pro Harmoniâ perfectâ apheliorum, ut quæ fermentata jam fuit, Harmonia perfecta convergentium: ut sicut Venus inferiorum superior, propriam motuum proportionem habes minimam omnium per XXVIII. Mercurius, inferiorum inferior, proportionem propriam, maximam omnium sortitæ est, per XXX: sic etiam propria Veneris, omnium propriarum esset imperfectissima, seu ab Harmonijs remotissima; propria verò & omnium propriarum perfectissima, id est Harmonia absoluta, sine fermento; & sic tandem undiq; rationes essent oppositæ.

Sic enim magnalia sapientiæ suæ decoravit is, qui est ante sæculum & usq; in sæculum: nihil redundat, nihil deficit, nec locus est censuræ cujusquam. Quàm desiderabilia opera ejus, &c. omnia duplicia unum contra unum, nec ulli suum deest oppositum; uniuscujusq; confirmavit (*rationibus optimis stabilivit*) bona (*Ornatum & decentiam*) & quis saturabitur videns gloriam eorum?

XLVI. Axioma.

SOlidarum figurarum interlocatio inter Orbes planetarios, si libera est, nec præcedentium causarum necessitatibus impedita, perfectione sequi debet analogiam inscriptionum & circumscriptionum geometricarum: adeòque & conditiones proportionis inscriptorum ad circumscriptos.

Nihil enim est magis consentaneum quàm, ut inscriptio physica Geometricam, tanquam opus typum suum, exactè repræsentet.

XLVII. Propositio.

SI Figurarum inter Planetas inscriptio libera fuit, Tetraedron suprà tangere debuit angulis orbem perihelium Jovis exactè, infrà centris planorum, aphelium Martis exactè. Cubus verò & Octaëdrō, angulis in Orbem perihelium sui quæq; Planetæ insistētes, centris planorum penetrare debuerunt orbem sui interioris, sic ut illa centra versentur intra Orbes, aphelium & perihelium: Dodecaëdron contrà & Icosiedron, angulis extrà stringentes suorum Planetarum Orbes perihelios, centris planorū non planè attingere debuerūt aphelios orbes suorum interiorum: Echinus denique Dodecaëdricus, stans angulis in perihelio orbe Martis, medijs punctis inversorum laterum, radios binos solidos interstinguentium, debuit venire proximè orbem aphelium Veneris.

Est enim Tetraëdron figura media Primariarū, & ortu & situ in Mundo, æqualiter iger, si nihil impediebat, sumovere debuit utramq; regionem & & &. Cui quia Cubus sursum erat & exterius, Dodecaedro deorsū & interius: par erat ergò, ut & illorū inscriptio affectaret contrarietatem ejus, cujus Tetraëdron tenebat medium, & altera illarum excessum faceret inscriptionis, altera defectum: altera sc. interiorem orbē quadamtenus penetraret, altera non attingeret. Et quia Octaedron

CAP. IX.

èdron est Cubo cognatum, æqualem habens orbium proportionem; Icosiedron verò Dodecaëdro: quod igitur Cubus habet de perfectione inscriptionis, idem & Octaëdro debebatur: quod Dodecaëdron, idem & Icosiedro. Est & constimilis Octaedri situs, situi Cubi; Icosiedri verò, situi Dodecaedri: quia ut Cubus alterum tenet terminum ad exteriora: sic Octaedron tenet reliquum extremum ad interiora Mundi, Dodecaëdron verò & Icosiedron mediant: Convenit igitur etiam simili inscriptio, illic penetrativa Orbis planetarij interioris, hic deficiens ab illo. Echinus verò, qui summitatibus angulorum repræsentat Icosiedron, basibus Dodecaëdron, utramq. etiam regionem, tam inter Martem & Tellurem, Dodecaedro, quam inter Tellurem & Venerem, Icosaedro tributas implere, complecti seu disponere debuit. Utrum autem oppositorum, utri societati conveniat, Axioma præmissum clarum facit. Tetraedron enim, habens inscriptum orbem effabilem, medium sortita est locum inter Primarias stipata utring. figuris incommensurabilium Orbium, quarum exterior Cubus, interior Dodecaëdron, per cap. I hujus. Hæc verò qualitas Geometrica, Effabilitas inscripti, repræsentat in Naturâ inscriptionem Planetarij Orbis perfectam. Cubus igitur cum sociâ habent inscriptos, ex dimidio saltem effabiles, id est, solâ potentiâ; debent igitur semiperfectam repræsentare inscriptionem; ubi licet non ipsa Orbis planetarij Extremitas, at saltem interius aliquid, & nominatim Medietas inter Orbes, aphelium & perihelium si per alias rationes fieri possit, attingatur à centris planorum figuræ. Dodecaëdron contrà cum sociâ habent inscriptos planè ineffabiles & longitudine radij & potentiâ: debent igitur planè imperfectam repræsentare inscriptionem, & penitus nihil de Orbe planetario attingentem, hoc est, deficientem, & usque ad aphelium planetæ orbem non planè pertingentem, suorum planorum centris. Echinus etsi Dodecaëdro & sociæ cognatus est, habet tamen aliquid simile Tetraëdro. Nam radius inscripti lateribus ejus inversis, est quidem incommensurabilis circumscripti radio, at commensurabilis est interim longitudine, distantiæ binorum angulorum vicinorum. Itaq. perfectio commensurationis radiorum ferè tanta, quanta Tetraëdro imperfectio altrinsecus tanta, quanta Dodecaëdro & sociæ. Consentaneum igitur est, etiam physicam inscriptionem ei competere, nec planè Tetraëdricam, nec planè Dodecaëdricam, sed generis intermedij; ut quia Tetraëdron planis pertingere debuit ad summum Orbis, Dodecaëdron non attingere, certo spacio: jam hæc aculeata figura lateribus inversis inter spacium Icosiëdricum, & inter orbis inscripti summum stet, proximè hanc summitatem attingens: si tamen etiam ista figura in societatem reliquarum quinque adsciscenda fuit, legesq. istæ, stantibus legibus illarum, tolerari potuerunt. Imò quid dico tolerari potuerunt? quibus illæ carere non potuerunt, Nam si Dodecaëdro competebat inscriptio laxa, nec attingens; quid aliud indefinitam illam laxitatem intra certæ quantitatis metas coërcere potuit; quàm hæc subsidiaria figura, Dodecaëdro & Icosiëdro cognata, inscriptione suâ proximè attingente, hæc plus deficiente (si tamen deficit,) quàm Tetraedron excedit & penetrat? de qua quantitate jam in sequenti agemus.

Valdè verisimilem reddit hanc causam Echini associati duabus cognatis figuris (ut scilicet determinaretur proportio Orbium Martis & Veneris, quam illæ indefinitam reliquerant) quòd invenitur Semidiameter Orbis Telluris 1000. propè admodũ medio loco proportio-

CAP. IX.

Echini speciem vide lib. V. fol. 182. ubi P.P solidi anguli O.O. media inversa latera

nalis inter orbem Martis perihelium & Veneris aphelium: quasi spacium quod Echinus vindicat cognatis figuris, inter illas, ut pote similes, proportionaliter sit divisum.

XLVIII. Propositio.

INscriptio Figurarum regularium solidarum inter Orbes Planetarios non fuit meræ libertatis: impediebatur enim circa minima ab Harmonijs inter motus Extremos statutis.

Nam per Ax. I. & II. Proportio orbium cujusq; Figuræ non ipsa per seipsam immediatè debuit exprimi, sed per illam quærendæ priùs fuerunt, motibusq; extremis accommodandæ Harmoniæ, ipsis Orbium proportionibus familiarissimæ.

Deinde, vt p Ax. XIIX. XX. Harmoniæ universales duorum generum esse possent, fermenti non nihil addi oportuit Harmonijs singularum bigarum Majoribus, per rationes posteriores. Vt igitur ista stare possent, suisq; proprijs niti rationibus; requirebantur intervalla dissidentia nonnihil ab ijs, quæ sunt ex inscriptione perfectâ figurarum inter Orbes, legibus motuum Cap. III. explicatis. Id vt comprobetur, & vt appareat quantum derogetur singulis figuris per Harmonias proprijs rationibus stabilitas: age ex illis extruamus intervalla planetarum à Sole, novâ formâ calculi nec atneà tentatâ à quoquam.

Calculus intervallorum Planetariorum ex Harmonica politicâ emergentium.

Erunt autem inquisitionis hujus tria capita: Primùm ex cujusq; planetæ motibus binis extremis, inquirentur ejus & Solis intervalla itidem Extrema, ex ijs Radius orbis in illa Extremorum intervallorum dimensione, cujusq; planetæ propriâ. Secundò, ex ijsdem motibus extremis, in dimensione omnibus eâdem, inquirentur motus medij, eorumq; proportio. Tertiò ex proportione motuum mediorum jam patefactâ, proportio Orbium seu Mediorum intervallorum investigabitur, & unâ etiam extremorum; illaque comparabitur cum proportionibus figuralibus.

Quod primum attinet: repetendum est ex Cap. III. numero VI. quòd proportio motuum extremorum sit dupla proportionis eversæ respondentium intervallorum à Sole. Cùm igitur etiam quadratorum proportio sit dupla proportionis suorum laterum: ergò numeri quibus extremi motus singulorum exprimuntur, considerabuntur vt Quadrati, & quæsitæ illorum radices dabunt extrema intervalla, quorum facile est medium arithmeticum accipere, pro semidiametro Orbis & Eccentricitate. Igitur Harmoniæ hactenus stabilitæ præscripserunt

Planetis.	Motuum proportiones	Horum Radices aut prolongatæ aut multiplicium.	Ergò semidiameter Orbis.	Eccentricitas.	In dimensione semidiametri Orbis 100000
Saturno	64	80	85	3	3882
per XXXVIII.	81	90			
Jovi	6581	81000	85222	4222	4954
per XXXVIII.	8000	89444			
Marti	25	50	55	5	9091
per XLI.	36	60			
Telluri	2916	93531	95178	1647	1730
per XXVIII.	3125	96825			
Veneri	243	9859	99295	705	710
per XXVIII.	250	10000			
Mercurio	5	63250	80624	17375	21551
per XLIV.	22	98000			

Ad se-

CAP. IX.

Ad secundum ex propositis rursum opus habemus capitis III, numero XII. ubi ostensum, quòd numerus, qui exprimit motum medium in ꝓportione extremorum, sit minor Medio eorũ arithmetico, minor etiam geometrico, semisse differẽtiæ Medij utriꝰ q̃. Et quia omnes motꝰ medios exquirimꝰ in dimensione eâdem; quare omnes ꝓportiones, hactenꝰ stabilitæ inter binos & binos, omnes etiam singulorum ꝓpriæ, explicentur in mensurâ communis minimi dividui. Tunc quærantur Media, arithmeticum ꝑ dimidiationem differentiæ extremorum cujusq; motuũ, geometricum, per multiplicationem extremi unius in alterum, & extractionem radicis è facto: tunc semissi de mediorum differentiâ ablatâ à geometrico Medio, constituetur numerus Motus medij, in dimensione cujusq; extremorum motuum propriâ; quæ facilè per regulam proportionum transmutatur in communem.

Proportiones Harmonicæ Binorum.	Numeri motuũ extremorum	singulorum ꝓpriæ.	Media singulorum continuata. Arithmeticum	Geometricum seu radix.	Differẽtiæ semisses.	Numerus motus medij in dimensione Sua	Communi.
1	♄.139968.	64	72.50.	72.00.	25.	71.75.	156917.
1	♄.177147.	81					
2	♃.354294.	6561	7280.5.	7244.9.	178.	72.271.	390263.
5	♃.432000.	8000					
24	♂.2073600.	25	30.50.	30.00.	25.	29.75.	2467584.
2	♂.2985984.	36					
32 3	T. .4478976.	2916	3020.500.	3018.692.	904.	3017.788.	4635322.
5	T. .4800000.	3125					
5	♀.7464960.	243	246.500.	246.475.	125.	246.4625.	7571328.
1 3 8	♀.7680000.	250					
5	☿.12800000.	5	8.500.	7.746.	377.	7.369.	18864680.
4	☿.30720000.	12					

Figuræ ultra punctum pertinent ad præcisionem numeri in p. denarijs

Inventa est ergò ex præscriptis Harmonijs, proportio Mediorum diurnorum motuum, quæ scilicet est inter cujusq; graduũ & minutorum &c. numeros inter se comparatos; quæ quàm propinquè accedat ad Astronomiam, facile est explorare.

Tertium caput propositorum indiget capitis III. numero VIII. Inventâ enim proportione diurnorum mediorum motuum in singulis Planetis, datur invenire & proportionem Orbium. Est enim proportio mediorum motuum, proportionis Orbium eversæ sesquialtera. Atqui etiam proportio Cubicorum numerorum est sesquialtera proportionis Quadratorum ad easdem Radices adscriptorum in Tabula Clavij, quam subjunxit suæ Geometriæ Practicæ. Quare si quærantur numeri nostri motuum mediorum (decurtati, ubi opus erit, æquali numero cyphrarum) inter Cubicos illius Tabulæ, exhibebunt ad sinistram sub titulo Quadratorum, numeros proportionis Orbium: tunc Eccentricitates suprà singulis adscriptæ in dimẽsione cujusq; semidiametrorum propriâ, facilè per regulam proportionum transponentur in dimensionem omnibus communem, vt ijs additis ad semidiametros orbium, indeq; ablatis, constituantur intervalla singulorum à Sole, extrema. Dabimus autem semidiametro Orbis Telluris dimensionem rotundam 100000, vt moris est in Astronomiâ: idq; hoc consilio, quia hic numerus seu quadratè multiplicatus seu cubicè, semper constat meris cyphris; itaq; etiam motum medium Telluris efferemus numero 1000 000 000; per regulam proportionum facientes, vt numerum motus medij cujusq; planetæ ad numerum motus medij Telluris; sic

CAP. IX. *ris; sic 1000 000 000 ad novam dimensionem. Ita quinq; solis radicibus cubicis transigi poterit negocium, singulis illis cum unico Telluris numero comparatis.*

	Numeri ex motibus medijs in dimensione		Numeri proportionis orbium inter quadratos inventi.	Semidiametri ut Supra.	Eccentricitas In dimensione		Intervalla extrema emergentia.	
	Pristinâ,	Novâ eversâ inter cubos ꝙrendâ.			Propriâ ut supra.	Communi	Aphelia.	Perihelia.
♄.	156917.	29539960.	9556.	85.	5. 562	10178.	9994	
♃.	390263.	11877400.	5206.	83222.	4222.	258	5464.	4948
☿.	2467584.	1878483.	1523.	55.	5.	138	1661.	1384
♂.	4635322.	1000000.	1000.	95178.	1647.	17	1017.	983
♀.	7571328.	612220.	721.	99295.	705.	5	726.	716
☽.	18864680.	2435714.	392.	80625.	17375.	85	476.	308

Apparet igitur in ultimâ serie, quales prodeant Numeri, quibus convergentia binorum ex primuntur intervalla: qui omnes valdè propè accedunt ad illa intervalla, quæ inveni ex observationibus Braheanis. In solo Mercurio parvula est differentia. Nam Astronomia videtur ei dare intervalla hæc 470. 388. 306. omnia breviora. Causa dissidij vel in Observationū paucitatem conjicienda videtur, vel in Eccentricitatis magnitudinem. Vide cap. III. Sed ad finem calculi propero.

Iam enim facile est, comparare proportionem orbium figuralium cum proportione intervallorum convergentium.

Nam si Semidiameter orbis figuræ circumscripti quæ est communiter 100000,	fiat	Tunc semidiameter inscripti ex	pro	fiet	Cum sit intervallum ex Harmonijs.	
In Cubo	8994. ♄	57735	5194.		Medium	♃. 5206.
In Tetraedro	4948. ♃	33333	1649.		aphelium	♂. 1661.
In Dodecaedro	1384. ♂	79465	1100.		aphelium	☿. 1013.
In Icosiedro	983. ☿.	79463	781.		aphelium	♀. 726.
In Echino	1384. ♂	52573	728.		aphelium	☽. 726.
In Octaedro	716. ♀	57735	413.		medium	☽. 392.
In Quadraro Octaedri	716. ♀	70711	506.		aphelium	☽. 476.
vel	476. ☽	70711	336.		perihelium	☽. 308.

Paulò sc. infra medium Iovis descendant plana Cubica; non planè ad ipsum Medium Mercurij, plana Octaedrica; paulò infra summum Martis, Tetraedrica; non planè ad ipsum summum Veneris, latera Echini; longè verò ab aphelio Telluris deficiunt plana Dodecaedri; longè etiam, & ferè proportionaliter ab aphelio Veneris, plana Icosiedri: Octaedri deniq; quadratum planè ineptum est; nec injuria; nam quid planæ figuræ inter solidas? Vides igr si planetarum intervalla deducantur ex proportionibus Harmonicis motuum, hactenus demonstratis; necesse esse ut illa tanta evadant, quanta hæ patiuntur, non verò, quanta requirerent leges inscriptionis liberæ, prop. XLV. præscriptæ: quia hic κόσμος γεωμετρικὸς *inscriptionis perfectæ, non erat amplius juxta illum alterum* κόσμον ἁρμονικὸν ἐνδεχόμενον, *ut Galeni verbis utar, ex hujus libri V. frontispicio desumptis. Tantum ad dilucidationem propositionis præscriptæ, ipso numerorum calculo demonstrandum fuit.*

Non dissimulo, si Harmoniam convergentium Veneris & Mercurij augeam propriâ proportione motuum Veneris, eâdemq;, ut consequitur, minuam propriam Mercurij; tunc prodire mihi per hanc methodum, intervalla Merçurij, & Solis ista, 469. 388. 307. quæ valdè præcisè re-

præsen-

CAP. IX.

præsentantur ab Astronomiâ. At primò diminutionem illam non possum defendere rationibus Harmonicis; non enim quadrabit aphelius Mercurij in ullam scalam Musicam; nec tenetur in Planetis, oppositis in Mundo, plenaria ratio oppositionis omnium conditionum. Deinde motus Mercurij medius diurnus fit nimis magnus, eòq; periodicum & tempus, quod est totius astronomiæ certissimum, nimiùm abbreviatur. Itaque maneo in politiâ Harmonicâ motuum, hic usurpatâ & toto cap. IX. confirmatâ. Veruntamen hoc exemplo vos, quotquot in hujus libri lectionem incidetis, Mathematicis disciplinis, & summæ philosophiæ cognitione imbuti, omnes provoco: agite strenui, vel unam ex Harmonijs passim applicatis convellite, cum aliâ aliquâ permutate; & experimini, num tam prope astronomiam, cap. IV. præscriptam accessuri sitis: vel contendite rationibus, num melius & convenientius aliquid motibus cœlestibus astruere, dispositionem verò à me adhibitam in parte vel toto destruere possitis. Quicquid ad gloriam pertinuerit Conditoris & Domini nostri, id æquè vobis per meum hunc librũ licitum esto; ac ipse licentiam mihi sumpsi ad hanc horam usque, mutandi passim illa, quæ prioribus diebus oscitanti curâ, vel properanti ardore præposterè concepta deprehendere potui.

Provocatio

IL. Epiphonema.

BOnum erat, solidas figuras in genesi intervallorum cedere rationibus Harmonicis, Harmoniasque binorum Majores, Harmonijs universalibus omnium; quantum hujus erat necesse.

Pulchro casu ad septenarij Quadratum IL devenimus; ut hoc veluti Sabbatum quoddam succedat, præmissis sex solidis Octonarijs Effatorum de opere Cœlorum. Meritò etiam Epiphonema feci, quod inter Axiomata præmitti potuit: quia etiam Deus jam defunctus operâ Creationis, vidit omnia, quæ fecerat, & ecce erant valdè bona.

Duo sunt Epiphonematis membra: primum de Harmonijs in genere, sic demonstratur. Nam ubi delectus est inter diversa se mutuò non ex æquo ferentia: ibi præferenda esse præstantiora, derogandum q; vilioribus, quantũ necesse est, ipsa vox τοῦ κόσμου, quæ ornatum significat, arguere videtur. Atqui quanto vita corpore, forma materiâ, tantò præstat ornatus Harmonicus Geometrico simplici.

Nam ut Animantium corpora perficit vita, quia ad hanc agendam sunt natæ: Vide lib. I. *quod ex Archetypo Mundi, qui est ipsa essentia divina, sequitur: sic regiones Planetis attributas, motus, sideris quamq; sui, metatur: quia ut sidus moveri posset, regio illi sua fuit assignata. Atqui figuræ quinq; solidæ, vi vocis ipsius, ad spacia regionum pertinent, & ad illarum, corporumq; numerum: Harmoniæ verò ad motus. Rursum ut Materia diffusa est & indefinita ex seipsâ; Forma definita, unita, & terminans ipsa materiam: sic etiam proportionum Geometricarum infinitæ sunt; Harmoniæ paucæ. Etsi enim inter Geometricas etiam certi sunt gradus definitionum formationumque & restrictionum; nec plures tribus existere possunt ex adscriptione orbium ad figuras regulares: attamen has etiam commune cum reliquis omnibus accidens sequitur; quòd præsupponitur infinita quantitatum sectio possibilis; quàm etiam actu quodammodo involvunt illæ, quarum termini* fol. 163. vide lib. IV.

CAP. IX.

sunt interse incommensurabiles. At Harmonicæ proportiones omnes sunt effabiles omnium terminis commensurabiles; ijq; desumpti ex figurarũ planarũ certâ & finitâ specie. Infinitas verò sectionis materiam; commensuratio verò seu Effabilitas terminorum formã repræsentat. Vt igitur materia Formã, vt rude saxum, justæ quidem quãtitatis, Ideam humani corporis: sic Geometricæ Figurales pportiones, Harmonias appetũt; non vt fingãt & formentillas: sed quia hæc Materia ad hanc Formam, hæc saxi quantitas ad hanc effigiem, hæc etiam figuralis proportio, ad hanc Harmoniam quadrat aptius: vt igitur fingantur fermenturq; amplius, Materia quidem à suâ Formâ, saxum à Colapte in speciem animantis; proportio verò orbium figuralium, à suâ, id est, propinquâ & aptâ Harmoniâ.

Quæ huc usq; sunt dicta, clariora fient ex historia mearum inventionum. Cùm ante 24. annos in hanc contemplationem incidissem: primùm inquisivi, num æqualibus intervallis ab invicem distarent orbes planetarum singuli (distant n. orbes in Copernico, nec sese mutuò attingunt): nihil scilicet pulchrius agnoscebam æqualitatis ratione. Illi verò caput & cauda deest: nullum enim numerum certum corporum mobilium, nullam certam intervallis quantitatem præbebat. hæc materialis æqualitas. Cogitavi igitur de intervallorum similitudine ad orbes, id est de Proportione. At sequebatur querela eadem, nam etsi proveniebant quidem intervalla inter orbes inæqualia sanè; at nec inæqualiter inæqualia, vt vult Copernicus, nec quantitas proportionis, nec numerus orbium efficiebatur. Transivi ad figuras planas regulares; formabantur abijs intervalla per adscriptionem circulorum: sed adhuc nullo certo numero. Ventum ad quinq; solidas; hic & numerus corporum, & intervallorum magnitudo propè vera patebat: vadebò vt super reliquâ discrepantiâ ad Astronomiæ perfectionem appellarem. Perfecta fuit his 20. annis Astronomia; & ecce adhuc intervalla discrepabant à figuris solidis; nec dum causæ patebant Eccentricitatum inæqualissimè distributarũ inter Planetas. Scilicet in hac Mundi domo quærebam nil nisi saxa, formæ electioris, sed quæ saxis conveniret; ignarus, Architectum illa finxisse in articulatissimam effigiem animati corporis. Ita paulatim, his præsertim ultimis 3. annis, vetum ad Harmonias, desertis circa minima Figuris solidis: cùm quia illæ stabant à partib. Formæ, quam ultima manus imponeret; figuræ à Materiâ, quæ in Mundo est numerus corporum, & spaciorum rudis amplitudo: tum etiam quia illæ dabant Eccentricitates, quas hæ ne pollicebantur quidem: illæ scilicet naſum oculos & reliqua membra conciliabant statuæ; cui istæ solam externam rudis massæ quantitatem præscripserant.

Quare sicut neq; corpora Animantum sunt facta, neque saxi moles fieri solet, ad normam puram alicujus figuræ geometricæ; sed derogatur externæ figuræ rotundæ, quantum vis eleganti (manẽte tamen justâ molis magnitudine), vt corpus organa vitæ necessaria, saxum verò effigiem animantis nanciscipossit: sic etiam proportio, quam Orbibus planetarijs præscripturæ erant figuræ solidæ, vt inferior, & tantùm corpus materiam q; spectans, cedere debuit Harmonijs; quantumejus, erat necesse ad hoc, vt stare ille juxtà, motq; globorũ exornare posent.

Supra aut: XVIII. inter Axiomata assumptum ex patte.

Alterum Epiphonematis membrum, de Harmonijs universalibus, cognatam priori probationem habet. Namilli potiùs debetur suprema veluti perfectionis manus, quod magis perficit Mundum; illi vicissim derogandum, (si derogandum alterutri); quod posteriores hic partes tenet. At magis Mundum perficit universalis Harmonia omnium, quam singulares binorum & binorum vicinorum ge-

rum geminæ. Est enim Harmonia, quædam unitatis ratio: magis igitur uniti CAP. IX
sunt, si omnes simul in unam, quàm si bini quiq; seorsim in binas conspirent Harmonias. Quare in conflictu utrarumq; cedere debuerunt ex binis binorum Planetarum, alterutræ singulares: ut stare possent universales omnium. Potiùs autem Majores, divergentium motuum, cedere debuerunt; quàm Minores, convergentium. Si enim divergunt illi, spectant igitur ad Planetas non bigæ propositæ, sed alios vicinos; & si convergunt hi, vergunt igitur, alterutrius Planetæ motus ad reliqui motum, permutatim: ut in biga Jovis & Martis, illius aphelius ad Saturnum, hujus perihelius ad Tellurem vergit; at illius perihelius vergit ad Martem, hujus aphelius ad Jovem. Horum igitur Harmonia Jovi & Martimagis est propria illorum, divergentium, Harmonia à Jove & Marte quodammodò est alienior. Minùs autem lædebatur unionis ratio, quæ binos & binos vicinos colligat; si alienior & remotior abijs Harmonia fermentaretur: quam si propria, quæ sc. est inter vicinorum Planetarum motus magis vicinos. Neq; tamen valde magna fuit hæc fermentatio: Inventa enim est ratio, quâ & starent Harmoniæ universales omnium Planetarum, eaq; distinctorum duorum generum, & cum aliquâ tensionis latitudine, quæ saltem Comma æquaret; & singulares etiam binorum vicinorum binæ asererentur: Convergentium quidem motuum in quatuor bigis, perfectæ; apheliorum in unâ, periheliorum in duabus, item perfectæ: divergentium verò in quatuor bigis, insipa discrepantiam unius Diesios, intervalli minimi, quantum humana vox in cantu figurato ferè perpetuò peccat: in unicâ verò Jovis & Martis, inter Diesin & Semitonium. Apparet igitur hanc mutuam cessionem undiquaq; esse valdè bonam.

Hactenus igr de Dei Creatoris opere nobis προφωνέω. Restat nunc, ut vel tandem oculis & manibus de tabulâ demonstrationum ablatis, inque cœlum sublatis, Patrem luminum devotus & supplex comprecer: O qui lumine Naturæ desiderium in nobis promoves luminis Gratiæ, ut per id transferas nos in lumen Gloriæ; gratias ago tibi Creator Domine, quia delectasti me in facturâ tuâ, & in operibus manuum tuarum exultavi: En nunc opus consummavi professionis meæ, tantis usus ingenij viribus, quantas mihi dedisti; manifestavi gloriam operum tuorum hominibus, istas demonstrationes lecturis, quantum de illius infinitate capere potuerunt angustiæ Mentis meæ; promptus mihi fuit animus ad emendatissimè philosophandum: si quid indignum tuis consilijs prolatum à me, vermiculo, in volutabro peccatorum nato & innutrito, quod scire velis homines: id quoque inspires, ut emendem: si tuorum operum admirabili pulchritudine intemeritatem prolectus sum, aut si gloriam propriam apud homines amavi, dum progredior in opere tuæ gloriæ destinato; mitis & misericors condona: denique ut demonstrationes istæ tuæ gloriæ & Animarum saluti cedant, nec ei ullatenus obsint, propitius efficere digneris.

CAPVT X.

Epilogus de Sole, coniecturalis.

A Musica cælesti ad auditorem, a Musis ad Choragum Apollinem; à Planetis sex circumeuntibus, Harmoniasque facientibus, ad Solem in curriculorum omnium centro, immobilem loco, in seipsum tamen se revolventem. Cùm enim absolutissima sit inter extremos Planetarum motus Harmonicè, non quoad veras celeritates per auram ætheriam: sed quoad angulos, quos formant termini diurnorum arcuum de orbitis planetarum, connexi cum centro Solis; Harmonia verò non decoret terminos, id est, motus per se singulos; sed quatenus inter se juncti & comparati, fiunt objectum alicujus Mentis: & cùm nullum objectum fruſtrà sit ordinatum, non existente aliquâ re, quæ illo moveatur; anguli verò isti præsupponere videantur actionem aliquam, similem visus nostri, aut certè sensionis illius, quâ libr. IV Natura sublunaris percipiebat angulos radiorum ex Planetis, in terrâ formatos: equidem qualis in Sole visus, qui oculi sint, aut quis instinctus alius, percipiendi hos angulos, etiam sine oculis, æstimandique Harmonias motuum, ad mentis vestibulum quâcunque portâ ingredientium, quæ denique Mens ista in Sole; conjicere non facile est, terram incolentibus. Utcunque tamen se habeant ista, certè circumpositio illa sex orbium primariorum circa Solem, colentium illum perpetuis circumvolutionibus, & veluti adorantium (sicut seorsim Jovis globum quatuor, Saturnum duo, Tellurem verò & nos ejus incolas unica Luna cursu cingit, colit, fovet, nobisque famulatur); & illi considerationi jam accedens speciale hoc negocium Harmonicum, vestigium evidentissimum summæ providentiæ rerum Solarium, hanc à me confessionem extorquent: Non tantum exire in totum Mundum ex Sole, ut à foco vel oculo Mundi, Lucem; ut ex corde, vitam & calorem, ut à rege & motore, motum omnem: sed vicissim etiam in Solem colligi ex omni Mundanâ provinciâ, jure regio, hos veluti redditus Harmoniæ desiderabilissimæ, imò confluentes eò species motuum binorum, mentis alicujus operâ in unam Harmoniam colligari, & velut ex rudi argento atque auro Monetam signari: denique in Sole CURIAM, Palatium, & Prætorium seu Regiam esse totius regni Naturæ; quoscunque dederit illi Creator Cancellarios, Palatinos, Præfectos; quibuscunque paraverit istas sedes, seu creatis statim ab initio, seu olim huc transferendis. Nam & terrestris iste ornatus potissimâ sui parte, diu admodum speculatoribus & usurpatoribus, quibus tamen erat destinatus, carebat; sedesque vacuæ erant. Subit igitur animum cogitatio, quid sibi voluerint antiqui Pythagoræi apud Aristotelem, qui centrum Mundi (quorsum Ignem referebant, Solem verò subintelligebant) soliti sunt appellare Jovis EXCUBIAS, ΔΙΟΣ ΦΥΛΑΚΗΝ; quid item vetus interpres agitaverit animo, cùm versiculum ex

lum ex Psalmo sic redderet, IN SOLE POSUIT TABERNACULUM. Sed & in Hymnum Procli philosophi Platonici nuper incidi, scriptum in Solem, refertumque venerandis mysterijs, si ei unum illud Κλῦθι eripias: quamvis hoc ipsum in eo quadamtenus excusaverit vetus interpres, jam citatus: ut ille scilicet Solem invocans, illum subintelligat, qui posuit in Sole tabernaculum suum. Vixit enim Proclus quo tempore, Jesum Nazarenum servatorem nostrum, Deum profiteri, deosque gentilium poëtarum contemnere, scelus erat, quod omnibus supplicijs vindicabant Monarchæ orbis, populusque adeò ipse. Proclus igitur, qui filium dei vel ex philosophiâ sua Platonicâ, naturali mentis lumine conspexerat eminus, lucem illam veram, quæ illuminat omnem hominem, venientem in hunc mundum: qui divinitatem in rebus sensilibus cum superstitiosâ plebe nequaquam quærendam esse jam sciebat: Deum tamen in Sole, quàm in Christo homine sensili quærere, videri maluit; ut simul & gentes falleret, Titanem poetarum verbotenus honorans; simul suæ philosophiæ operaretur, abstracturus & gentes & Christianos à sensilibus, illos à Sole visibili, istos à Mariæ filio; quia Mysterium incarnationis respuebat, naturali Mentis lumini nimium confisus: simul denique, quod habebant Christiani divinissimum, & Platonicæ Philosophiæ maximè consentaneum, ipse ab ijs transumptum, in illam suam philosophiam adoptaret. Itaque datur doctrinæ Evangelij de Christo, contra hunc Procli Hymnum, actio in rem suam: habeat sibi Titan ille res suas Χρυσὰ ἡνία & ταμιεῖον φάους, μεσσατίην αἰθέρος ἕδρην, κόσμου κραδιαῖον ἐριφεγγέα κύκλον, quam speciem etiam Copernicus ei largitur: habeat etiam παλιννόστους διφρείας, quamvis illos non habeat per antiquos Pythagorêos, sed eorum loco τὸ κέντρον, διὸς φυλακὴν, (quod ipsorum dogma successor Proclus oblivione sæculorum, velut diluvio deformatum, non agnovit) habeat & γενέθλην ex se βλαστήσασαν, & quicquid est naturale: cedat vicicissim philosophia Procli Christianis dogmatibus, cedat Sol sensibilis Mariæ filio, filium illum Dei, quem Proclus alloquitur sub Titanis nomine, ζωαρκέος, ὦ ἄνα, πηγῆς αὐτὸς ἔχων κληίδα, & illa, πάντα τεῆς ἔπλησας ἐγερσινόοιο προνοίης; & illam potestatem immensam μοιράων, & quæ in* nullâ philosophia legebantur ante promulgationem Evangelij, Dæmonas formidantes minax illius flagellum, dæmonas animabus insidiantes, ὄφρα ὑψιτενοῦς λάθοιντο πατρὸς περιφεγγέος αὐλῆς; & qs nisi Verbũ patris est ille εἰκὼν παγγενέταο θεοῦ, οὗ φανέντος ἀπ' ἀῤῥήτου γενετῆρος παύσατο στοιχείων ὀρυμαγδὸς ἐπ' ἀλλήλοισιν ἰόντων

CAP. X.

Cujus in superioribus libris multa mentio.

Sub Constantino, Maxentio & Juliano Apostata.

Veterũ de ejus libro Μητρωακῇ judicium hoc fuit; in eo nõ sine divino raptu expositam esse doctrinam universam de Deo; & lachrymis ex eo frequentibus authoris apparentibus, suspicionem omnem audientibus auferri. Idem tamẽ scripsit cõtra Christianos Epichiremata 18 quibus se opposuit Joannes Philoponus ex probrans ipsi græcarum rerum inscitiam, quas tamẽ defendendas susceperat. Scilicet dissimulaueran Proclus illa quæ ad suam philosophiã non faciebant.

* Similia tamen non nulla Orpheo vetustissimo, & propè Mosis æquali, tanquam hujus discipulo tribuuntur ap. Suidam, Vide & Hymnos Orphei, in quos scirpsit Proclus.

CAP. X.

secundùm illud, Terra erat rudis indigestaque moles, & tenebræ super faciem abyssi, &, Divisit Deus lucem à tenebris, aquas ab aquis, mare ab aridâ: &; Omnia per ipsum Verbum facta sunt. Quis nisi Jesus Nazarenus, Dei filius, ψυχῶν ἀναγωγεὺς, pastor animarum, cui offerenda ἱκεσίη πολυδάκρυ Θ', ut nos purget à peccatis, exque sordibus eruat τῆς γενέθλης, (quasi peccati originalis fomitem fateretur) & à pœnis malisque custodiat, πεπειῶν θοὸν ὅρμα δίκης: scilicet iram Patris? & quæ alia velut ex Hymno Zachariæ deprompta legimus, Ἀχλυῶ ἀποσκεδάσας ὁλεσίμβροτον ἰολόχευτον, ut sc. animabus versantibus in tenebris & umbrâ mortis, det φάος ἄγνον & ὄλβον ἀσυφέλικτον ἀπ' εὐσεβίης ἐρατεινῆς; id enim est, servire Deo in sanctitate & justitia omnibus diebus nostris.

An igitur Hymnus iste, pars erat Μήτρωαχῆς;

Hæc igitur & similia seponamus nos jam, adque doctrinam Ecclesiæ Catholicæ, cujus sunt propria, remittamus: Cujus verò cautâ potissimùm facta est mentio Hymni, id videamus. Eundem enim Solem, q

Sic etiam Orpheus.

Ὑψόθεν ἀρμονίης ῥύμα πλούσιον ἐξοχετεύει, eundem de cujus prosapiâ oriundus Phœbus, κιθάρῃ ὕπο θέσκελα μέλπων

κοσμικὸν ἐναρμόνιον δρόμον ἕλκων.

Συνάζει μέγα κῦμα βαρυφλοίσβοιο γενέθλης, & cujus chori consors est Pæan, Πλήσας ἁρμονίης παναπήμονα Θ' εὑρέα κόσμον. eundem inquam primò statim Hymni versiculo salutat Πυρὸς νοερᾷ vocabulo intellexerint, (ut mirum sit, discipulum à magistris in Centri loco, quod ipsi Soli dabant, dissentire): simul totum Hymnum â corpore Solis, ejusq; qualitate luce, sensilib⁹, ad intellectualia transfert: & illi suo Πυρινοερῷ (igni fortè Stoicorũ artifici) illi Platonis sui creato Deo, Menti principi seu Αὐτόνῳ, sedem regiam in corpore Solis assignavit; Creaturam & eum, per quem omnia creata sunt, confundens in unum. At nos Christiani, melius distinguere docti, Lógon illum æternum & increatum, qui erat πρὸς τὸν θεόν, & qui nullis sedibus continetur, quamvis sit intra omnia, nullis excluditur, quamvis ipse extrà omnia, scimus carnem ex utero glorioſissimæ Virginis Mariæ in unitatem Personæ susceptisse; & consummato carnis ministerio, cœlos, in quibus & pater cœlestis, excellenti quodammodo præ cæteris Mundi partibus, per gloriam scilicet & majestatem habitare agnoscitur, sedem regiam occupasse, etiamque suis fidelibus in illâ domo patris sui mansiones esse pollicitum: de cætero super illâ fede curiosius aliquid inquirere, sensusque vel rationes naturales ad id indagandum arcessere, quod oculus non vidit, auris non audivit, & in cor hominis non ascendit, supervacuum existimamus: Mentem verò creatam, quantæcumque sit illa præstantiæ, Creatori suo meritò subjicimus; nec Deos Intelligentias cum Aristotele & philosophis gentilibus, nec Spirituum Planetariorum exercitus innumerabiles cum Magis introducimus, adorandosve

aut

aut Theurgicis superstitionibus ad mutuum commercium exciendos proponimus: hoc diligenter caventes, jam porrò qualis Mens quæque sit, p̄sertim si qua in corde Mundi vices animæ mundi gerens, Naturæ rerum arctius est alligata, (aut si etiam aliquæ creaturæ intelligentes, Naturæ diversæ ab Humanâ, globum sic animatum forsitan inhabitant, inhabitabuntve) naturalibus etiam rationibus inquirimus liberè. Quòd si licet analogiæ filo ducente, labyrinthos mysteriorum Naturæ permeare; non ineptè quis, opinor, sic fuerit argumentatus, quòd quæ est habitudo sex orbium ad commune illorum, totiusque adeò mundi centrum; eadem sit & τῆς διανοίας ad τὸν νοῦν; ut hæ facultates ab Aristotele, Platone, Proclo & cæteris distinguuntur: & rursum, quòd quæ habitudo revolutionum localium, Planetarum singulorum circa Solem, ad Solis gyrationem ἀμετάθετον in spacio totius systematis medio; eadem sit etiam habitudo τοῦ διανοητικοῦ ad τὸ νοερὸν; discursuum ratiocinationis multiplicium, ad intellectionem mentalem simplicissimam. Nam uti Sol in seipsum revolutus, per emissam ex se speciem, movet Planetas omnes: sic etiam mens, ut philosophi docent, seipsam intelligens, inque seipsâ omnia, ratiocinationes ciet, suamque simplicitatem in illas diducens & explicans, omnia facit intelligi. Adeòq; connexa sunt inter se & colligata, motus Planetarum circa solem in eorum centro, & discursus ratiocinationum: ut nisi Tellus, domicilium nostrum, annuum circulum, medium inter orbes cæteros, metaretur, locum ex loco, stationem ex statione permutans; nunquam humana ratiocinatio ad verissima Planetarum intervalla, & ad cætera ab ijs dependentia, fuerit enisura, nunq̄ Astronomiam constitutura. Ex adverso quietem Solis in centro mundi, pulchro responsu consequitur intellectionis simplicitas; eò quòd hactenus nobis usurpatum semper fuit, solares illas Harmonias motuum, neque plagarum diversitate, neque spaciorum Mundi amplitudine definiri. Nimirum si qua mens ex Sole prospicit Harmonias istas; illi desunt adminicula motus & stationum diversarum sedis suæ, ex quibus nectat ratiocinationes & discursus intervallis planetarum dimetiendis necessarios. Comparat igr diurnos cujusq; Planetæ motus, non ut ij sunt in suis orbitis; sed uti per angulos ad centrum Solis allabuntur. Itaque si cognitionem habet magnitudinis sphærarum: hanc illi oportet à priori inesse, sine ratiocinationum labore: quod quidem quadamtenus & de humanis mentib⁹, & de natura sublunari verum esse, suprà ex Platone & Proclo patuit.

Quæ cùm ita sint: non equidem mirum fuerit, si quis ex hoc Pythagoræ cratere, quem Procl⁹ in ipso statim primo versu Hymni propinat, haustu liberaliori assumpto concalefactus, si Harmoniâ chori Planetarum suavissimâ in soporem datus, somniare incipiat: Per globos q̄dem reliquos de loco in locum succedētes circa Solem, disseminatas esse discursivas seu Ratiocinativas facultates; quarum præstantissima utiq; & absolutissima illa censeri debet, quæ est in illorum globorum medio, humana sc. in Tellure: in Sole verò Intellectum simplicem, πῦρ νοερὸν seu Νοῦν habitare, omnis Harmoniæ fontem, quicunque ille sit.

Nam

CAP. IX.

Vide Libri mei de stella nova caput XXIV de Anima Mundi & nonnullis ej⁹ munijs.

De qua testantur maculæ Solis Demonstratum hoc in cōmentarijs de motu Martis.

Vid. fol. 117 lib. IV.

Vide Opticam Astronomiæ partem CAP. IX.

Liceat & fabulando Platonis Atlanticā, & somniādo Ciceronis Scipionem imitari.

CAP. X.

Nam si vel de nuda globorum illorum vastitate sic visum est Tychoni Brahe, non esse frustraneam illam in mũdo, sed incolis refertam: quantò verisimiliùs nos ab illâ varietate, q̃ in hoc Telluris globo cernimus, operum consiliorumq; Dei, conjecturam etiam de cæteris globis capiemus? Qui enim species creavit, quæ aquas incolerent, sub quibus tamen nullus aëri locus, quem attrahant viventia: qui in aëris vastitatem, pennis suffultas immisit volucres; qui nivosis septentrionis plagis ursos albos, albas vulpes dedit, pabulumq; illis, marina Cete, his avium ova; qui solitudinibus æstuantis Libyæ, leones, qui diffusissimis Syriæ planiciebus camelos; famisque illis, hisce sitis tolerantiam: hiccine omnem in globo Telluris consumpserit artem, ut non posset omnem bonitatem, ut non vellet, cæteros etiam globos convenientibus exornare creaturis; quas vel revolutionum prolixitates brevitatesque, vel Solis propinquitas & remotio, vel Eccentricitatum varietas, vel corporum nitor aut obscuritas, vel figurarum, quib⁹ q̃libet regio fulcitur, proprietates suadebant. Ecce n. ut animantum sæcla in hoc Telluris globo masculi effigiem in Dodecaëdro, fœminæ in Icosiedro, (quorum illud exteriùs Telluris orbem fulcit, hoc interiùs) generationis deniq; effigiem, in illius conjugij divina proportione ejusq; ineffabilitate habeant: quid cæteros globos habere putabimus à figuris cæteris? Cui bono Jovem quatuor Lunæ, Saturnum duæ, cursibus cinguntur, ut nostrum domiciliũ hæc nostra Luna unica? Ad eundem verò modum etiam de globo Solis ratiocinabimur, conjecturasq; ab Harmonijs, cæterisq;, desumptas, per se quidem ponderosissimas, conjecturis alijs, magis ad corpora vergentibus, magis ad vulgi captum accommodatis, velut incorporabimus. Illene globus vacuus, cæteri pleni sunt, si omnia alia respondent propiùs? si ut Terra nubes, sic Sol atras fuligines expirat? si ut illa imbrib⁹ humectatur & virescit, sic Sol maculis illis suis exustis lucescit, emicantibus in ipso corpore, toto igneo, flammulis clarioribus. Cui usui hic apparatus, si globus vacuus? An non vel sensus ipsi exclamant, ignea hic habitare corpora, Mentium simplicium capacia, verèque Solem esse πυρὸς νοερᾶ si non Regem, at saltem Regiam?

Abrumpo consultò & somnum & speculationem vastissimam; tantum illud exclamans cum Psalte Rege:

Magnus Dominus noster, & magna virtus ejus & Sapientiæ ejus non est numerus; laudate eum cœli, laudate eum Sol, Luna & Planetæ, quocunque sensu ad percipiendum, quacunq; linguâ ad eloquendum Creatorem vestrum utamini: Laudate eum Harmoniæ cœlestes, laudate eum vos Harmoniarum detectarum arbitri: lauda & tu anima mea Dominum Creatorem tuum, quamdiu fuero: namq; ex ipso & per ipsum & in ipso sunt omnia, καὶ τὰ ἀιδήλα, καὶ τὰ νοερά; tam ea quæ ignoramus penitus, quàm ea quæ scim⁹, minima illorum pars; quia adhuc plus ultrà est. Ipsi laus, honor & gloria in sæcula sæculorum AMEN.

Tuq; ante omnes Mœstline fœlici senecta, namq; tu solebas Has dictis animare speq; curas

FINIS.

Absolutum est hoc opus die 17. 27. Maji, anno MDCXVIII; revisus verò liber V, (interim dum in eo typi progrediuntur) 9. 19. Februarij anno MDCXIX.

Lincl Metropoli Austriæ Supr-Anisanæ.

APPEN.

APPENDIX
AD L. V. HARMONICORVM.

QVam suprà in Indice capitum libri V. professus sum Appendicem: illam hic non est vt expectet lector: Amphora cæpit
Instituì, currente rotâ verùm urceus exit.

Causas dicam breviter: magnum & exundans flumen non commodè navigatu-rus eram: cùm ecce copijs aquarum in tenuem rivum subsidentibꝰ, vadum patuit, quod pedes trauirem, navii in suâ statione relictâ, ad usus magis necessarios. Hoc est quod dico: Ptolemæi Harmon: libri III, quos habeo Græcos manuscriptos, cum commentarijs Porphyrij philosophi profundissimi, itidem Græcis, ab initio usq; ad lib. II. cap. VII. digni mihi semper visi sunt, qui Græcolatini integri exirẽt in publicũ: eâq; de causâ ante annos X. cæpi illos in Latinum sermonẽ vertere: quæ versio processit usq; ad medietatem codicis Porphyriani. Quo minꝰ ulterius pergerem, impedimẽto mihi fuit loci mutatio, conjuncta cum plurimis molestijs, & postquàm Lin-rium veni, novum studiorum Astronomicorum initium. At verò cùm ante annũ proposuissem meos Harmonicorum libros V. edere; momentum ingens videbam fi-capitibꝰ lib. III Ptolemæi, quorum tria extrema nihil habent nisi lemmata seu ti-tulos à Ptolemæo. Ita q; reluctante genio, proposui operis scipso mutili unam solam partem decerpere, quæ maximè ad meam materiam faciebat. Quem ad finem & verti librum Ptolemæi III, à cap. III ad finem; & tribꝰ ultimis lemmatibꝰ inanibus suos textus ex principijs astronomiæ Ptolemaicæ, & ex mente authoris, quàm potuit fieri dexteritate concinnatos subjeci: & denique commentarios seu Notas adjeci, quibus & Porphyrianæ commentationis, lib: II. capite VII abruptæ, defectꝰ in hoc tertio supplerẽtur, & inventa Ptolemaica cum meis comparantur, & discrimen ostenditur, inter Ptolemæi symbolismos & meas demonstrationes legitimas; unde infirmitas & imperfectio Symbolismorum illorũ, & causa potissima huius rei, sc. falsitas principiorum Astronomiæ Ptolemaicæ, patescit. Cùm igr sola hæc appendix ad 30 pag: libri occupatura esset: ecce coortum interea bellum Bohemicum vicinum, quo & itinera sunt impedita, & operarij plerique nomina profitentur militiæ; Ita q; primùm nos papyrus, deinde & operæ prælij administræ defecerunt; tempus denique, fastidiosissimis moris nimio protractum. Quibus impedimentis excitatus, vix tandem me respexi, meumq; institutum corripui; qui librum authoris optimi Ptolemæi & commentatoris Porphyrij, mutilata particulæ editione, tantum non exponerem, penitusq; abolerem. Quin potiꝰ igr reliquum operæ dimidium inversione Porphyrianæ expositionis impenderem; Notas in capita lib. II & III. residua conscriberem, & cum Porphyrianis, cumq; ijs, quas jam habeo conscriptas in lib. III penè totum, conjungerem: ut ita opus integretur, & qua parte extat, Græco-latinum edatur? Quam ad editionem aliud tempus, aliusq; locus requiritur, & Typographus idoneus.

Ne verò quid eorum, quæ suprà sum pollicitꝰ, penitꝰ desiderari posset à Lectore, aut ne vel in hac ultima parte deesset aliquid ad integritatẽ seu ad facilorem intellectum opis mei Harmonici: agẽ capitum libri III Ptolemæi titulos exscribam, cumq; locis suis in opere meo comparabo; & quid in Notis meis insit, summaria ratione conscribam.

Primùm quæ Ptolemæus libris I, II, & initio tertij de Harmonicâ disciplinâ tradidit, illa ego methodo aliâ, haud paulò diversâ, libro meo III complexus sum. Cùm autem Ptolemæꝰ Harmoniarum principia ex numeris abstractis petat, cum veteribus: ego contrà, vim numeri vt numerantibus ineſſe negans, proijs nume-

vos numeratos, id est, res ipsas numeris ijs subiectas, figuras sc. planas regulares, & circuli diuisiones ijs administrandas, principia statuens Harmoniarum, necessariò Libros I. & II. de figuris Harmonicis, meo libro III praemisi.

Iam Ptolemæus libro tertio cap. 3. operis sui præscripsit hunc titulum: Sub quod genus rerum referenda sit natura seu vis Harmonica, ejusq; scientia: *ostendens, quòd sit aliquod principium causale, formale, mentale, adeoq; diuinum, quod rebus conciliet Harmonias.* Cap. IV. Quòd vis Harmonicæ contemperationis omnibus rebus insit, quarum Naturæ altiori perfectionis gradu consistunt: & quòd id maximè appareat in humanis Animis, inq; cœlestibus revolutionibus. *Vbi partitionem vides eorum, quæ restabant Ptolemæo dicenda: primum sc. de Harmonijs in Animis existentibus, secundum de Harmonijs in cœli motibus. Et de primo quidem sequuntur capita tria: de secundo residua capita nouem.* Cap. V. *Consonantias singulas comparat cum facultatibus Animæ rationalis singulis, idq; concisè, per subdiuisiones utriusq; rerum comparatarum.* Cap. VI. *Genera Harmoniarum singula cum singulis generibus seu classibus virtutum comparat.* Cap. VII. *Mutationes Tonorum cum mutationibus studiorum publicorum per temporum dissimilitudinem, adeoq; etiam cum mutationibus affectuum in Animis subitaneorum comparat.*

In hac parte multa contra Ptolemæum disputo, symbolismos sc. illos potissimùm parte non esse necessarios, nec causales, nec naturales, sed poëticos potius & oratorios: nam illas, quæ in animis insunt facultates & virtutes speciales, non sortiri nec Ideam nec numeros constitutionis suæ ex Harmonijs, tanquàm ex Archetypo, sed habere causas alias confessas aut euidentes: quin ne quidem respondere ad numerū, sed longè quæsitâ aut malè affectatâ operâ speciem ijs conciliari diuisionis æquemultiplicis: multas abundantes, aut vicissim defectus, dissimulari; quædam quæ minus succedunt, crinibus trahi: denig, quæ maximè & dexterrimè inuicem respondent, non tamē secundum aliquam proportionem quantitatis ejusdem generis sumi: cùm tamē nisi in quotitatum comparationibus, Harmoniæ ineße non possint.

Quòd verò Toni Musicales comparātur affectibus & moribus publicis, id ostēdi maximè naturale esse, & habere modum causæ: ubi occasione textus Ptolemaici adduxi Philosophorū variorū placita de cognatione Animorū, Numerorū, & harmoniarū inter se, quibus & Epilogum mei libri V adjunxi. Et quòd nominatim attineat effectus tonorū in mouēdis animis diuersimodè: illam materiā ego complexus sum peculiari cap: XV libri mei III. Sic quod attinet Iustitiam Commutativam Distributivā q, & Amicitiam, & Oeconomica atq; Politica: de hac materiâ, quatenus in ijs valeant proportiones Musicæ, feci Digressionē in fine mei lib. III. Denig, materiam ipsam præmissi jam capitibus III & IV, & quæ de V. VI. VII in genere vera dici potuerunt: complexus ego sum tribus primis & rursum septimo capite mei libri IV: ubi explicatâ Animorum natura ostendi: quandoquidem circulo & geometricè sectus per inscriptionē figurarū planarū, comparatione partium cum toto, definiat verè & proprie proportiones Harmonicas: in animis igitur essentiali quadam ratione ineße circulum, formaliter & abstractè non à materia tantùm, sed etiam ab ipsâ quodammodo quantitate, materialiter considerata: quare cum circulo ineße in animis & Harmonias, & hanc causam esse cur Animi moueantur Harmonijs: sed hæc omnia in genere tantum; nulla consequente causatione distributionis Animi in facultates speciales. Sic igr habet res cum Animis humanis.

Quod motiones cœlestes attinet, Ptolemæus libri sui III. cap. VIII comparat Zodiacū cum systemate seu scala Musica: capite IX consonātias ipsas cum Aspectibus Pla-

Planetarum. Hic ostendi ego, quibus in partibus manca sit doctrina de Aspectibus apud Ptolemæum, & quomodo integratione numeri, hinc Aspectuum, inde Consonantiarum, appareat tandem naturalis & causalis harum rerum connexio. Est autem hæc genuina materia mei libri IV. præsertim cap. IV. V. VI.

Capite X. Ptolemæus ex motu Planetæ ab ortu in occasum facit quandam melodiam, cap. XI, ex motu vero Planetarum in altum & profundum facit genera cantus. Cap. XII, ex motu in latera æquatoris, facit diversitatem tonorum Musicalium. Cap. XIII, ex varijs configurationibus planetarum cum Sole, facit varia systematis Tetrachorda. In his IV capitibus ostendi Ptolemæum luxuriare exercitio comparandi poëtico vel oratorio: cùm ea quæ comparat, non sint in cælo realia, excepta particula cap. XI, quam ad tria ultima capita, propter cognationem materiæ volo rejectam. Ostendi etiam, hic partim incomparabilia comparari, reclamante comparatorum naturâ, partim quæ omnibus membris respondent, accidentariò saltem, nonverò ex alicujus causæ necessitate cohærere. Hactenus igitur nihil vel parum, quod cum meis Harmonijs cœlestibus conveniat.

At verò sequens cap. XIV Ptolemæi, proponit inquirere, juxta quos numeros primos comparari possint soni systematis seu scalæ Musicæ, cum sphæris primis in systemate Planetario. Hic ego ostendi, comparationem Ptolemæo & Pythagoricis in suâ ustatâ Astronomiâ fuisse impossibilem. licet tentaverim aliquid principijs Ptolemaicis consentaneũ comminisci, vt ita titulo nudo suus contextus subderetur. Ostendi etiam, cùm primæ sphæræ quantitatibus suis conset, non minus quàm chordæ suis longitudinibus oportuisse comparationem secundum quantitates institui, cùm tamen proportio sphærarum à proportione chordarum consonantium plurimum abhorreat. Emendatam verò & cautelam seu Archetypicam connexionem sphærarum Mundi cum corporibus regularibus, ego à principio mei libri V, repetij ex meo Mysterio Cosmographico.

Caput XV Ptolemæi quærit, quomodo sumi possint motuũ propriorũ proportiones p numeros: sed deest text. Ostendi igr eadem quæ in præced. cap. De cætero considerãdum hoc dedi, quòd hic Ptolemæus ante 1500 annos materiam mei l. h. V priùm tractare instituerit, si p suam astronomiã potuisset. Ego itaq; in emendata Astronomia, quæ veros & simplices planetarum motus retinet, eliminatis apparentijs, quæ oculorum deceptionibus constant, ostendi, in cælo secundum veram & genuinam rationem quãtitativam, & mensurabilẽ, non verò p nudam leviculam symbolisationem, ineße Harmonicas proportiones omnes, Harmoniarũ genera, systema seu scalam Musicam, & claves ejus plerasq; Tonorum varietates, vocum figuralis musicæ æmulos planetas, contrapuncta denique, universalia 6 primariorum planetarum, variata & generib⁹ & tonis. Cap. XVI & ultimo Ptolemæ⁹ pollicetur, indagare se velle, qua ratione familiaritates Erronũ comparari possint cum familiaritatib⁹ sonorũ: principia sc, astrologica, de planetis beneficis & maleficis, amicis inter se vel hostibus, per Harmonias cœlestes demonstrare sategit. Et quia etiam huic capiti deest textus, eum ego ut potui, præsertim ex Macrobio, concinnavi: at simul ostendi in notis, quid huic negocio desit, q minùs scãm astronomiam antiquam succedat. In meo verò opere nullam partem cap. XVI, respondentem habeo, nisi pauculas ex Epilogo Libri V. Nam astrologia agit de siderum effectibus in terrâ, meæ verò cælestes Harmoniæ non formantur p radios in terrâ, sed in Sole. Atq; hic finis est operis Ptolemaici: cum q; etiam summam Appendicis in vestibulo libri V promisse finirem: nisi me rerũ affinitas invitaret ad satisfaciendum etiam ijs, qui à me contenderunt, vt D. Roberti de Fluctibus

Medici Oxonienſis, qui librum ab hinc anno de Microcoſmo & Macrocoſmo editum Harmonicis contemplationibus implevit, mentionem in meo opere Harmonico ne omitterem: ſed oſtenderem lectori paucis quibus in rebus inter me & illum conveniret, quibus viciſſim diſſideremus.

De Muſica Mundana D. Roberti Fluid Medici Oxonienſis.

Igitur author ille duos tomos eſt pollicitus, quorum unus de Macrocoſmo inſcriptus jam lucem videt, alter de Microcoſmo adhuc expectatur. Prior tomus tractatus duos complexus, diſtinctis etiam temporibus prodijt; nam primum tractatum de Mundo triplici, poſt nundinas Francofurtenſes autumnales anni 1617, alterum de Artibus, quas naturæ Mundanæ Simias appellat, Paſchalibus nundinis anni ſequentis 1618 vidi. In altero igitur tractatu inter artes collocavit & Muſicam, complexus materiam libri mei tertij quadamtenus: in priore verò tractatu, qui ſeptem libris abſolvitur, tertium librum deſtinavit Muſicæ Mundanæ, titulum eundem uſurpans, quem ego toti meo operi præfixi: materiam verò libri mei IV & V attigit. Igitur ab ejus Muſica artificiali faciamus initium. Tradit illam libris VII: in quorum primo recenſet authores, & nomenclaturas, & vim in Animos hominum. De authoribus ſeu hiſtoria inventionis ego nihil, vel certè pauca, quippe meum intentum eſt, rerum naturalium cauſas aperire: Nomenclaturas neceſſarias complexus ſum in definitionibus meis paſſim, ſuperfluas omiſi. De vi Muſices in Animis ago lib. III cap: XV, & libro IV paſſim. In ſecundo author res ipſas aggreditur, quas dicit Intervalla & Tempora. Rurſum ego de Temporibus ſeu longitudine vel brevitate ſonorum nihil admodum dixi; ſunt enim arbitrariæ, nec indigent inquiſitione cauſarum. Intervalla quædam appellat ſimplicia, quæ mihi ſunt Concinna minima diſſona, Tonus major, minor, ſemitonium, dieſis: alia vult eſſe ex his compoſita, quæ ego Conſonantias appello. Atqui ſententiam hanc veterum, quod conſonantiæ componantur ex intervallis minoribus tanquàm naturâ prioribus, ego refutavi expreſſe capite IV mei libri III, oſtenſo, quod minora è contrario oriantur ex conſonis ſeſe majoribus. Tertio libro explicat ſyſtema ſeu ſcalam Muſicam, quæ præcipua pars eſt mei libri III, à cap: IV uſq; ad IX. Reliqui quatuor authoris libri praxin habent, quam ego ne attingo quidem. Nam in IV de menſura tactus, ejusq; modis variis, & valore Notarum per eos, præcipit, de quo ego pauca lib. III cap: XV & lib: IV cap. III. In V habet præcepta compoſitoria cantus figurati, quam artem ego non profiteor. In VI excurrit etiam ad varia inſtrumenta Muſica, de quibus ego ne cogitavi quidem. In VII denig. novum inſtrumentum ipſe aperit. In his igitur 4 poſtremis ille ſic à me differt, ut Practicus à Theoretico: nam pro eo quod ipſe inſtrumenta tradit, ego rerum ſeu conſonantiarum cauſas inquiro: & pro eo quod ipſe docet componere melos plurium vocum, ego demonſtrationes mathematicas concinno plerorumq; quæ naturaliter inſunt in cantu tam Chorali quam Figurato. Propterea etiam in ipſius opere plurimæ ſunt picturæ; in meo diagrammata mathematica literis inſtructa. Videas etiam, ipſum plurimùm delectari rerum ænigmatibus tenebroſis, cùm ego res ipſas obſcuritate involutas in lucem intellectus proferre nitar. Illud quidem familiare eſt Chymicis, Hermeticis, Paracelſiſtis; hoc proprium habent Mathematici.

Adeoq; etiam libris II & III, ubi eandem mecum tractat materiam, hoc diſcriminis eſt inter nos; quòd quæ ipſe tranſumit à veteribus; ego è rerum Natura eruo & ab ipſis fundamentis conſtituo: ipſe, quæ accepit, ea confuſa (propter varian-

variantes tradentium sententias,) & incorrecta, usurpat. ; ego naturali ordine procedo, ut omnia secundum leges Naturæ sint emendata, & confuſio vitetur ; adeoq; ne quidem ad veterum placita applico constituta, niſi ubi confuſio nulla sequitur. Ita, ubi ego veteres expreſsè refuto, de cauſsis concordantiarum diſserentes : ibi ille veteres citra dubitationis aleam sequitur ; de cauſsis verioribus ne cogitat quidem. Uno verbo, in diſciplina Harmonica, alter Muſicum agit vocalem & Inſtrumentalem ; alter philoſophum & Mathematicum.

Jam ad alterum authoris locum transeamus, ubi Muſicam ille in Mundum introducit. Hic verò immane quantum inter nos diſcrimen eſt. Primùm quas ille harmonias docere intendit ; eæ ſunt meri Symboliſmi ; de quibus idem dico, quod de ſymboliſmis Ptolemæi, poëticos potius eſse aut oratorios, quàm philoſophicos aut mathematicos. Hæc anima eſt totius illius Operis, ut vel ex titulo patet Macrocoſmi & Microcoſmi. Nàm in tomo altero demonſtrare proculdubio intendet, nobile illud thema. Totius mundi magni, omniumq; ejus partium Ideas reperiri in homine. Hæc eadem anima eſt & primi tomi ; quia totum mundum diſtribuit in tres regiones ; ubi ſecundùm celebratiſſimum illud Hermetis axioma, ſupera ſimilia ſeu analoga facit interis. Hæc verò analogia ut per omnia ſuccedat, ſæpe crinibus trahenda ſunt, quæ utring; comparantur. Mea de analogijs ſententia, ex digreſsione in calce mei libri III patet : nimirum eſſe analogia proportionum in geometricis formale quid eſt, reſpectu ipſius materiæ quantitativæ indefinitæ & indeterminatæ : tamen reſpectu proportionum harmonicarum materialis potius affectio poteſt haberi : quia cùm Harmonicæ proportiones certam quantitatem definiant, analogiæ contrà ſeipſis in infinitum excurrere ſunt aptæ, & ſic materialem infinitatis affectionem ſupponunt.

Etſi verò ſimilia nonulla Macrocoſmicis illis & ego tracto in opere meo : ut quòd libro IV Terram animal facio : at id fit ratione longè aliâ. Nec enim contendo analogiam eſſe meram inter Terram & animalia, nec deſumptum eſse volo archetypum animalis ex ipsâ Terrâ ; ſed illud ſimpliciter propoſitum habeo demonſtrare, illa opera, quæ ſpectantur in globo Telluris, non poſse ex motibus elementorum, aut materiæ affectionibus ſolitarijs provenire, ſed teſtari de Animæ præſentiâ : jam ut intelligantur mea argumenta, opus fuit allegatione functis onum animæ variarum in corpore animalis. Iam ut propius accedamus ad fundamenta, quibus Robertus de Fluctibus ſuperſtruit ſuam muſicam Mundanam ; primùm ille totum mundum, omnes q; tres eius partes, Empyream, Cœleſtem, Elementarem, occupat : ego ſolam cœleſtem ; nec eam totam, ſed ſolos planetarum motus quaſi ſub Zodiaco. Ille ſiſus veteribus, qui vim Harmoniarum ex numeris abſtractis eſse credebant, ſat habet, ſi quas inter partes concordantiam eſſe demonſtrabit, eas numeris quomodocunq; comprehendat, nullâ curâ, cujusmodi unitates illo numero accumulentur : ego nuſpiam doceo quærere Harmonias, ubi res, inter quas ſunt Harmoniæ, non poſſunt menſurari eâdem quantitatis menſurâ ; ſic ut cauſâ quantitatis eadem ſit inter illas proportio, quæ inter duas chordas ejuſdem tenſionis, cauſâ longitudinis. Propterea ille totum Mundum rationè ſemidiametri in tres æquales partes divdit, ſat cognitum habens, æquales illas minimè eſse ; ſed ideò ſolùm, quia prima unitas eſt mundus Elementaris, ſecunda, Mundus ætherius, tertia, Empyreus ; & verò unitates pingi aliter non poſſunt, quàm æqualitate linearum : at ego, niſi teſtetur aſtronomia de eâdem unitatum menſurâ quantitativâ, nequaquam ijs ut unitatibus utor ad numerandas

randas proportiones Harmonicas. Ille tamen, suis insistens principijs, pyramidem, educens ex basi, circulo magno Telluris, ejus verticem ad ipsum apicem cœli empyrei statuit: & altitudine ejus in tria æqualia (perinde ac si unitates verissimè æquales habuisset) divisa, numerat quot partes veniant Empyreo, quot Cœlesti, quòd Elementari. Nam summum Elementaris regionis hoc pacto duplo longius abest à summo Cœlestis, quàm à summo Empyrei: & in divisione Pyramidis, respectu quidem axis, tribus regionibus tria veniunt æqualia, respectu verò trianguli per axem, Empyreo venit unitas, Cœlesti tres, Empyreo quinq; unitates: respectu deniq; spacij seu corpulentiæ figuræ, Empyreo unitas, cœlesti septem, Elementari novendecim unitates veniunt. Quid nunc dicam de alterâ contrariâ Pyramide lucis, cujus basin facit ipsam adorandam trinitatem, in summo Empyrei cœli apice, verticem verò in ipsa terra collocat? Has duas Pyramidas cùm inter se permisceat, ex q; mixturâ proportiones musicas eliciat, rem tentat à mei operis proposito diversissimam. Nam ipse lucem (formæ & Animæ largitricem) & Materiam, duo inter se diversissima comparat, & quibus quantitates nequaquam eodem respectu insunt: ego verò pro terminis formandæ proportionis Harmonicæ in mundo, non ad nitto nisi illa, quæ eodem respectu quantitates recipiunt; verbi causâ motum Martis & motum Jovis, diurnos. Nec minus diversitatis inter nos & in hoc consistit, quòd ille Elementari regioni quatuor adscribit gradus obscuritatis & tenebrarum quia quælibet res ait, quatuor quartas habet, sanè non minus quam tres tertias, & quinq; quintas: jamq; Terræ ineße omnes quatuor, aquæ tres, (eoq; illam eße jam pellucidam), aëriduas, igni unam. Rursum alibi, quamlibet regionem, cujuslibet seu Elementi seu Cœli, in tria subdividit spacia, in summum medium & imum, non ubiq; sequente sensuum probabilitate. Vides, unitates ejus rursum esse arbitrarias. Ille tamen pergit ob id inter Terram & aquam statuere Diatessaron, tria verò ejus intervalla, tonum, tonum, semitonium, tribus applicare spacijs, summo, medio, imo; cùm illi certas ex causis suis quantitates, istâ ne metas quidem à naturâ, mensuras verò secundùm hæc generalissima principia, planè indeterminatas habeant: & sic de cæteris. At mihi unitates naturales, bini sc. motus planetarum extremi (seu diurni seu horarij, nihil interest) expressi à naturâ in certas suas quantitates, sunt propositi, in quibus Harmonias quæram. Ille in tenebrarum & lucis gradibus, quærit proportiones Harmonicas, nullo respectu alicujus motus: Ego Harmonias non nisi in motibus quæro. Ille pauculas aliquas concordantias delibat, easq; ex suarum Pyramidum mixturâ, quâ Mundum ipse privatim in suo animo pictum circumgestat, elicit, seu ab illâ repræsentari probat. Ego totum corpus Harmonicæ contemperationis, cum omnibus partibus, in extremis planetarum motibus proprijs, secundùm certas & ab Astronomiâ demonstratas mensuras ineße demonstravi. Ipsi ita q; conceptus suus Mundi, mihi Mundus ipse, seu in eo reales Planetarum motus, sunt subjectum Harmoniæ Mundanæ.

Ex his paucis constare arbitror, etsi ad intelligenda Mysteria conferta philosophiæ profundissimæ, quam tradit Robertus, cognitione proportionum harmonicarum omninò opus est: tamen illum, qui vel totum opus meum edidicit, adhuc à Mysterijs illis perplexissimis abfuturum haud paulò longius, ac ipse ab accuratissimâ certitudine demonstrationum mathematicarum recesserunt. At q; hic jam etiam Appendicis FINIS esto.

Emen-

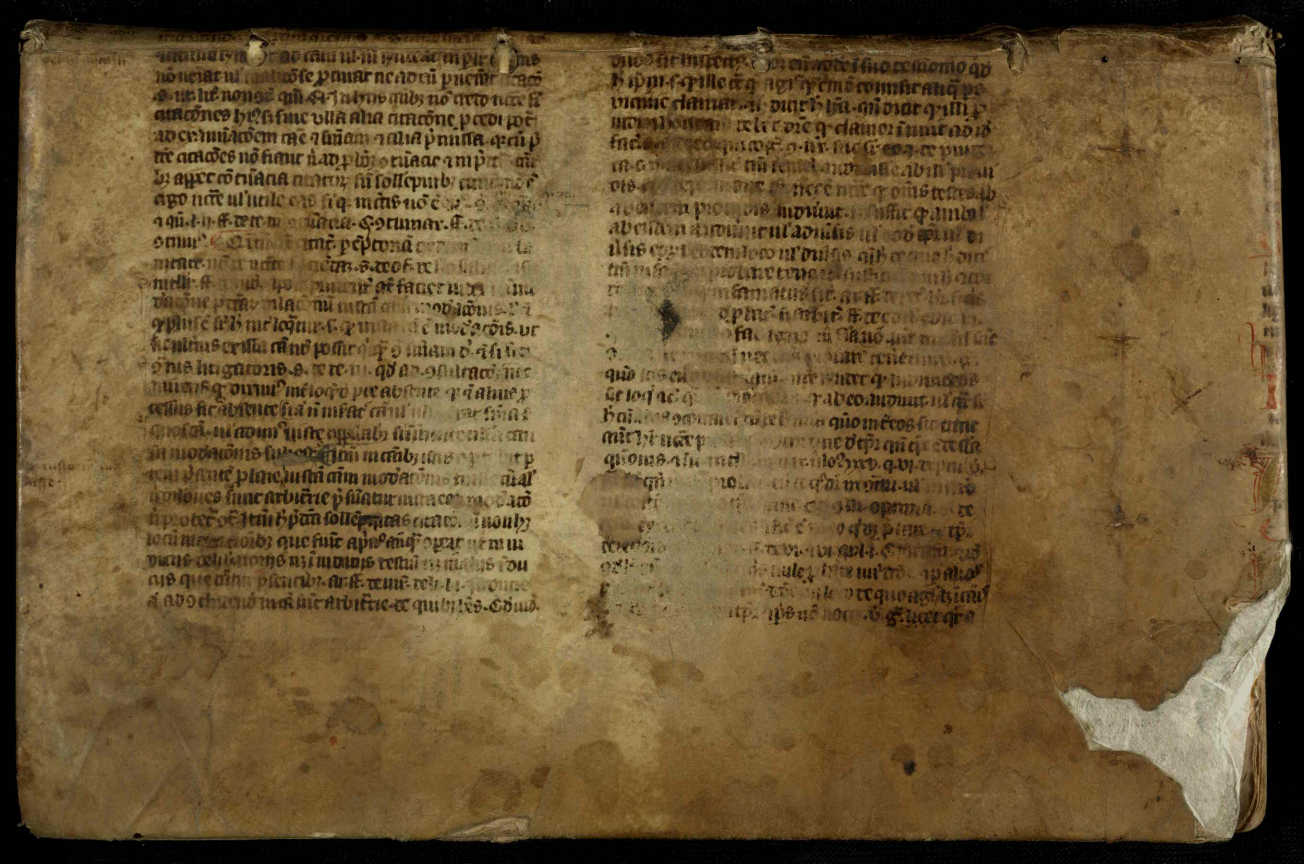
EMENDANDA IN OPERE.

I*Nitio scias, duos libros primos ultimò impressos peculiarem habere seriem foliorum.* *Numeros igitur*
hosce corrige. Lib: I. 41. Et lib. III. 50. 63. 112. 150. 161. 200. 212. 228. 229. 236. 237. *Reliqua erra-*
ta sit corrige, Lib. I. f. 2. linea ante penult: undique. *Pag. 17, lin. penult:* tunc quæ
Inter folia 52 & 55, inserentur duo folia cum typis aneis. *Fol. 66. allegetur in margine ad conse-*
ctar. 29. folium 150, & ad consect. 30. folium 82 libri III.
Libro III. fol. 23. 24. Nota corrigenda sunt ex fol. 103 sequenti. *Fol. 25. lin. 17.* in partes. *Fol.*
29. in diagrammate priori Notam ad cyphram 6. ex spacio in subjectam lineam detrude; defectum verò
supple ex folio 86.
Fol 33. 34. 35 Textus ex diversorum temporum schedis collectus, at non satis aptè compositus, etsi
vera omnia habet, obscuritatem tamen ex confusione distinguendorum, & repetitione propositionum con-
traxit. Quæstiones distincta sunt ista. I. An Consonantiæ habeant partes, quæ ipsæ quoque sint
consonantiæ vel saltem concinna intervalla? *Responsio est hac,* In consonantijs esse distincta ista,
primò proportionem, rem geometricam, deinde proportionis qualitatem, consonantiam ipsam:
in quantùm igitur sunt proportiones, excedi unam ab alia, minorem à majori, & sic unam alterius
partem esse posse: in quantum verò quælibet illarum qualitatem consonantiæ accepit à figurâ suâ
indemonstrabili, non accidere ipsis compositionem. Argumenta sunt ista. 1. Species ut species, in-
divisibilis & una est. 2. Speciem constituit causa sua: at causæ inter se sunt distinctæ singularum
concordantiarum: igitur & ipsæ concordantiæ contra se sunt distinctæ specie, nec potest dissolvi u-
na, ut major, in alias suæ speciei, ut partes, sed bene in minores speciei alterius. 3. Si, ut pars mul-
tiplicata, auget quantitatem, sic etiam pars consonantiæ consona vel concinna, augeret Consonan-
tiam vel concinnitatem totius, non efficeretur tandem ex accumulatione dissonātiæ & Inconcinna.
Quæstio II. An consonantiæ habeant unam communem mensuram, puta, Tonum, Diesin,
Comma &c. *Negatur:* neque enim ut sunt proportiones: quia sic sunt incommensurabiles, id est
commensurabili mensura carentes: neque ut sunt species, quia causis, ex quibus ortæ, quibusque
definitæ, etiam contra se mutuò distinctæ sunt. Habet n. quodammodò naturam figurarum: jam ve-
rò Trigonus & pentagonus in eodem circulo, longitudines habent laterum incommensurabiles.
Denique mensura quidem prior est mensuratis: concinna verò, ut Tonus vel Diesis, &c. posteriora
sunt consonantijs. Et nota, consonantijs communes sunt partes istæ Tonus Major, Minor, se-
mitonium &c: sed nec omnes omnibus, nec una earum est, quæ sola emetiatur consonantias.
Fol. 35. in Diagrammate priori dele Notam post 8, *& cyphram 3 juxta 9; pone verò Notam aliam*
suprà 9 in spacio ipsius 8, sequente cyphrâ 3. *In Diagram: secundo, cyphram 4. ex media lineâ in peni-*
mam transfer. *Fol: 36. lin. ultim. dele voculam* duæ. *Fol: 41. in tertio diagrammate pro 66 in lineâ*
mediâ; scribe 96 in penimâ. *Fol: 45. lin:* 12. Tonum minorem pro duro. *Ibidem in Diagr. è regio-*
ne VI. exprime 10 transversum. *De fol. 47 & 57 vide fol. 103.* *Fol. 49 scribe ♄. 79562.* *Fol 60. de-*
fectum supple ex fol. 233, ejusq; Prop: XLIII. *Ibid. l. 9. à fine lege* Pro 3. 4. est 60. *&c.* *Fol. 77. lin: 3.*
quadratum de 3. unit: *Fol. 82 in margine allegentur consectaria 29 & 30 libri II & propositio 44 libri*
I. & proximè inferius; propositio 47 ejusdem.
Fol. 111. lin: 21. enim operâ jam, *lin: 22.* facultatis harmonicæ, & com. *lin: antepenult:* illos sc.
moven: *Fol. 113. lin: 31.* præcipuè. *Fol: 118 lin. 32* munitissimum, *Fol. 120 lin: 11.* insit divin. *Fol:*
127. lin: 33, quippe species motuum. *Fol. 134 lin: ult:* Schematibus, quæ hinc. *Fol: 141 lin: an-*
tepenult: planetas) prius innotescit latus: rect. *Fol: 143. lin. 6. 7.* sunt ista: prius usurpavimus Prop:
VI, centrum. *Fol. 147 in margine desunt signa* 大 ✡. *Fol. 150 ad prop: XV in margine allegetur*
lib. I. Prop. XLIV, & lib. II. Consec. XXIX.
Fol. 153. lin. 24. adde ista nisi non potest. Eodem ex fundamento etiam sic ratiocinabimur.
Aspectus est angulus, quem metitur arcus semicirculo minor: Residuum est majus semicirculo; nul-
lum igitur metitur angulum, nullum aspectum: quare Residuum non consideratur in constitutione
aspectuum. At consideratur in constitutione sectionis harmonicæ. Non igitur cohærent inter se,
sectio chordæ harmonica, quæ Residuo utitur, & sectio Zodiaci efficax, quæ non utitur. Et sic
profliga. *Folio 186 inseratur etiam schema ex ære.* *Fol. 193 in tabella,* Saturnus 10759. *Fol: 195.*
in imo tabella pro Saturni *lege* Mercurij Aphel: 470. *Fol: 198. in tabella, dele* diurni *iteratum. & a-*
pud literas initiales scribe has Cyphras $\frac{c\ 1.}{f\ 8.}$ $\frac{d\ 5.}{e\ 24.}$ *deletis quas invenis: item,* ♂ Perihelius 38. &
Fol. 204. post primum Diagramma lin: 6. lege, nec multò est gravior aphelius Martis. *Fol: 211 in ta-*
bella ad sinistram è regione d ♄ g d *supremorum deest signum* ☿. *Fol: 212 lin: 3.* tensionis. *Fol: 217*
lin: 19. lege 7100. 7950. *Fol: 223, linea 31* potestate: *Fol. 226 lege* XXIX Prop. *Fol: 233 Propos:*
XLII. lege 54. 125. *Fol: 234 lege* Prop. XLIV. *& in custode,* XLV. Prop: *Fol: 238.*
in margine politiâ.

Reliqua menda quæ in nonnullis exemplaribus occurrent,
lector seipso facilè corriget.

EMENDANDA IN OPERE.

SEP 4 1907



Johann Kepler
Harmonices Mundi
Linz Austria 1619

LIBRARY OF CONGRESS
WASHINGTON

final paragraph of text

Great is our Lord, and great his excellence, and of his wisdom there is no limit (no number, i.e. no possibility of counting); praise him ye heavens, praise him Sun, Moon and Planets, whatever sense you employ to perceive and whatever tongue you employ to proclaim your Creator; Praise him celestial Harmonies, praise him ye judges of the disclosed Harmonies; praise ~~him~~ thou also, my soul, thy Lord and Creator, as long as I shall exist; for from him and through him and in him are all things, {καὶ τὰ αἰσθητὰ καὶ τὰ νοερά} {both things of the senses and things of the mind} as well those things of which we are utterly ignorant as those things of which we know a very small part; because more than this is beyond (our power). To him be praise, honor, and glory for ever and ever. Amen.

(This work was finished on the 17/27 day of May, 1618, but book V was revised (meanwhile while the type-setting was going on) the 9/19 of February 1619.